

К ВОПРОСУ О ХАОТИЧЕСКОЙ ДИНАМИКЕ НЕЛИНЕЙНЫХ ДИСКРЕТНЫХ СИСТЕМ

Мандзина В.И.

Научные руководители: доц. Наумейко И.В., проф. Сова А.В.

Харьковский национальный университет радиоэлектроники
(61166, Харьков, пр. Ленина, 14, каф. ПМ, тел. (057) 70-21-436)

E-mail: igor.naumejko@gmail.com, факс (057) 702-11-13)

Some generalizations of the known discrete maps of "logistical" type are considered. It was historically developed range for research in the dynamics of nonlinear systems that describe biological, ecological, human-machine and other determined objects with complex, chaotic dynamics of their behavior.

В работе рассмотрены некоторые обобщения известных дискретных отображений "логистического" типа. Это – исторически сложившийся полигон для исследования динамики нелинейных систем, описывающих биологические, экологические и человеко-машинные объекты со сложной динамикой поведения [1]. Работа инициирована статьей [2] Куракина П.В. и Малинецкого Г.Г.

Рассмотрена динамическая система, описываемая логистическим уравнением

$$x_{n+1} = a_n x_n (1 - x_n), \quad (1)$$

где a_n – не произвольный параметр, а меняющийся под действием внешних условий и в зависимости от состояния системы x_n по закону:

$$a_n = F(E_n), \quad E_{n+1} = E_n(1-d) + e \cdot f(E_n)g(\bar{x}_{n,T}), \quad (2)$$
$$\bar{x}_{n,T} = \frac{1}{T} \sum_{k=n-T+1}^n x_k$$

Здесь E_n играет роль энергии, и зависит от среднего состояния за время T . Таким образом, бифуркация является частью динамики системы.

Для значений параметров

$$F(E_n) = E_n, \quad f(x) = 1, \quad g(x) = x, \quad e = 0.05, \quad d = 0.01 \quad (3)$$

получены результаты, в основном, аналогичные [2], с учетом исправления ряда опечаток. В частности, динамика этноса по Л. Гумилеву получена при совсем других, чем в [2] параметрах (в широком диапазоне: $e > 1$, $x_0 = 0.01 - 0.5$). Это приводит не к полному вымиранию популяции, а к её стабилизации (Рис. 1).

Изменяя параметры в более широком диапазоне, чем в [2], были получены все возможные динамики – от вымирания популяции при диссипации $d=0.013$, до хаотического движения при $d=0.09$ (при достаточной энергии, определяемой обратной связью $e > 0.04$. Заметим, что при $e=0.06$

наблюдается переход от аperiodического движения к хаосу, минуя образование цикла (Рис.2, сверху – практически постоянная энергия системы, внизу – динамика популяции). При начальных условиях $a_0 = 3.6 - 3.7$ система сразу переходит в хаос, который затем подавляется и переходит в устойчивое периодическое движение.

■

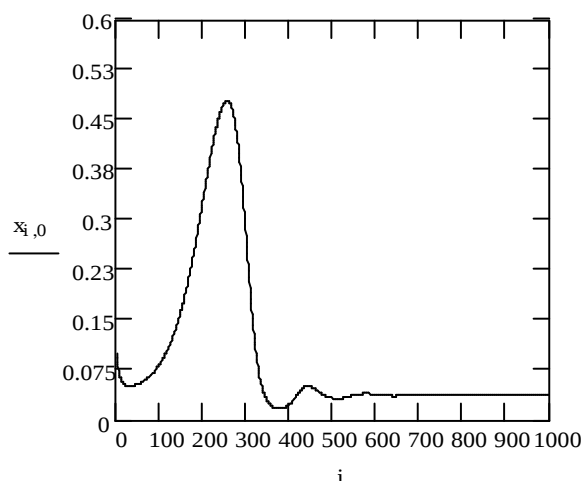


Рис.1

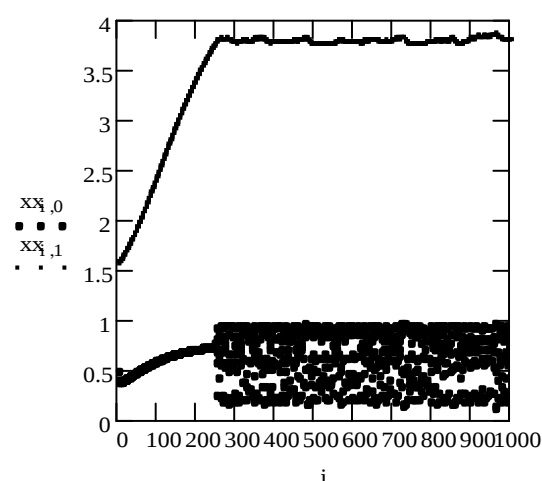


Рис.2

Хаос, связанный со «странными» аттракторами в человеко-машинных системах, является предвестником катастроф. Он служит теоретическим обоснованием методик применения аппаратных средств и вычислительных алгоритмов анализа систем с целью обеспечения экологической безопасности [1].

В [2] отмечено, что соотношение (2) с параметрами вида (3) эквивалентно второму уравнению дискретной системы Лотки-Вольтерра (для «хищников»).

В настоящее время авторами исследуются аналогичные явления в моделях математической биологии и экологии, описываемых нелинейными системами обыкновенных дифференциальных уравнений. Несмотря на двумерность фазового пространства, наличие возмущений правой части, или нестационарных краевых условий приводит к неавтономной системе, в которой уже возможны странные аттракторы.

Моделирование и численные эксперименты в MathCAD позволяют проследить появление странных аттракторов в системе.

Список литературы:

1. Полуэктов Р.А., Пых Ю.А., Швытов И.А. Динамические модели экологических систем.- Ленинград: Гидромет.изд. 1980, - 287с.
2. Куракин П.В., Малинецкий Г.Г. На пороге «субъективной синергетики» (Синергетика –2) // Синергетика. Труды семинара. Том 3. Материалы круглого стола « Самоорганизация и синергетика: идеи, подходы и перспективы» М.: Изд-во МГУ, 2000 – С.243-250