

УДК 519.6



О. М. Литвин, Л. С. Лобанова, Г. А. Мірошніченко

Українська інженерно-педагогічна академія, Харків, Україна
galina_ms2@mail.ru

ПРО ОДИН ПІДХІД ДО МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ В ЗАДАЧАХ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛІННЯ

Запропоновано новий метод знаходження наближеного розв'язку задачі Коші для систем лінійних звичайних диференціальних рівнянь. Розв'язок подається у вигляді лінійної комбінації елементів деякої системи лінійно-незалежних функцій. Невідомі сталі розкладу знаходяться з умови найкращого наближення правих частин диференціальних рівнянь системи (в нормі $L_2[0,1]$ та в нормі $W_2'[0,1]$) за допомогою вказаної системи лінійно-незалежних функцій. Наведено приклади.

ФУНКЦІОНАЛ, ЗАДАЧА КОШІ, СИСТЕМА ЛІНІЙНО-НЕЗАЛЕЖНИХ ФУНКЦІЙ

Вступ

Як відомо [1] математичне моделювання на даний час надає один із основних методів розв'язання задач природознавства, техніки та машинобудування, наприклад, при дослідженні оптимальних систем автоматичного управління тощо. Процес математичного моделювання будь-якого об'єкта складається з декількох взаємопов'язаних етапів: модель – алгоритм – програма (рис. 1).

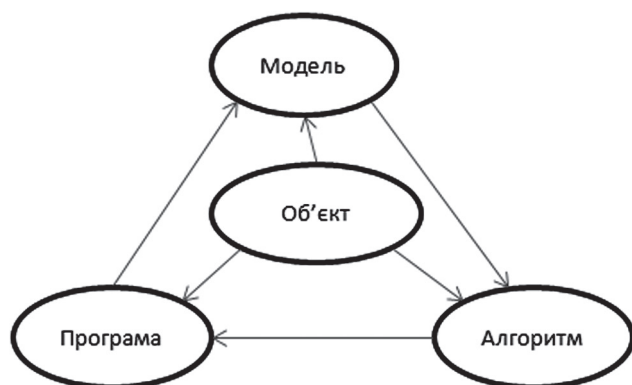


Рис. 1. Процес математичного моделювання об'єкта

В даній роботі на основі створеної моделі процесу здійснюються другий і третій етапи математичного моделювання згідно з запропонованим методом.

У роботах [2-4] досліджувалося наближення функцій класу $C[0,1]$ і класу $W_2^1[0,1]$ сплайнами першої степені. Зокрема, в роботі [4] доведено, що функції класу $W_2^1[0,1]$ можна наблизити сплайнами першого порядку в нормі $W_2^1[0,1]$ з оптимальним порядком точності на цьому класі. У роботах [5-8] було запропоновано і досліджено новий метод розв'язання задачі Коші для системи лінійних звичайних диференціальних рівнянь за допомогою сплайнів першої степені за умови, що праві частини системи наближалися сплайнами першої степені мінімізацією відповідної нев'язки в нормі $W_2^r[0,1]$, $r=0, r=1$.

У даній роботі вказаний метод узагальнюється на випадок, коли наближений розв'язок шукається

у вигляді лінійної комбінації деякої системи лінійно-незалежних функцій, що задовольняють однорідним умовам задачі Коші, і невідомі коефіцієнти вказаної лінійної комбінації знаходяться з умови найкращого наближення правих частин диференціальних рівнянь системи в нормі $W_2^r[0,1]$, $r=0,1$.

1. Постановка задачі

Задача полягає в розробці і дослідженні методу знаходження наближеного розв'язку задачі Коші для системи звичайних лінійних диференціальних рівнянь

$$\frac{d\vec{y}}{dx} = A\vec{y} + \vec{f}(x), \quad (1)$$

$$\vec{y}(0) = 0, \quad (2)$$

$$\vec{y} = \begin{pmatrix} y_1(x) \\ y_2(x) \\ \dots \\ y_n(x) \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} a_{11}(x) & a_{12}(x) & \dots & a_{1n}(x) \\ a_{21}(x) & a_{22}(x) & \dots & a_{2n}(x) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1}(x) & a_{n2}(x) & \dots & a_{nn}(x) \end{pmatrix}$$

у вигляді лінійної комбінації точних розв'язків задачі Коші (1) – (2) для вільних членів

$$\vec{\varphi}_k(x) = \frac{d\vec{\psi}_k(x)}{dx} - A\vec{\psi}_k(x),$$

де $\vec{\psi}_k(x)$ – система довільних лінійно-незалежних вектор-функцій, що задовольняють умову $\vec{\psi}_k(0) = 0$, $k=1,2,\dots$. Наводяться приклади. Аналіз результатів обчислювального експерименту свідчить про високу точність наближення, отриманого запропонованим методом.

2. Алгоритм методу та основні твердження

Алгоритм розв'язання задачі Коші для системи звичайних лінійних диференціальних рівнянь (1) – (2) згідно з методом, що пропонується, полягає в наступному:

– вибір системи $\{\vec{\psi}_1(x), \dots, \vec{\psi}_N(x)\}$ лінійно-незалежних вектор-функцій, які задовольняють умові

$$\vec{\psi}_k(0) = 0; \quad \frac{d\vec{\psi}_k(x)}{dx} - A\vec{\psi}_k(x) = \vec{\varphi}_k(x) \neq 0, \quad k = \overline{1, N}, \quad (3)$$

- представлення невідомого розв'язку задачі (1)
- (2) у вигляді

$$y_{i,N}(x) = \sum_{\ell=1}^N C_{i,\ell} \psi_{\ell,i}(x), \quad i = \overline{1,n}, \quad (4)$$

– знаходження невідомих сталих $C_{i,\ell}$, $i = \overline{1,n}$, $\ell = \overline{1,N}$ з умови найкращого наближення вільних членів $f_i(x)$, $i = \overline{1,n}$ диференціальних рівнянь системи в нормі $\|u\|_2 = \left(\int_0^1 u^2(x) dx \right)^{1/2}$ або в нормі простору $W_2^1[0,1] = \left\{ u(x) : \sum_{s=0}^1 \|u^{(s)}\|_2^2 < \infty \right\}$.

У загальному випадку вказані умови мають вигляд

$$\begin{aligned} J_r(C) = \int_0^1 \sum_{i=1}^n \left(f_i(x) - \sum_{\ell=1}^N \left(C_{i,\ell} \frac{d\psi_{\ell,i}(x)}{dx} - \sum_{k=1}^n a_{i,k}(x) C_{k,\ell} \psi_{\ell,k}(x) \right) \right)^2 dx \rightarrow \min_C, \quad r=0, \\ J_r(C) = \int_0^1 \sum_{i=1}^n \sum_{s=0}^r \left(f_i^{(s)}(x) - \sum_{\ell=1}^N \left(C_{i,\ell} \frac{d\psi_{\ell,i}(x)}{dx} - \sum_{k=1}^n a_{i,k}(x) C_{k,\ell} \psi_{\ell,k}(x) \right)^{(s)} \right)^2 dx \rightarrow \min_C, \quad r=1. \end{aligned} \quad (5)$$

Використовуючи необхідну умову екстремуму функції багатьох змінних, для визначення коефіцієнтів $C_{k,\ell}$ ($k = \overline{1,n}$; $\ell = \overline{1,N}$) розкладання наближеного розв'язку по системі функцій $\psi_{\ell,k}(x)$ отримуємо систему лінійних алгебраїчних рівнянь

$$\begin{aligned} \frac{\partial J_0(C)}{\partial C_{j,p}} = 2 \int_0^1 \left\{ \sum_{i=1}^n \left(f_i(x) - \sum_{\ell=1}^N C_{i,\ell} \frac{d\psi_{\ell,i}(x)}{dx} - \sum_{k=1}^n a_{i,k}(x) C_{k,\ell} \psi_{\ell,k}(x) \right) \times \right. \\ \left. \times \left(-\frac{d}{dx} \psi_{j,p}(x) \cdot \delta_{i,j} + a_{i,j}(x) \psi_{j,p}(x) \right) \right\} dx = 0, \\ j = \overline{1,n}, p = \overline{1,N}, \\ \frac{\partial J_1(C)}{\partial C_{j,p}} = 2 \int_0^1 \left\{ \sum_{i=1}^n \sum_{s=0}^1 \left(f_i^{(s)}(x) - \sum_{\ell=1}^N \left(C_{i,\ell} \frac{d\psi_{\ell,i}(x)}{dx} - \sum_{k=1}^n a_{i,k}(x) C_{k,\ell} \psi_{\ell,k}(x) \right)^{(s)} \right) \cdot \right. \\ \left. \cdot \left(-\psi_{j,p}^{(s+1)}(x) \cdot \delta_{i,j} + a_{i,j}^{(s)}(x) \psi_{j,p}(x) \delta_{s,1} + a_{i,j}(x) \psi_{j,p}^{(s)}(x) \right) \right\} dx = 0, \\ j = \overline{1,n}, p = \overline{1,N}; \quad \delta_{i,j} = \begin{cases} 1, & i=j \\ 0, & i \neq j \end{cases}. \end{aligned}$$

Більш докладно, ця система має вигляд

$$\begin{aligned} \int_0^1 \sum_{i=1}^n \sum_{s=0}^1 \sum_{\ell=1}^N \left(C_{i,\ell} \psi_{i,\ell}^{(s+1)}(x) - \sum_{k=1}^n C_{k,\ell} (a_{i,k}(x) \psi_{k,\ell}(x))^{(s)} \right) \times \\ \times \left(-\psi_{j,p}^{(s+1)}(x) \cdot \delta_{i,j} + a_{i,j}(x) \psi_{j,p}^{(s)}(x) \right) dx = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} = \int_0^1 \sum_{i=1}^n \sum_{s=0}^1 f_i^{(s)}(x) \left(-\psi_{j,p}^{(s+1)}(x) \cdot \delta_{i,j} + \right. \\ \left. + a_{i,j}^{(s)}(x) \psi_{j,p}(x) \delta_{s,1} + a_{i,j}(x) \psi_{j,p}^{(s)}(x) \right) dx, \quad (6) \\ j = \overline{1,n}; p = \overline{1,N}. \end{aligned}$$

Твердження 1. Наближений розв'язок

$$y_{i,N}(x) = \sum_{\ell=1}^N C_{i,\ell} \psi_{i,\ell}(x), \quad i = \overline{1,n}$$

має наступні властивості:

а) точно задовольняє початковій умові (2) задачі Коші;

б) точно задовольняє системі диференціальних рівнянь

$$\frac{dy_{i,N}(x)}{dx} - \sum_{k=1}^n a_{i,k}(x) y_{k,N}(x) = f_{i,N}(x), \quad i = \overline{1,n}, \quad (7)$$

де

$$f_{i,N}(x) = \sum_{\ell=1}^N \left(C_{i,\ell} \frac{d}{dx} \psi_{i,\ell} - \sum_{k=1}^n a_{i,k} C_{k,\ell} \psi_{k,\ell} \right), \quad i = \overline{1,n} \quad (8)$$

і функції $f_{i,N}(x)$ є найкращими наближеннями в нормі $W_2^r[0,1]$ до $f_i(x)$, $i = \overline{1,n}$. Доведення твердження 1 отримується безпосередньою перевіркою виконання (7), (8).

Наведене твердження представляє новий метод розв'язання задачі (1)–(2), який полягає у тому, що її точний розв'язок пропонується наближати точними розв'язками системи (7) при нульових початкових умовах і не рівних нулю правих частинах.

Твердження 2. Припустимо, що коефіцієнти, праві частини і розв'язок системи (1)

$$y_i(x) \in C^\infty(R), a_{ij}(x) \in C^\infty(R), f_i(x) \in C^\infty(R),$$

$$i, j = \overline{1,n}$$

є аналітичними функціями. Якщо постійні

$$C_{k,\ell} \quad (k = \overline{1,n}, \ell = \overline{1,N})$$

знаходяться з умови

$$J_1(C) = \int_0^1 \sum_{k=1}^n \sum_{s=0}^1 \left[f_k^{(s)}(x) - f_{k,N}^{(s)}(x) \right]^2 dx \rightarrow \min_C,$$

то у випадку $\psi_{k,\ell}(x) = x^\ell$, $\ell = 0, 1, 2, \dots$ виконуються наступні граничні співвідношення

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \max_{1 \leq k \leq n} \max_{0 \leq x \leq 1} \left\{ |f_k(x) - f_{k,N}(x)|, |f_k'(x) - f_{k,N}'(x)| \right\} = 0,$$

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \max_{0 \leq x \leq 1} |y_k(x) - y_{k,N}(x)| = 0, \quad k = \overline{1,n}.$$

Наведені приклади підтверджують викладене.

3. Результати обчислювального експерименту

Наведемо чисельні приклади, що ілюструють застосування запропонованого методу до розв'язання задачі Коші для систем звичайних лінійних диференціальних рівнянь. Відзначимо, що у всіх наведених прикладах невідомі постійні знаходилися з умови якнайкращого наближення правих частин диференціальних рівнянь системи в нормах простору $L_2[0,1]$ і $W_2^r[0,1]$, $r \in \{0,1\}$. Наближений розв'язок знаходився на відрізку $[0,1]$.

Максимальна похибка наближення до точного розв'язку δ_1 визначалася для випадку, коли постійні в (4) знаходилися з умови найкращого наближення правих частин $f_i(x)$, $i = \overline{1, n}$ виразами

$$\sum_{l=1}^N \left(C_{i,l} \frac{d}{dx} \Psi_{l,i}(x) - \sum_{k=1}^n a_{i,k} C_{k,l} \Psi_{l,k}(x) \right), i = \overline{1, n}$$

$$\text{у нормі } \|u\|_2 = \left(\int_0^1 u^2(x) dx \right)^{\frac{1}{2}}.$$

Максимальна похибка наближення до точного розв'язку δ_2 визначалася для випадку, коли постійні в (4) знаходилися з умови найкращого наближення правих частин $f_i(x)$, $i = \overline{1, n}$ і їх похідних $\frac{df_i(x)}{dx}$, $i = \overline{1, n}$ відповідно виразами

$$\sum_{l=1}^N \left(C_{i,l} \frac{d}{dx} \Psi_{l,i}(x) - \sum_{k=1}^n a_{i,k} C_{k,l} \Psi_{l,k}(x) \right), i = \overline{1, n},$$

$$\frac{d}{dx} \sum_{l=1}^N \left(C_{i,l} \frac{d \Psi_{l,i}(x)}{dx} - \sum_{k=1}^n a_{i,k}(x) C_{k,l} \Psi_{l,k}(x) \right), i = \overline{1, n}$$

$$\text{у нормі простору } W_2^1[0,1] = \left\{ u(x) : \sum_{s=0}^1 \|u^{(s)}\|_2^2 < \infty \right\}.$$

Максимальна похибка наближення до точного розв'язку δ_3 визначалася для випадку, коли розв'язок задачі знаходили методом Рунге-Кутта з кроком h .

Приклад 1. Знайдемо запропонованим методом наближений розв'язок задачі

$$y' - 2y = 6x \cos 6x + (1 - 2x) \sin 6x, \quad y(0) = 0$$

Її точний розв'язок $y(x) = x \sin 6x$.

Для розв'язання цієї задачі було обрано систему $\Psi_{k,i}(x) = x^k$, $i = 1, 2$; $k = 1, 2, \dots$

При $N = 10$ похибка наближення до точного розв'язку дорівнювала $7,6066 \cdot 10^{-6}$ для випадку, коли коефіцієнти $C_{i,\ell}$, $\ell = \overline{1, N}$, $i = \overline{1, 2}$ знаходилися з умови найкращого наближення правої частини в нормі $L_2[0,1]$ і $4,4924 \cdot 10^{-6}$ в нормі $W_2^1[0,1]$.

Похибка розв'язку, отриманого методом Рунге-Кутта при $h = 0.04$ склала $3,5974 \cdot 10^{-6}$.

Графіки точного $y_t(x)$ і наближеного $y_N(x)$ розв'язків задачі прикладу 1 наведені на рис. 2.

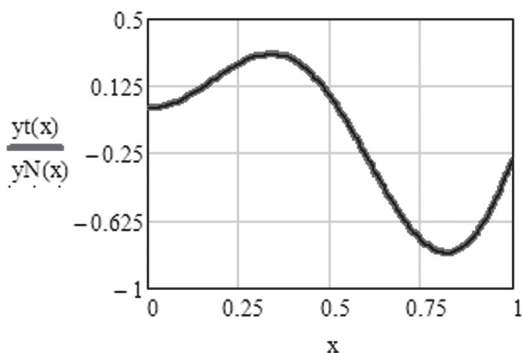


Рис. 2 Графіки точного $y_t(x)$ і наближеного $y_N(x)$ розв'язків задачі прикладу 1

Приклад 2. Запропонованим методом знаходився наближений розв'язок задачі

$$\begin{cases} y_1' = x^2 y_1 + x^3 y_2 + f_1(x) \\ y_2' = x y_1 + x^2 y_2 + f_2(x), \end{cases} \quad y_1(0) = 0, y_2(0) = 0,$$

точний розв'язок якої

$$y_1(x) = 10x^2 e^{-4x},$$

$$y_2(x) = 5x e^{-4x}.$$

Максимальне відхилення наближеного розв'язку при $N = 10$ від точного складає відповідно $8,0537 \cdot 10^{-3}$ для $y_1(x)$ і $5,6677 \cdot 10^{-6}$ для $y_2(x)$ з умови найкращого наближення правої частини в нормі $L_2[0,1]$ і відповідно $1,1228 \cdot 10^{-5}$ для $y_1(x)$ і $3,0246 \cdot 10^{-7}$ для $y_2(x)$ в нормі $W_2^1[0,1]$.

Максимальне відхилення наближеного розв'язку, отриманого методом Рунге-Кутта при $h = 0,04$ від точного розв'язку складає відповідно $2,148 \cdot 10^{-6}$ і $9,1988 \cdot 10^{-7}$.

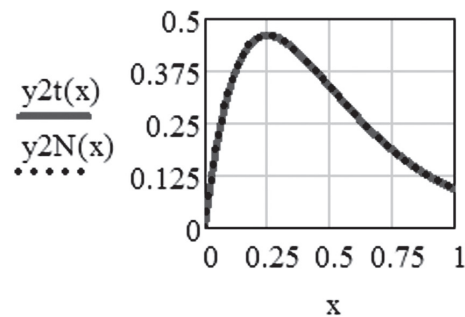
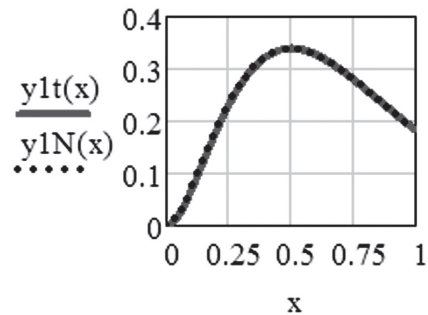


Рис. 3. Графіки точних $y_{1t}(x)$, $y_{2t}(x)$ і наближених $y_{1,N}(x)$, $y_{2,N}(x)$ розв'язків задачі прикладу 2

Приклад 3. В цьому прикладі розглядалася задача

$$\begin{cases} y_1' = \frac{1}{1+x} y_1 + 2y_2 + 2 - e^{-x} \sin x - \frac{e^{-x} \sin x}{x+1} - e^{-x} \cos x \\ y_2' = 4y_1 + \frac{1}{1+x^2} y_2 - \frac{e^{-x} \cos x - 1}{x^2 + 1} - e^{-x} \cos x - 5e^{-x} \sin x \end{cases}$$

$$y_1(0) = 0, y_2(0) = 0,$$

з точним розв'язком

$$y_1(x) = e^{-x} \sin x$$

$$y_2(x) = e^{-x} \cos x - 1.$$

Для розв'язання цієї задачі було вибрано таку ж систему лінійно-незалежних функцій, як і в попередніх прикладах.

Максимальне відхилення наближеного розв'язку при $N=8$ від точного складає відповідно $1,4632 \cdot 10^{-6}$ для $y_1(x)$ і $1,4784 \cdot 10^{-8}$ для $y_2(x)$ з умови найкращого наближення правої частини в нормі $L_2[0,1]$ і відповідно $8,8218 \cdot 10^{-10}$ для $y_1(x)$ і $1,3802 \cdot 10^{-9}$ для $y_2(x)$ в нормі $W_2'[0,1]$.

Максимальне відхилення наближеного розв'язку, отриманого методом Рунге-Кутта при $h=0,005$ від точного розв'язку складає відповідно $2,5284 \cdot 10^{-9}$ і $3,6477 \cdot 10^{-9}$.

Графіки точних $y_{1t}(x), y_{2t}(x)$ і наближених $y_{1,N}(x), y_{2,N}(x)$ розв'язків задачі прикладу 3 наведено на рис. 4.

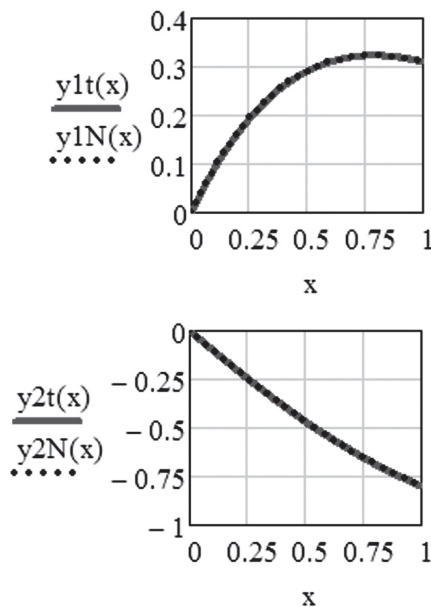


Рис. 4. Графіки точних $y_{1t}(x), y_{2t}(x)$ і наближених $y_{1,N}(x), y_{2,N}(x)$ розв'язків задачі прикладу 3

Перспективи подальших досліджень. В наступних публікаціях автори планують викласти узагальнення запропонованого методу на випадок розв'язання задачі оптимального управління для системи диференціальних рівнянь з управлінням.

Висновки

Запропонований метод побудови наближених розв'язків задачі Коші для систем звичайних лінійних диференціальних рівнянь

$$\frac{d\vec{y}}{dx} = A\vec{y} + \vec{f}(x), \quad 0 < x < 1,$$

згідно з яким компоненти $y_k(x), k = \overline{1, n}$ розв'язку представляються у вигляді лінійної комбінації елементів деякої системи лінійно-незалежних функцій $\psi_{i,k}(x), k = 0, 1, \dots, N, i = 1, \dots, n$, що задовольняють однорідним початковим умовам задачі Коші. Коефіцієнти розкладання знаходяться з умови найкращого наближення в нормах $W_2^1[0,1]$ і $L_2[0,1]$ правих частин $f_i(x), i = \overline{1, n}$ даної системи.

Аналіз результатів обчислювального експерименту показав, що:

1) якщо праві частини є поліномами змінної x , то для знаходження наближеного розв'язку системи з постійними коефіцієнтами вибір базисних функцій $\psi_{i,k}(x) = x^k$ дає експоненціальну точність;

2) якщо система диференціальних рівнянь загального вигляду, тобто із змінними коефіцієнтами, то вибір базисних функцій $\psi_{i,k}(x)$ відповідно до запропонованого методу може бути здійснений оптимально;

3) якщо базисні функції вибираються різними для різних компонент $y_1(x), \dots, y_n(x)$, то можна одержати точний розв'язок для правих частин, які є деяким наближенням заданим правим частинам;

4) одна з основних переваг цього методу полягає у тому, що ми в результаті одержуємо розв'язок в аналітичному вигляді;

5) в такому вигляді, який викладено в даній роботі, метод можна використовувати тільки для розв'язання задачі Коші для систем ЛДР, проте є можливість його узагальнення на випадок задачі Коші для нелінійних систем;

6) приклади ілюструють високу точність наближених розв'язків, одержаних запропонованим методом;

7) наведені приклади свідчать, що точність наближення залежить від властивостей розв'язку: вона більша, якщо розв'язок є монотонним на відрізку $[0,1]$ в порівнянні з розв'язком, характер поведінки якого на цьому відрізку змінюється з монотонного зростання на монотонне спадання і навпаки.

Список літератури: 1. Самарский А.А. Математическое моделирование / Самарский А.А., Михайлов А.П. // Идеи. Методы. Примеры — 2-е изд., испр. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. — 320 с. 2. Корнейчук Н.П. Сплайны в теории приближения / Н.П. Корнейчук. — М: Наука, 1984. — 352 с. 3. Завьялов Ю.С. Методы сплайн — функций / Б.И. Квасов, В.Л. Мирошниченко. М.: Наука, 1980. — 350 с. 4. Литвин О.М. Про оцінку похибки наближення диференціальних функцій лінійними сплайнами в нормі $W_2^1(I), I=[0,1]$. // Доповіді НАН України. Математика, природознавство, технічні науки. — 2005. — №7. — С. 22-26. 5. Литвин О.М. Про використання апроксимаційних сплайнів до розв'язання задачі управління системою лінійних звичайних диференціальних рівнянь / О.М. Литвин, Л.С. Лобанова, Г.А. Мірошниченко // Журнал обчислювальної та прикладної математики. — 2011. — № 3(106). — С. 105-113. 6. Литвин О.М. Деякі аспекти чисельної реалізації наближеного розв'язання задачі управління системою лінійних звичайних диференціальних рівнянь / О.М. Литвин, Л.С. Лобанова, Г.А. Мірошниченко // Сучасні проблеми математичного моделювання, прогнозування та оптимізації: зб. наук. ін. за матеріалами четвертої міжнародної наукової конференції — Кам'янець-Подільський: Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка, 2010. — С. 129-136. 7. Литвин О.М. Про один новий варіаційний метод розв'язання задач оптимального управління системами звичайних диференціальних рівнянь

/Литвин О.М., Лобанова Л.С., Мірошніченко Г.А. // Матеріали II Всеукраїнської науково-практичної конференції "Інформатика та системні науки" ІСН-2011— Полтава : РВВ ПУЕТ, 2011. — С.347-350. **8.** Литвин О.М. Чисельне дослідження нового варіаційного методу розв'язання задач оптимального управління системами звичайних диференціальних рівнянь / Литвин О.М., Лобанова Л.С., Мірошніченко Г.А. // 17 міжнародна конференція з автоматичного управління "Автоматика — 2010". Тези доповідей. Том 1. — Харків: ХНУРЕ, 2010. — С.54-56.

Надійшла до редколегії 11.06.2014

УДК 519.6

Об одном подходе к математическому моделированию в задачах оптимального управления / О. М. Литвин, Л. С. Лобанова, Г. А. Мірошніченко // Бионика интеллекта: научн.-техн. журнал. — 2014. — № 2 (83). — С. 74–78.

Рассматривается новый метод нахождения приближенного решения задачи Коши для систем линейных обыкновенных дифференциальных уравнений, основанный на представлении решения задачи Коши в виде линейной комбинации элементов некоторой системы линейно-независимых функций. Постоянные

разложения находятся из условия наилучшего приближения правых частей дифференциальных уравнений системы и (возможно) их производных с помощью указанной системы линейно-независимых функций. Результаты вычислительного эксперимента показывают высокую точность приближения.

Ил.: 4. Библиогр.: 8 назв.

UDK 519.6

About one approach to the mathematical modeling of optimal control problems O. M. Lytvyn, L. S. Lobanova, H. A. Mirochnyshenko // Bionics of Intelligence: Sci. Mag. — 2014. — № 1 (82). — P. 74–78.

A new method of finding an approximate solution of the Cauchy problem for systems of linear ordinary differential equations based on the representation of Cauchy problem solution as a linear combination of elements of a system of linearly independent functions is considered. Constant expansions are found from the condition of the best approximation of right sides of differential equations of the system and (possibly) their derivatives using said system of linear-independent functions. Results of computational experiments show high accuracy of the approximation.

Fig.: 4. Ref.: 8 items.