

УДК 621.396.6

Поповский Владимир Владимирович, д.т.н. (Харьковский национальный университет радиоэлектроники, +380 (67) 707 24 00, tkc2006@ukr.net)

Волотка Вадим Сергеевич, (Харьковский национальный университет радиоэлектроники, +380 (95) 927 32 66, vadim_pirogov@ukr.net)

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НАДЕЖНОСТИ ИНФОКОММУНИКАЦИОННЫХ СЕТЕЙ

Поповський В.В., Волотка В.С. Математичне моделювання надійності інфокомунікаційних мереж. Модель інформаційно-комунікаційної системи представлена у вигляді 4-х основних станів: справному та несправному, кожен з яких може бути в робочому та черговому режимах. Основний об'єкт аналізу - відмова та відповідні параметри: середній час безвідмовної роботи, коефіцієнт готовності, ймовірність надійності, ймовірність живучості, середній сумарний ризик імовірності відмови.

Ключові слова - інфокомунікаційна система, надійність, коефіцієнт готовності, відмова.

Поповский В.В., Волотка В.С. Математическое моделирование надёжности инфокоммуникационных сетей. Модель информационно-коммуникационной системы представлена в виде 4-х основных состояний: исправном и неисправном, каждый из которых может быть в рабочем и дежурном режимах. Основной объект анализа – отказ и соответствующие параметры: среднее время безотказной работы, коэффициент готовности, вероятность надёжности, вероятность живучести, средний суммарный риск вероятности отказа.

Ключевые слова - инфокоммуникационная система, надёжность, коэффициент готовности, отказ.

Popovskyy V.V., Volotka V.S. Mathematical Modeling for Reliability of Infocommunication Networks. A model of information and communication system is presented in the form of 4 main states: serviceable and unserviceable, each of them may be both in operative and standby modes. The main object of analysis is failure and appropriate parameters: mean time between failures, availability coefficient, reliability probability, probability of survivability, an average total risk of failure probability.

Keywords - infocommunication system; reliability; availability coefficient; failure.

Введение.

С понятием надёжности любой целенаправленной системы связаны такие свойства элементов, блоков, сетей и систем в целом как безотказность, долговечность, ремонтпригодность, сохраняемость [1,2]. Центральным же объектом внимания является отказ. Следует различать методы обеспечения надёжности на этапах проектирования и планирования использования и на этапе функционирования. Если на первом этапе высокой надёжности добиваются за счёт производственных технологий, соответствующих методов построения надёжных режимов и структур, то на этапе функционирования обычно имеют дело с готовыми структурами. Высокой надёжности в этом случае добиваются за счёт мониторинга текущих режимов и состояния элементов сети с последующим реагированием на факт отказа.

На основании модели массового обслуживания построим граф состояний информационно-коммуникационной системы (ИКС) и определим связанные с ней коэффициенты готовности и время безотказной работы. Проведём анализ надёжности и

дадим рекомендации по дальнейшему совершенствованию модели с использованием теории риска.

Анализ состояний надёжности ИКС.

В ИКС, как и в любых сложных управляемых системах, возможны различные факторы, непосредственно вызывающие отказ или сбой. К числу таких факторов следует отнести:

- появление неисправности сетевых элементов или соединительных линий;
- перегрузка сети, несоответствие параметров трафика;
- ошибки действия операторов и абонентов;
- сбои комплекса управляющих программ.

Надёжность является вероятностной характеристикой и определяется следующими параметрами: p_c – вероятность надёжности, T_o – среднее время безотказной работы, K_r – коэффициент готовности [1,2].

С точки зрения надёжности ИКС может находиться в одном из 4-х состояний (рис. 1).

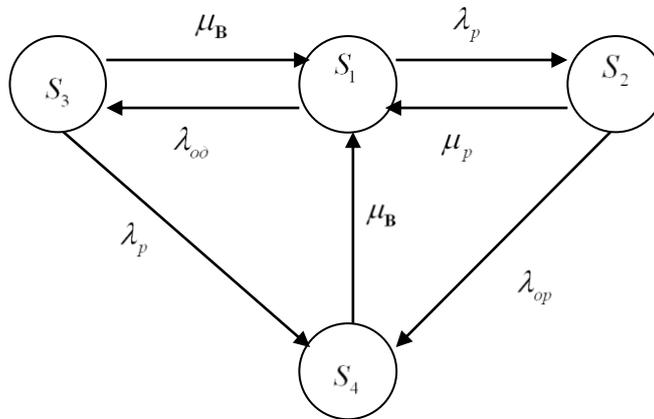


Рис. 1. Вероятностный граф состояний системы

Данные состояния имеют следующие содержания [3]:

- S_1 – система исправна, функционирует в дежурном режиме;
- S_2 – система исправна, функционирует в рабочем режиме;
- S_3 – система неисправна, функционирует в дежурном режиме;
- S_4 – система неисправна, функционирует в рабочем режиме.

Дуги соответствуют следующим интенсивностям переходов:

λ_p, μ_p – интенсивность соответственно поступления и обработки информационных блоков (пакетов);

$\lambda_{oo}, \lambda_{op}$ – интенсивность отказов соответственно в дежурном и рабочих режимах;

μ_B – интенсивность восстановления системы после отказа.

Для каждой из вероятностей состояний могут быть указаны вероятности зависимостей от времени функционирования [1]:

$$\begin{cases} \frac{dp_1}{dt} = -\lambda_p + \lambda_{oo} p_1 + \mu_p p_2 + \mu_B p_3 + \mu_B p_4 ; \\ \frac{dp_2}{dt} = -\lambda_{op} + \mu_p p_2 + \lambda_p p_1 ; \\ \frac{dp_3}{dt} = -\lambda_p + \mu_B p_3 + \lambda_{oo} p_1 ; \\ \frac{dp_4}{dt} = -\mu_B p_4 + \lambda_{op} p_2 + \lambda_p p_3 , \end{cases} \quad (1)$$

где $p_i t$ – динамика изменения вероятностей нахождения системы в состоянии S_i .

Данные состояния между собой связаны. Так вероятность отказа $p_o t = p_3 t + p_4 t$, а вероятность безотказной работы – $p_o t = p_1 t + p_2 t$. При переходе из состояния S_1 в состояние S_3 происходит физический отказ, а при переходах из состояний S_3 и S_2 в состояние S_4 – функциональный отказ, сопровождающийся частичной потерей работоспособности ИКС.

Решение системы дифференциальных уравнений (1) возможно с использованием прямого и обратного преобразований Лапласа [1,4]. Вместе с тем, получение оригиналов с помощью обратного преобразования является достаточно громоздкой задачей. Поэтому на практике систему (1) используют в статическом режиме при $dp_i t / dt = 0$. Получаемая при этом система алгебраических уравнений позволяет находить соотношения между средними значениями.

Так среднее время безотказной работы T_o (в предположении $\mu_B = 0$):

$$T_o = \frac{\lambda_p + \mu_p + \lambda_{op}}{\lambda_{op}\lambda_p + \lambda_{oo}\lambda_{op} + \lambda_{oo}\mu_p}.$$

На рис. 2 представлен график $T_o \rho$, где $\rho = \lambda_p / \mu_p$ – производительность системы.

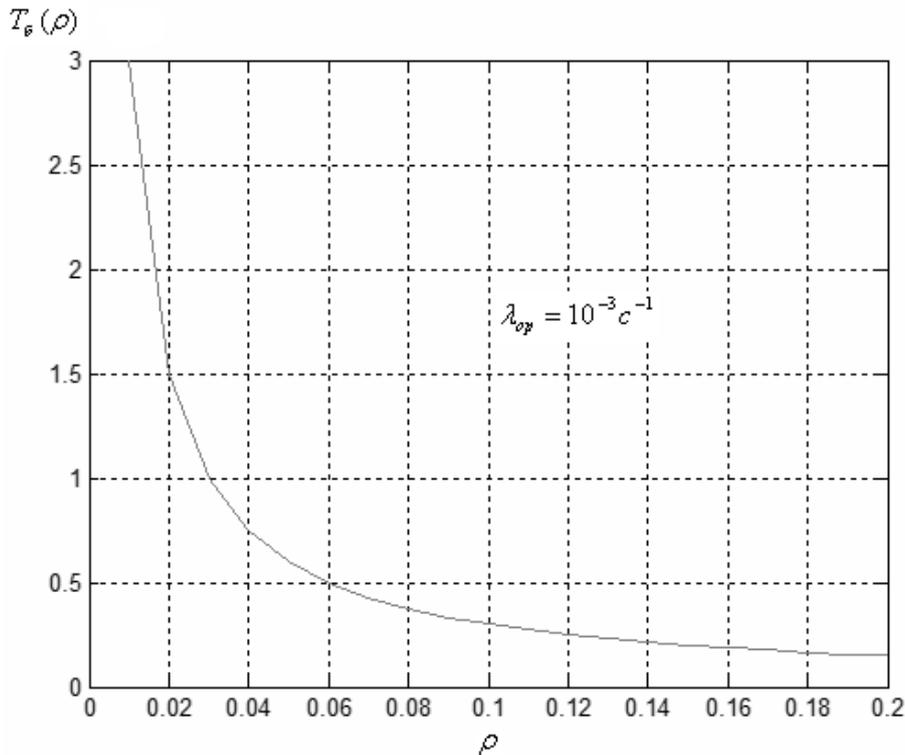


Рис. 2. График среднего времени безотказной работы (наработки на отказ)

С использованием среднего времени восстановления можно определить другое важное значение надёжности – коэффициент K_r :

$$K_r = T_o / T_o + T_B,$$

где T_o – среднее время наработки на отказ;

T_B – среднее время восстановления системы после выхода её из строя. T_o в свою очередь состоит из средних времён: диагностирования T_o , ожидания $T_{ож}$, переключения $T_{п}$, резервирования $T_{рез}$. Таким образом:

$$K_r = T_o / T_o + T_o + T_{ож} + T_{п} + T_{рез}.$$

График $K_{\Gamma} \mu_B$ представлен на рис. 3.

Для расчётов устойчивости системы часто используют другую вероятностную характеристику – вероятность устойчивости системы:

$$P_y = K_{\Gamma} \cdot P_{\text{ж}},$$

где $P_{\text{ж}} = 1 - P_{\text{пор}}$ – вероятность живучести, определяемая как дополнение к вероятности поражения $P_{\text{пор}}$.

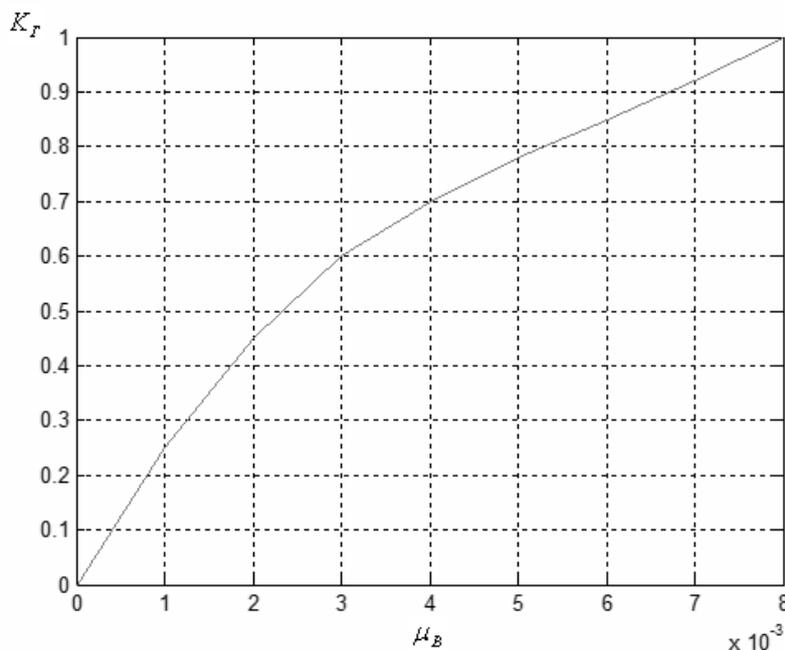


Рис. 3. Зависимость коэффициента готовности от интенсивности восстановления

Из графика следует, что коэффициент готовности возрастает по мере увеличения интенсивности восстановления.

Априорная оценка устойчивости, а соответственно и надёжности, может быть определена степенью риска, с которой принимается вероятность того или иного состояния. Размер среднего суммарного риска может быть определён по следующей формуле [4]:

$$R = \sum_{i=1}^{\mu} P S_i W S_i, \quad \sum_{i=1}^{\mu} P S_i = 1, \quad (2)$$

где $P S_i$ – вероятность, определяемая из (1);

$W S_i$ – весовой коэффициент, риск принятия того или иного состояния $S_i, i=1,2,3,4$.

Уровень риска (2) может быть использован для сопоставления качества различных систем.

На практике использование теории риска в многомерных задачах (2) представляется достаточно неопределённой в первую очередь из-за субъективизма назначения весовых коэффициентов $W S_i$, которые обычно назначают лица, принимающие решения. Значения $P S_i$ достаточно точно можно определить исходя из априорных данных о надёжности отдельных сетевых элементов.

В данном случае целесообразно поступить аналогично с решением задачи многокритериальной оптимизации. Основным моментом в решении задачи (2) является построение множества Парето (МП). Это множество определяется следующим образом [5]: точка $W^* S$ принадлежит данному множеству, если нельзя найти такую точку $W^{**} S$, в которой, по крайней мере, для одного значения i выполняются неравенства:

$$R_i W^{**} < R_i W^* \quad \text{для всех } i = 1, 2, \dots, n.$$

Среди известных методов решения известны такие как [5]:

- метод усредненного критерия;
- метод свертки Гермеера;
- метод E-ограничений.

Результаты.

С использованием модели состояний вероятностей графовой модели ИКС предлагается методика её анализа надёжности в терминах коэффициента готовности и времени безотказной работы.

Результаты полученного анализа совпадают с логикой состояний по надёжности системы, сама же методика даёт возможность получить параметры надёжности системы, как в стационарном, так и в динамическом режимах функционирования. В тоже время более информативной моделью ИКС в динамическом режиме оказывается система дифференциальных уравнений, полученная относительно состояния отдельных элементов сети [6,7]. Большая информативность такого представления объясняется тем, что здесь рассматривается динамика самого состояния, а не только его характеристики – вероятности.

Выводы:

1. Представлена достаточно общая математическая модель вероятностей состояний инфокоммуникационной системы.

2. Полученные аналитические зависимости традиционных параметров надёжности системы связаны с традиционными параметрами методов массового обслуживания.

Даются рекомендации по дальнейшему совершенствованию математической модели с использованием теории риска.

Литература:

1. Клейнрок Л. Теория массового обслуживания / Л. Клейнрок. – М.: Машиностроение, 1979. – 432 с.

2. Половко А.М. Основы теории надёжности / А.М. Половко, С.В. Туров. – СПб.: БХВ – Петербург, 2006. – 704 с.

3. Самойленко А.П. Интегральная модель надёжности функционирования узла телекоммуникационной сети / А.П. Самойленко, Д.Е. Рудь // Телекоммуникации. – 2013. – №7. – С. 23-30.

4. Королев В.Ю. Математические основы теории риска / В.Ю. Королев, В.Е. Бенинг, С.Я. Шоргин. – М.: Физматлит, 2011. – 591 с.

5. Полищук Л.И. Анализ многокритериальных экономико-математических моделей / Л.И. Полищук. – Новосибирск. Наука, 1989. – 484 с.

6. Поповский В.В. Методы самодиагностирования / В.В. Поповский, В.С. Волотка // Тезисы докладов Международной научно-технической конференции «Анализ и синтез сложных систем в природе и технике». – Воронеж: 2013. – С. 45-51.

7. Поповский В.В. Методы анализа динамических структур телекоммуникационных систем / В.В. Поповский, В.С. Волотка // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. – 2013. – №5/2(65). – С. 18-22.