

РАЗРАБОТКА ИНФОРМАЦИОННОЙ ПОДСИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ВОЗДУШНЫМ ТРАНСПОРТОМ

ГВОЗДИНСКИЙ А.Н., ГОЛЬЦЕВ Е.А.

Исследуются алгоритмы, с помощью которых возможно решить задачи составления оптимального количества задействованного транспорта и перечня выполнения рейсов самолетов, для минимизации времени выполнения полного цикла полетов.

1. Введение

Состояние проблемы. Под названием “транспортная задача” объединяется широкий круг задач с единой математической моделью. Данные задачи относятся к задачам линейного программирования и могут быть решены симплексным методом. Однако матрица системы ограничений транспортной задачи настолько своеобразна, что для ее решения разработаны специальные методы. Эти методы, как и симплексный метод, позволяют найти начальное опорное решение, а затем, улучшая его, получить оптимальное решение.

В общей постановке транспортная задача состоит в отыскании оптимального плана перевозок некоторого однородного груза с баз потребителей.

Различают два типа транспортных задач: по критерию стоимости (план перевозок оптимален, если достигнут минимум затрат на его реализацию) и по критерию времени (план оптимален, если на его реализацию затрачивается минимум времени).

Многие важные модели линейного программирования часто содержат тысячи операций (переменных) и сотни ограничений, в связи с чем применение эффективных алгоритмов становится не только выгодным, но и просто необходимым. Например, составление сложного комплекса технологических работ, выполнение крупных деталей оборудования, системы связи.

Транспортная задача – это один из первых примеров оптимизации на линейных сетях. В настоящее время эта задача стала типовой для промышленных фирм, имеющих несколько предприятий, складов, рынков сбыта и оптовых баз. Модель применяется главным образом при решении плановых задач. В этом случае стратегические решения сводятся к выбору транспортных маршрутов, по которым продукция различных предприятий доставляется на несколько складов или в различные конечные пункты назначения.

Актуальность рассмотренной задачи состоит в том, что в наше время составление расписания очень важно, как его правильность, так и количество задействованного транспорта (ресурсов) при его выполнении. Очень актуальным является вопрос о составлении оптимального плана (расписания) с точки зрения минимизации времени простоя (отдыха) ресурсов и использования оптимального их количества.

Сущность исследования заключается в поиске наиболее эффективных математических алгоритмов и программных методов для решения задач транспортного типа со спецификой рассматриваемой задачи.

Цель исследования состоит в минимизации времени выполнения цикла рейсов с оптимальным использованием транспортных ресурсов. Для достижения цели решаются такие задачи: анализ алгоритмов, которые бы помогли решить поставленную задачу; выбор адаптированного алгоритма для решения проблемы; составление подсистемы, которая на основе адаптированного алгоритма выводит перечень выполнения рейсов, для выполнения полета за минимально оптимальное время; обеспечение «понимания» подсистемой вводимого расписания для корректного решения задачи; определение количества требуемых ресурсов для выполнения составленного расписания.

2. Постановка задачи

Авиакомпания хочет организовать полеты «туда» и «обратно» так, чтобы минимизировать время простоя. Каждый самолет, который выполняет рейс на авиалинии, перевозит пассажиров и груз. Во время рейса используется некоторое количество ресурсов (горючее, смазочные материалы, затраты на обслуживание), которые составляют в стоимостном выражении себестоимость рейса. Необходимо исследовать распределение самолетов по авиалиниям, при котором выполняются запланированные показатели перевозок при минимальной общей их стоимости.

Транспортная задача линейного программирования получила в настоящее время широкое распространение в теоретических обработках и практическом применении на транспорте и в промышленности. Особенно важное значение она имеет в деле рационализации постановок важнейших видов промышленной и сельскохозяйственной продукции, а также оптимального планирования грузопотоков и работы различных видов транспорта (автобусов, самолетов, маршрутных такси).

Введем следующие обозначения: n – количество типов самолетов, $n = 5$; m – количество авиалиний, $m = 3$.

Индекс будем использовать для указания авиалиний и типов самолетов: вместимость самолета (чел.); его грузоподъемность (t); план перевозки пассажиров за один месяц на i – й авиалинии (тыс. чел./мес.); стоимость эксплуатации j – го самолета на i – й авиалинии за один месяц (млн. грн. / мес.); план перевозки грузов за один месяц на i – й авиалинии (t /мес.); максимальное количество рейсов j – го типа самолета на i – й авиалинии за один месяц; имеющееся в наличии у авиакомпании количество самолетов; коэффициент исправности.

Целевая функция, задающая критерий минимизации, имеет вид:

$$F(x) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_{ij} c_{ij} \rightarrow \max, \quad (1)$$

где $F(x)$ задает общую стоимость перевозок за один месяц.

Определим ограничения, присутствующие в условии задачи: $\forall i, j \quad s_{ij} = q_{ij} u_i$ – объем перевозок пассажиров (тыс. чел./мес.); $\forall i, j \quad o_{ij} = q_{ij} v_i$ – объем перевозок грузов (т/мес.).

Хотя самолет перевозит и пассажиров, и груз одновременно, ограничения по выполнению перевозок для пассажиров и для груза можно рассматривать отдельно, так как вместительность и грузоподъемность самолета независимы друг от друга:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{j=1}^n x_{ij} s_{ij} \geq a_i \\ \sum_{i=1}^m x_{ij} o_{ij} \geq b_i \end{array} \right\}, \quad i = \overline{1, m} \quad (2)$$

или

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{j=1}^n x_{ij} u_{ij} q_{ij} \geq a_i \\ \sum_{i=1}^m x_{ij} v_{ij} q_{ij} \geq b_i \end{array} \right\}, \quad i = \overline{1, m} \quad (3)$$

Также в качестве ограничений выступают ограничения на количество самолетов каждого типа, которые имеются у авиакомпании, и ограничение неотрицательности искомых переменных. Учитывая тот факт, что некоторые самолеты могут иметь неисправности, эти ограничения имеют вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=1}^m x_{ij} \leq p_{ij} k_{ij}, j = \overline{1, n} \\ x_{ij} \geq 0, \forall i, j \end{array} \right\}, \quad i = \overline{1, m} \quad (4)$$

Заметим, что суммарный возможный объем перевозок всеми самолетами превышает суммарный план и, следовательно, требование целочисленности можно опустить. При этом дробные значения x_{ij} будут означать частичное использование одного самолета j – го типа на i -й авиалинии.

Полная математическая модель поставленной задачи выражается в виде:

$$F(x) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_{ij} c_{ij} \rightarrow \max \quad (5)$$

при условиях

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{j=1}^n x_{ij} u_{ij} q_{ij} \geq a_i \\ \sum_{i=1}^m x_{ij} v_{ij} q_{ij} \geq b_i \\ \sum_{i=1}^m x_{ij} \leq p_{ij} k_{ij}, j = \overline{1, n} \\ x_{ij} \geq 0, \forall i, j \end{array} \right\}, \quad i = \overline{1, m} \quad (6)$$

3. Методы решения

Для составления плана придуман не один алгоритм, но так как транспортные задачи такого вида являются глубоко вырожденными, т.е. для выполнения одного рейса (работы) нужен только один исполнитель, то не всякий алгоритм сможет решить эту задачу.

Симплекс-метод хорошо справляется с T -задачами, но так как эта задача транспортного типа особого назначения, т.е. на каждый заказ назначается только один исполнитель, то эта задача глубоко вырождена и симплекс-метод не применяем.

Венгерский метод основан на некоторых довольно трудных и нетривиальных комбинаторных свойствах матриц. Этот метод дает хорошие результаты, но его довольно трудно программировать. Преобразование матриц происходит таким образом, чтобы найти в них нули, которые были бы единственными в соответствующем столбце. Это и будет искомый план.

Метод Мака имеет преимущество более простого интуитивного обоснования. Это – логический процесс. Этот метод основан на идее выбора в каждой строке минимального элемента. Вообще говоря, минимальные элементы строк не распределены по всем столбцам матрицы. Здесь используется идея сложения (или вычитания) одного и того же значения со всеми элементами строк по столбцам. Если в каждом столбце имеется подчеркнутый элемент, работа алгоритма закончена. По элементам, которые соответствуют оптимальному выбору, может быть вычислена соответствующая стоимость.

При написании программы по решению транспортной задачи использовался метод потенциалов. Идея этого метода состоит в следующем. Для любой свободной клетки транспортной таблицы всегда существует единственный цикл, положительная вершина которого лежит в этой свободной клетке, а все остальные – в базисных. Если цена такого цикла отрицательна, то план можно улучшить перемещением перевозок по данному циклу. Количество единиц груза, которое можно переместить, определяется минимальным значением перевозок, стоящих в отрицательных вершинах цикла (если переместить большее число единиц груза, возникнут отрицательные перевозки). Если циклов с отрицательной ценой нет, то это означает, что дальнейшее улучшение плана невозможно, т.е. оптимальный план найден.

Транспортная задача характеризуется широтой применения, а также ее универсальностью (к данному типу задач могут быть сведены другие задачи линейного программирования). Для постановки транспортной задачи необходимо знать запасы A_i каждого i -го поставщика (количество поставщиков равно m), потребности B_j j -го получателя (количество получателей равно n), затраты на перевозку единицы продукции (C_{ij}) от i -го поставщика к j -му получателю. Предполагается, что транспортные расходы пропорциональны перевозимому количеству продукции, т.е. перевозка X единиц продукции вызывает расходы $X \cdot C_{ij}$. Транспортная задача является задачей определения плана перевозок (X)= X_{ij} , где X_{ij} – количество единиц продукции, поставляемой по коммуникации ij :

$$u_1, u_2, \dots, u_m, v_1, v_2, \dots, v_n. \quad (7)$$

Целевой функцией можно считать суммарную стоимость всех перевозок. Результатом решения транспортной задачи является оптимальный план перевозок продукции от поставщиков к потребителям, при котором затраты будут минимальными:

$$u_i + v_j \leq c_{ij}, j = 1, \bar{n}, i = 1, \bar{m}. \quad (8)$$

Разработан программный продукт, куда были введены исходные данные: вместимость и грузоподъемность самолетов, количество самолетов различных типов, коэффициент исправности самолетов различных типов, максимальное количество рейсов, стоимость эксплуатации одного самолета на авиалиниях.

$$T(u, v) = \sum_{i=1}^m a_i u_i \sum_{j=1}^n b_j v_j \rightarrow \max. \quad (9)$$

Исходя из вычисленных оценок, в которых содержатся положительные оценки, делаем вывод, что данный опорный план не является оптимальным. Номер ведущего столбца вычисляется из соотношения, так как рассматривается задача на минимизацию.

Дальнейшее решение предполагает использование итераций симплекс-метода для нахождения оптимального плана перевозок:

$$\begin{aligned} & (30X_1 + 50X_2 + 28X_3) + (45X_4 + 55X_5 + 58X_6) + (55X_7 + \\ & + 28X_8 + 43X_9) + (45X_{10} + 63X_{11} + 80X_{12}) + (65X_{13} + \\ & + 76X_{14} + 39X_{15}) \Rightarrow \min; \\ & 576X_1 + 352X_4 + 656X_7 + 600X_{10} + 1200X_{13} \geq 3500; \\ & 480X_2 + 352X_5 + 820X_8 + 600X_{11} + 600X_{14} \geq 3000; \\ & 576X_3 + 440X_6 + 820X_9 + 400X_{12} + 900X_{15} \geq 600; \\ & 12X_1 + 8X_4 + 24X_7 + 30X_{10} + 32X_{13} \geq 80; \\ & 10X_2 + 8X_5 + 30X_8 + 30X_{11} + 16X_{14} \geq 70; \\ & 14X_3 + 10X_6 + 30X_9 + 20X_{12} + 24X_{15} \geq 65; \\ & X_1 + X_2 + X_3 \leq 9; \\ & X_4 + X_5 + X_6 \leq 9; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & X_7 + X_8 + X_9 \leq 8; \\ & X_{10} + X_{11} + X_{12} \leq 10,008; \\ & X_{13} + X_{14} + X_{15} \leq 4,002; \\ & X_i \geq 0. \end{aligned}$$

Для достижения оптимального плана потребовалось 12 итераций по улучшению опорного плана.

Как видно из решения, оптимальный план будет таким:

$$X = (0,666667; 8,333334; 0; 9; 0; 0; 0; 0; 8; 0; 0; 0; 0; 0; 0).$$

Минимальное значение функции следующее:

$$F(x^*) = 2323,67 \text{ млн грн / мес.}$$

Дробные значения искомых переменных означают неполную загрузку самолетов (например, в конце месяца). Следовательно, необходимо округлить полученные значения в большую сторону:

$$X = (1; 8; 0; 9; 0; 0; 0; 0; 8; 0; 0; 0; 0; 0; 0).$$

Увеличившиеся затраты эксплуатации примут значение: $F(x^*) = 2324$ млн грн / мес.

В полученном результате не используются все типы самолетов, а только наиболее выгодные для каждой линии.

4. Выводы

В результате выполнения работы была решена поставленная задача распределения самолетов по авиалиниям. В качестве метода решения был выбран симплекс-метод.

Численное оптимальное решение позволяет детально проанализировать распределение финансовых затрат на перевозки авиакомпаниями, а также составить расписание полетов. При известных ценах на билеты и тарифах перевозки грузов возможно построение аналогичной математической модели, оптимизация которой позволит максимизировать прибыль авиакомпании.

Воздушный транспорт. Преимущества: наиболее высокая скорость доставки; возможность доставки в отдаленные районы; высокая сохранность грузов. Недостатки: высокие грузовые тарифы; ограниченность размера партии; зависимость от метеоусловий (приводит к непредсказуемости графиков поставки).

Научная новизна работы обусловлена тем фактом, что транспортная задача линейного программирования получила в настоящее время широкое распространение в теоретических обработках и практическом применении на транспорте и в промышленности. Особенно важное значение она имеет в деле рационализации поставок важнейших видов промышленной и сельскохозяйственной продукции, а также оптимального планирования грузопотоков и работы различных видов транспорта.

Практическое значение. Полученные научные результаты данного исследования имеют большое практи-

ческое значение для разработки подсистемы информационной поддержки и алгоритмов составления оптимального плана (расписания) с точки зрения минимизации времени простоя (отдыха) ресурсов и использования оптимального их количества в системах управления воздушным транспортом.

Литература: 1. *Апатенок Р.Ф.* Математика для экономистов. М.: Просвещение, 2004. С. 34. 2. *Большев Л.Н., Смирнов Н.В.* Таблицы математической статистики. М.: Наука, 2004. 416 с. 3. *Павлова Т.Н., Ракова О.А.* Линейное программирование. Учебное пособие. Димитровград, 2002. С.79. 4. *Таха Х.* Введение в исследование операций. М.: Мир, 1985. 480 с. 5. *Зайченко Ю.П.* Исследование операций. Киев: Высшая школа. 1979. 380 с.

Поступила в редколлегию 09.06.2010

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Куземин А.Я.

Гвоздинский Анатолий Николаевич, канд. техн. наук, профессор кафедры искусственного интеллекта ХНУРЭ. Научные интересы: оптимизация процедур принятия решений в сложных системах управления. Адрес: Украина, 61166, Харьков, ул. акад. Ляпунова, 7, кв. 9, тел. 32-69-08.

Гольцев Евгений Александрович, студент группы ИСПР-06-2 ХНУРЭ. Научные интересы: методы принятия решений в системах искусственного интеллекта. Адрес: Украина, 61202, Харьков, ул. Целиноградская, 14.