

УДК 519.62



МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ УПРАВЛЕНИЯ АКТИВНЫМИ ЭЛЕМЕНТАМИ

Г.Г. Четвериков¹, Т.Н. Федорова²

¹ ХНУРЭ г. Харьков, Украина, chtvergg@kture.kharkov.ua;

² ХНУРЭ г. Харьков, Украина, tatanic_fedorova@mail.ru

Рассмотрены методы моделирования режимов функционирования инженерных сетей, оптимальных по критериям устойчивости и энергетических потерь.

СЕТИ ИНЖЕНЕРНЫЕ, МОДЕЛИРОВАНИЕ, ОПТИМИЗАЦИЯ, УСТОЙЧИВЫЙ РЕЖИМ

Введение

Инженерные сети, к которым относятся системы водо-, тепло- и газоснабжения можно рассматривать как совокупность элементов двух типов: активных и пассивных. Структура такой сети определяется графом, в котором каждая дуга соответствует определенному элементу сети. Режим функционирования сети характеризуется вектором расходов целевого продукта по дугам и вектором давлений в узлах сети. Функционирование каждого элемента описывается уравнением, связывающим значения давлений в узлах, являющихся началом и концом дуги, соответствующей элементу, и расходом целевого продукта по этой дуге. Вид уравнения зависит от вида рассматриваемой инженерной сети и от типа элемента. Управление технологическими процессами, протекающими в инженерной сети, происходит путем включения/выключения активных элементов, а также задания параметров некоторых пассивных элементов.

Задача моделирования технологических процессов управления активными элементами заключается в выборе определенных значений параметров пассивных элементов, определяющих режимы работы активных элементов, при изменении состава работающих активных элементов.

1. Поиск устойчивого режима при добавлении в сеть активного элемента

Рассмотрим инженерную сеть, граф которой представлен на рис. 1.

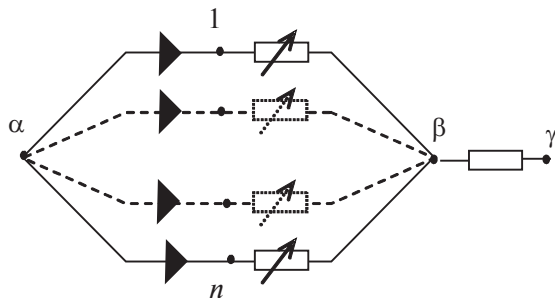


Рис. 1. Пример графа инженерной сети с одним входом

Дуги $(\alpha, 1), \dots, (\alpha, n)$ — соответствуют активным элементам.

Дуги $(\beta, 1), \dots, (\beta, n)$ — соответствуют пассивным элементам с изменяемой характеристикой (изменяемым сопротивлением)

Дуга (β, γ) — соответствует распределительной части инженерной сети.

Уравнения, описывающие процесс протекания целевого продукта по элементам сети, выглядят следующим образом:

$$P_i = P_\alpha + a_i - b_i q_i^2 \text{ — для активных дуг;}$$

$$P_\beta = P_i - r_i q_i^2 \text{ — для пассивных дуг с изменяемым сопротивлением;}$$

$$P_\beta - P_\gamma = R_s Q_s^2 \text{ — для дуги соответствующей распределительной части инженерной сети.}$$

В приведенных формулах $P_\alpha, P_\beta, P_\gamma, P_i$ — давления в соответствующих узлах сети; q_i — расход целевого продукта по дугам (α, i) и (β, i) ; Q_s — расход по дуге (β, γ) ; a_i, b_i — параметры дуг (α, i) ; r_i — сопротивление дуги (i, β) ; R_s — обобщенное сопротивление распределительной части сети.

Система уравнений, описывающая процесс функционирования приведенной на рисунке сети, имеет следующий вид:

$$\begin{cases} P_i = P_\alpha + a_i - b_i q_i^2, & (1) \\ P_\beta = P_i - r_i q_i^2, & (2) \\ P_\beta - P_\gamma = R_s Q_s^2, & (3) \\ Q_s = \sum_{i=1}^n q_i. & (4) \end{cases}$$

$$i = 1 \dots n$$

Значения P_α, P_β, P_i могут быть измерены, P_γ — полагаем равным 0. Измеряется также значение Q_s . Значения a_i, b_i — это паспортные характеристики активных элементов. Значения q_i определяются из уравнений (1), затем подставляются в уравнения (2), откуда определяются значения r_i . Из (3) определяем значение R_s .

В дальнейшем будем считать что величина R_s не меняется в момент изменения состава работающих активных элементов.

Для каждого активного элемента есть диапазон допустимых значений расходов целевого продукта $[q_i^+, q_i^{++}]$.

При добавлении активного элемента в группу уже работающих (что физически означает, например, включение насоса на насосной станции водопроводной сети), значения r_i в пассивных дугах, стоящих в графе после ранее действовавших активных элементов, как правило не меняются (что означает, что оператор не меняет положение задвижек, стоящих после работавших ранее насосов), если значение расхода целевого продукта по активным дугам не выходит за пределы заданных ограничений. Для пассивной дуги, стоящей после добавленного активного элемента, необходимо выбрать такое значение сопротивления, чтобы, во-первых, расход по добавленной активной дуге был в допустимых пределах, а во-вторых, чтобы этот расход был близок к точке наиболее устойчивой работы.

Пусть номер добавленного активного элемента n . Тогда математически задача выбора допустимого решения состоит в определении такого значения $r_n \geq 0$, при котором после решения системы (1) – (4) относительно переменных $q_i, P_i (i=1, \dots, n), P_\beta, Q_s$ при заданных $a_i, b_i, r_i (i=1, \dots, n), R_s$ полученные значения $q_i (i=1, \dots, n)$ удовлетворяли бы неравенствам:

$$q_i^+ \leq q_i \leq q_i^{++}. \quad (5)$$

Подставим значения P_i из (1) в (2) и таким образом упростим нашу систему, приведя ее к виду:

$$\begin{cases} P_\beta = P_\alpha + a_i - b_i - r_i q_i^2 & (i=1, \dots, n), \end{cases} \quad (6)$$

$$\begin{cases} P_\beta = R_s Q_s^2, \end{cases} \quad (7)$$

$$\begin{cases} Q_s = \sum_{i=1}^n q_i. \end{cases} \quad (8)$$

Примем $r_n=0$ и решим систему (6) – (8). Если окажется, что полученное значение $q_n < q_n^+$, то это означает, что для данной конфигурации активных элементов при зафиксированных значениях $r_i (i=1, \dots, n-1)$ допустимого режима не существует, так как для любых значений $r_n > 0$ величина q_n будет только уменьшаться.

Если при значении $q_n > q_n^+$ ограничения (5) выполняются не для всех активных элементов, то мы можем начать поиск допустимого решения. При этом надо учитывать, что $P_\beta (r_n=0)$ – есть максимально возможное давление на входе распределительной части сети при рассматриваемой конфигурации активных элементов.

Если задаться некоторым значением P_β^0 , то из (7) можно определить Q_s , а из (6) – значения $q_i (i=1, \dots, n-1)$. Значение q_n определяем из (8), записав его в виде:

$$q_n = Q_s - \sum_{i=1}^{n-1} q_i,$$

после чего находим

$$r_n = \frac{P_\alpha + a_n - b_n q_n^2 - r_n q_n^2 - P_\beta}{q_n^2}.$$

Таким образом, достаточно простой и эффективный алгоритм моделирования допустимого решения представляется следующим: на отрезке $[P_\beta^+, P_\beta^{++}]$ с шагом для значений

$$P_\beta^{(k)} = P_\beta^{++} - k \Delta P_\beta \quad (k=0, \dots, t)$$

решаем систему (6) – (8). Процесс прекращается, как только будут выполнены ограничения (5). Для реальных инженерных сетей диапазон значений $(P_\beta^+ - P_\beta^{++})$ можно выбирать равным от 20 до 30, а величину $\Delta P_\beta = 1$.

Введем функцию

$$F(q_n) = \min_{q_n^+ \leq q_n \leq q_n^{++}} (q_n - q_n^+, q_n^{++} - q_n). \quad (9)$$

Значения этой функции характеризуют степень удаления текущего значения q_n от границ допустимой области.

После определения допустимого решения, используя описанную выше процедуру, можно найти такое значение r_n^* , при котором функция (9) будет достигать максимального значения.

2. Выбор наиболее устойчивого режима группы активных элементов

Теперь рассмотрим более сложную задачу. Будем считать, что при включении /отключении активных элементов мы можем изменять все сопротивления $r_i (i=1, \dots, n)$. Тогда задача заключается в подборе таких значений $r_i (i=1, \dots, n)$, чтобы значения $q_i (i=1, \dots, n)$, полученные в результате решения системы (6)–(8), удовлетворяли ограничениям (5).

Зададим $q_i = q_i^+ (i=1, \dots, n)$. Из (8) определим Q_s^+ , а из (7) – P_β^+ . Затем из уравнений (6) определим $r_i (i=1, \dots, n)$.

Если для какого-либо k -го активного элемента мы получим, что $r_k < 0$, то это означает, что допустимых решений нет. Расход Q_s^+ – это наименьший из возможных расходов по сети, а соответственно P_β^+ – наименьшее из возможных давлений, поэтому при всех остальных значениях Q_s и P_β полученное отрицательное значение r_k будет только еще меньше.

Если среди значений $r_i (i=1, \dots, n)$ есть равные 0, то это означает, что найденное допустимое значение является единственно возможным.

Если все значения $r_i (i=1, \dots, n)$ больше 0, то можно начать поиск таких значений $r_i (i=1, \dots, n)$, которые обеспечили бы наиболее устойчивый режим работы инженерной сети. Для этого введем в рассмотрение функцию

$$\varphi(r_1, \dots, r_n) = \max_{i=1, \dots, n} \left| \frac{q_i - q_i^*}{\Delta_i} \right|, \quad (10)$$

где q_i^* – расход целевого продукта, соответствующий

щий наиболее устойчивому режиму работы активного элемента;

$$\Delta_i = \begin{cases} q_i^+ - q_i^*, & \text{если } q_i < q_i^*, \\ q_i^{++} - q_i^*, & \text{если } q_i \geq q_i^*. \end{cases}$$

Считаем, что $q_i = q_i(r_1, \dots, r_n)$, то есть $q_i (i=1, \dots, n)$ являются неявными функциями, которые определяются системой уравнений (6) – (8).

Для задания наиболее устойчивого режима работы сети необходимо найти такие значения из множества допустимых, которые обеспечивали бы минимум функции (10). Областью значений функции $\varphi(r_1, \dots, r_n)$ является отрезок $[0, 1]$. Значение 0 функции $\varphi(r_1, \dots, r_n)$ принимается при $q_i = q_i^* (i=1, \dots, n)$, а значение 1 достигается, если хотя бы одна из величин q_i равна q_i^+ или q_i^{++} .

Поиск оптимальных значений $r_i (i=1, \dots, n)$ начинаем с проверки на допустимость режима, при котором $q_i = q_i^* (i=1, \dots, n)$. По заданным значениям $q_i^* (i=1, \dots, n)$ определяем $Q_s^* = \sum_{i=1}^n q_i^*$, а из уравнения (8) – значение P_β^* . Затем из уравнения (6) определяем $r_i^* (i=1, \dots, n)$. Если какие-то из значений r_i^* окажутся меньше 0, то запускается итерационная процедура, в которой значения расходов в активных элементах на очередном шаге определяются по формулам:

$$q_i^{(k+1)} = q_i^k + \delta_i, \quad k = 0, \dots, m.$$

$$q_i^{(0)} = q_i^+, \quad \delta_i = \frac{(q_i^* - q_i^+)}{m}.$$

Величины $r_i (i=1, \dots, n)$ находятся из системы (6) – (8).

Значение функции $\varphi(r_1, \dots, r_n)$ при каждом шаге уменьшается на $(1/m)$. Процесс прекращается, если на очередном шаге одно или несколько сопротивлений r_i окажутся отрицательными. Тогда значения сопротивлений $r_i (i=1, \dots, n)$, полученные на предыдущем шаге, принимаются в качестве оптимальных. Величина m определяет точность полученного решения. Процедуру можно усовершенствовать, сделав ее двухуровневой. Сначала, задавшись небольшим значением m_1 и, следовательно, достаточно большим шагом $\delta_i^{(1)}$, найдем грубое приближение к оптимальному решению: $r_i^{*(1)}, q_i^{*(1)}, Q_s^{*(1)}, P_\beta^{*(1)} (i=1, \dots, n)$. Затем, используя эти значения как начальные, будем искать оптимальные расходы на отрезке $[q_i^{*(1)}, q_i^*]$ с уже меньшим шагом $\delta_i^{(2)}$, соответствующим некоторому значению m_2 . Такой подход позволяет получить более точное решение с меньшими вычислительными затратами.

3. Минимизация энергетических потерь при заданном уровне устойчивости

Решение, найденное при минимизации функции (10), позволяет найти наиболее устойчивые,

по отношению к изменениям внешних условий, режимы работы активных элементов, но никак не учитывает энергетические потери, которые происходят на пассивных элементах, используемых для регулирования работы активных элементов – это потери на элементах с изменяемым сопротивлением. Для учета таких потерь можно рассмотреть функцию

$$\psi(\Delta P_i, q_i) = \sum_{i=1}^n \Delta P_i q_i, \quad (11)$$

где q_i – расход по i -ому активному элементу; ΔP_i – потери напора на этом элементе; $\Delta P_i = P_i - P_\beta = r_i q_i^2$.

Наиболее выгодным будет, безусловно, режим, при котором достигался бы минимум функции (11), но при этом обеспечивалась бы достаточно устойчивая работа активных элементов. Рассчитать такой режим можно, если решить следующую задачу:

$$\sum_{i=1}^n r_i q_i^3 \rightarrow \min_{q_i (i=1, \dots, n)}, \quad (12)$$

$$P_\beta = P_\alpha + a_i - b_i q_i^2 - r_i q_i^2, \quad (13)$$

$$P_\beta = R_s Q_s^2, \quad (14)$$

$$Q_s = \sum_{i=1}^n q_i, \quad (15)$$

$$r_i \geq 0, \quad (16)$$

$$q_i^{*+} \leq q_i \leq q_i^{*++} \quad (i=1, \dots, n). \quad (17)$$

Значения q_i^{*+} и q_i^{*++} выбираются так, чтобы $[q_i^{*+}, q_i^{*++}] \subset [q_i^+, q_i^{++}]$. Область допустимых значений специально сужается, чтобы в случае, когда оптимальное решение окажется на границе, и по истечении некоторого времени после изменения внешних условий функционирования сети расходы по активным элементам выйдут за пределы $[q_i^{*+}, q_i^{*++}]$, это не привело бы к выходу их за пределы диапазона $[q_i^+, q_i^{++}]$. Задача (12) – (17) – это задача минимизации нелинейной функции при ограничениях. Выразив r_i через q_i и исключив переменные Q_s и P_β , задачу (12) – (17) можно представить в виде:

$$\sum_{i=1}^n (P_\alpha + a_i - b_i q_i^2 - R_s \sum_{j=1}^n q_j) q_i \rightarrow \min_{q_i (i=1, \dots, n)}, \quad (18)$$

$$P_\alpha + a_i - b_i q_i^2 - R_s \sum_{j=1}^n q_j \geq 0, \quad (19)$$

$$q_i - q_i^{*+} \geq 0, \quad (20)$$

$$q_i^{*++} - q_i \geq 0. \quad (21)$$

Для решения задачи (18) – (21) можно воспользоваться методом штрафных функций [1]. Будем минимизировать функцию

$$\Phi_k(q_1, \dots, q_n) = F(q_1, \dots, q_n) + B_k(q_1, \dots, q_n).$$

Для последовательности $\{v\}_1^\infty$ такой, что $v_{k+1} > v_k$ $\lim_{k \rightarrow \infty} v_k = \infty$

$$F(q_1, \dots, q_n) = \sum_{i=1}^n (P_\alpha + a_i - b_i q_i^2 - R_s \sum_{j=1}^n q_j),$$

$$B_k(q_1, \dots, q_n) = -v_k \sum_{i=1}^n \left(\frac{q_i^2}{P_\alpha + a_i - b_i q_i^2 - R_s \sum_{j=1}^n q_j} + \frac{1}{q_i - q_i^{*+}} + \frac{1}{q_i^{*++} - q_i} \right).$$

При использовании этого метода начальное приближение должно принадлежать допустимой области. В качестве начального приближения можно выбрать оптимальный с точки зрения максимальной устойчивости режим.

4. Работа активных элементов в системе с несколькими входами

На рис. 2 схематически показан граф инженерной сети с двумя входами. Реальные инженерные сети (например, системы водоснабжения), как правило имеют несколько входов и достаточно большое количество выходов. Поэтому при моделировании технологических процессов управления активными элементами в таких сетях вместо обобщенного уравнения (3), описывающего работу распределительной части сети, необходимо использовать систему, уравнения которой задают функциональную связь между значениями давлений в начале и конце элемента сети и расходом целевого продукта, а также учитывают соблюдение первого закона Кирхгофа для каждого узла.

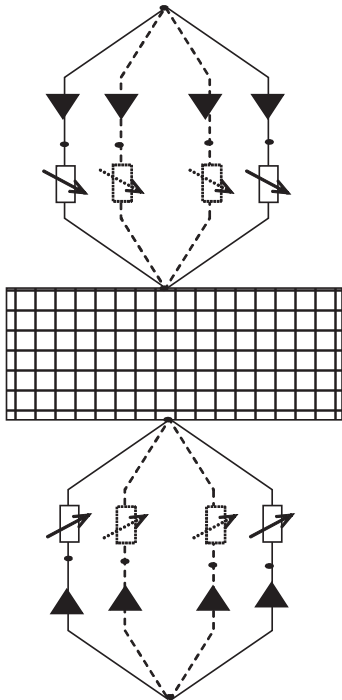


Рис. 2. Пример графа инженерной сети с двумя входами

Математическая модель инженерной сети с несколькими входами и выходами может быть представлена следующей системой уравнений:

$$P_{ki} - P_{ni} = a_i - b_i q_i^2, \quad i \in M_a, \quad (22)$$

$$P_{ni} - P_{ki} = r_i q_i^2, \quad i \in M_r, \quad (23)$$

$$P_{ni} - P_{ki} = c_i q_i^2, \quad i \in M_c, \quad (24)$$

$$P_{ni} - P_{ki} = R_i q_i^2, \quad i \in M_p, \quad (25)$$

$$\sum_{i \in M_j^+} q_i - \sum_{i \in M_j^-} q_i, \quad j \in V. \quad (26)$$

В этой системе: P_{ni} и P_{ki} — давление в начальном и конечном соответственно узлах i -ой дуги; q_i — расход целевого продукта по i -ой дуге; a_i, b_i — параметры, характеризующие работу используемых активных элементов; r_i — сопротивления пассивных элементов, которые могут задаваться оператором, для выбора режима работы активных элементов; c_i — сопротивления пассивных дуг распределительной части сети, которые не меняются; R_i — сопротивления пассивных дуг, соответствующих потребителям сети; эти значения меняются в процессе функционирования сети, но считается, что в момент включения или выключения активных элементов они не изменяются; M_a — множество индексов, соответствующих активным дугам; M_r — множество индексов, соответствующих дугам с изменяемыми сопротивлениями; M_c — множество индексов, соответствующих дугам с постоянными сопротивлениями; M_p — множество индексов, соответствующих дугам, описывающим состояние потребителей сети; V — множество индексов узлов сети; M_j^+ — множество индексов дуг, по которым целевой продукт поступает в i -ый узел; M_j^- — множество индексов дуг, по которым целевой продукт отбирается из i -го узла.

Считаем, что для решения задачи моделирования технологических процессов управления активными элементами значения P_{ni} ($i \in M_a$), P_{ki} ($i \in M_p$), a_i, b_i ($i \in M_a$), r_i ($i \in M_r$), c_i ($i \in M_c$), R_i ($i \in M_p$) нам известны. В этом случае значения P_{ki} ($i \in M_a$), P_{ni}, P_{ki} ($i \in M_r \cup M_c$), P_{ni} ($i \in M_p$), q_i ($i \in M_a \cup M_r \cup M_c \cup M_p$) могут быть определены в результате решения системы (22)–(26). Методы решения таких систем хорошо разработаны и описаны в [2–4].

В отличие от инженерных систем с одним входом для систем с несколькими входами при задании значений q_i ($i \in M_a$) нет возможности получить аналитическое выражение для P_{ki} ($i \in M_r$). Значения P_{ki} ($i \in M_r$) могут быть получены только в результате решения системы (24) – (26) при заданных значениях расходов целевого продукта на входах сети и давлений на ее выходах. В данном случае величины P_{ki} ($i \in M_r$) мы можем считать

неявными функциями от вектора расходов целевого продукта по активным элементам.

При решении поставленных в этой статье задач поиска допустимых и оптимальных в смысле критериев (10) и (18) режимов работы активных элементов сети необходимо для каждого набора значений q_i ($i \in M_a$) решать систему (24) – (26).

Выводы

Задача моделирования технологических процессов управления активными элементами является важной составляющей частью задачи построения системы управления режимами функционирования инженерных сетей. Основными управляющими воздействиями в инженерной сети являются включение или отключение активных элементов. Решение об этом принимается диспетчером, контролирующим режимы работы сети и управляющим ее функционированием. Перед принятием решения о включении или выводе из работы активных элементов диспетчер должен иметь возможность оценить последствия принятого им решения, а это возможно сделать только путем расчета предложенной в работе математической модели.

Кроме того, диспетчер может выбрать также оптимальный в смысле критерия устойчивости режим, или режим, обеспечивающий минимальные потери на регулирующей аппаратуре (задвижках) при соблюдении заданного уровня устойчивости. Параметры такого режима он может передать операторам непосредственно обслуживающим активные элементы.

Процедуры, позволяющие рассчитать допустимые и наиболее устойчивые режимы, предложенные в статье, достаточно просты и эффективны. Для поиска режима с наименьшими энергетическими потерями предложен стандартный подход,

применяемый при минимизации функций с ограничениями. В плане развития этих работ было бы целесообразно провести исследования и разработать метод определения оптимального по энергетическим потерям режима с учетом специфики оптимизируемой функции.

Список литературы: 1. Раскин Л. Г. Анализ сложных систем и элементы теории оптимального управления. — М.: Сов. Радио, 1976. — 344 с. 2. Евдокимов А. Г., Дубровский В. В., Тевяшев А. Д. Потокораспределение в инженерных сетях. — М.: Стройиздат, 1979. — 199 с. 3. Евдокимов А. Г., Тевяшев А. Д. Оперативное управление потокораспределение в инженерных сетях. — Х.: ХГУ, 1980. — 144 с. 4. Евдокимов А. Г. Минимизация функций и ее приложения к задачам автоматизированного управления инженерными сетями. — Х.: Вища шк., 1985. — 288 с.

Поступила в редколлегию 24.09.2008

УДК 519.62

Моделювання технологічних процесів керування активними елементами / Г.Г. Четвериков, Т.М. Федорова // Біоніка інтелекту: наук.-техн. журнал — 2008. — № 2 (69). — С. 84-88.

У статті дано математичну постановку і приведено методи рішення задач пошуку стійкого режиму інженерних мереж, що мають один або кілька входів. Розглянуто також задачу визначення оптимального, з погляду енергетичних утрат, режиму.

Л. 2. Бібліогр.: 4 найм.

UDK 519.62

Simulation technological processes to control active elements / G.G. Chetverikov, T.M. Fedorova // Bionics of Intelligence: Sci. Mag. — 2008. — № 2 (69). — P. 84-88.

In article the mathematical statement is given and the methods of problem solving of looking up of a stable conditions of engineering networks having one or several entrances are adduced. The problem of definition optimum regime is reviewed also, from the view of power losses.

Fig. 2. Ref.: 4 items.