

УДК 621.391

СПЕКТРАЛЬНА ЕФФЕКТИВНІСТЬ КОРРЕКТУЮЩОГО КОДИРОВАНИЯ



[Д.М. РОЗЕНВАССЕР](#)

Одесская национальная
академия связи им. А.С. Попова

Abstract – This article discusses the possibility of increasing the spectral efficiency of optical fiber transmission systems using error-control coding. To solve this problem expression approximating the gain from using of the error-control coding was derived. Also, the dependence of the spectral efficiency of the transmission system on the degree of encoding, error-control code rate and modulating coefficient was derived. Found the optimum spectral efficiency by using of the error-control coding.

It was assumed that at the initial transmission system (before conversion) amplitude shift keying or quadrature-amplitude modulation was used. Non-binary Reed-Solomon error-control codes were used. Application of error-control coding together with the transition to spectrally efficient methods of modulation in most cases, improve spectral efficiency of transmission systems. It is shown that the use of long codes with low bit error probability (which is typical for fiber-optic transmission system) improves spectral efficiency of transmission systems in two - three times.

Анонція – У даній статті розглядається можливість збільшення спектральної ефективності волоконно-оптичної системи передачі при використанні коригуючого кодування та проведено дослідження її залежності від параметрів модуляції, що використовується. Встановлено, що використання коригуючих кодів спільно з багатопозиційним видом модуляції дозволяє підвищити спектральну ефективність у 2-3 рази.

Аннотация – В данной статье рассматривается возможность увеличения спектральной эффективности волоконно-оптической системы передачи при использовании корректирующего кодирования и проведено исследование ее зависимости от параметров используемой модуляции. Установлено, что использование корректирующих кодов совместно с многопозиционным видом модуляции позволяет повысить спектральную эффективность в 2-3 раза.

На первом этапе развития волоконно-оптических систем передачи (ВОСП) основной целью являлось увеличение длины участка регенерации [1, 2]. На сегодня эта проблема в Украине не является столь актуальной, так как сеть уже сложилась. Более актуальным является увеличение пропускной способности ВОСП в связи с постоянным ростом трафика [3]. Реализовать это направление можно с помощью переоборудования [4, 5]. При переоборудовании длина регенерационного участка не изменяется, а полученные выигрыши расходуются на увеличение спектральной эффективности (СЭ). Одним из способов получения выигрыша является применение корректирующего кода (КК). КК позволяет повысить защищенность системы передачи. Быстродействие современного оборудования позволяет использовать довольно длинные коды, что увеличивает эффективность их использования.

Введение дополнительных проверочных символов увеличивает избыточность, а значит, снижает спектральную эффективность. С другой стороны, за счет возможного уменьшения необходимого отношения сигнал/шум можно перейти на более спектрально-эффективные методы модуляции [2] и, соответственно, увеличить спектральную эффективность. В настоящее время появились работы [6, 7, 8], в которых рассматриваются инженерные решения по реализации многопозиционных форматов модуляции в оптической связи. Однако оценка эффективности использования этих методов в литературе отсутствует.

Целью данной статьи является нахождение оптимума спектральной эффективности при использовании корректирующего кодирования.

Спектральная эффективность [9] определяется по формуле:

$$\gamma = \frac{B}{\Delta F}, \quad (1)$$

где B – скорость передачи сигнала по каналу связи, ΔF – полоса частот сигнала.

В дальнейшем будем пользоваться следующей формулой [10]:

$$\gamma = m_{\text{кк}} \cdot m_{\text{фк}} \cdot m_{\text{код}} \cdot m_{\text{мод}}, \quad (2)$$

где $m_{\text{кк}}$ – скорость корректирующего кода, равная отношению количества бит в блоке на входе кодера к количеству бит в блоке на выходе кодера; $m_{\text{фк}}$ – коэффициент формирования и коррекции, примем для ВОСП $m_{\text{фк}} = 1$; $m_{\text{код}}$ – степень кодирования, $m_{\text{код}} = \log_2 M$ для амплитудной модуляции (АМ) и $m_{\text{код}} = 0,5 \cdot \log_2 M$ для квадратурной амплитудной модуляции (КАМ); $m_{\text{мод}}$ – коэффициент модуляции, $m_{\text{мод}} = 0,5$ для АМ и $m_{\text{мод}} = 1$ для КАМ; M – количество различных канальных символов.

Выигрыш от использования КК будем рассчитывать по следующей методике [9].

Известно, что в ВОСП используется амплитудная модуляция (АМ). Также может быть использована квадратурная амплитудная модуляция (КАМ) [6, 7, 8]. Зависимость вероятности ошибки от отношения сигнал/шум, например для КАМ, рассчитывается по формуле [9]

$$p = \frac{4(\sqrt{M}-1)}{n\sqrt{M}} Q\left(\sqrt{\frac{3n}{M-1}} \cdot h_0\right), \quad (3)$$

где $n = \log_2 M$ – количество бит на один канальный символ; h_0^2 – защищённость сигнала от помех; $Q(x)$ – интеграл вероятности ошибки, который можно рассчитать по приближенной формуле:

$$Q(x) = 0,65 \exp\left(-0,44(x+0,75)^2\right). \quad (4)$$

При использовании блочного КК Рида-Соломона (РС) вероятность битовой ошибки на выходе декодера равна [11]

$$p_0 = \frac{d_{\min}}{n} \sum_{q=q_{\text{исп}}+1}^n C_n^q p^q (1-p)^{n-q}, \quad (5)$$

где d_{\min} – минимальное расстояние по Хэммингу; n – длина кодового слова; $q_{\text{исп}}$ – количество исправляемых ошибок; C_n^q – число сочетаний из n по q .

Выразим из выражений (3) – (5) необходимые отношения сигнал/шум. Разницу между ними будем называть выигрышем от использования КК.

$$\Delta = h_{61}^2 - h_{62}^2 = 20 \lg \frac{\sqrt{\frac{\ln 0,65}{p_1} - 0,75}}{\sqrt{2}} - 20 \lg \frac{\sqrt{\frac{\ln 0,65}{p_2} - 0,75}}{\sqrt{2}} = 20 \lg \frac{\sqrt{\frac{\ln 0,65}{p_1} - 0,75}}{\sqrt{\frac{\ln 0,65}{p_2} - 0,75}}, \quad (6)$$

где h_{61}^2 и h_{62}^2 – необходимые защищённости в системах передачи без использования КК и с ним соответственно; p_1 – вероятность ошибки символа в канале связи;

$p_2 = \sqrt[q \frac{p_1}{n - n \cdot m_{\text{КК}} + 1} \cdot C_n^q]}_n$ – вероятность битовой ошибки на выходе декодера КК.

Формула (6) может быть использована для расчета выигрыша и при других видах модуляции.

Для упрощения дальнейших расчетов была проведена аппроксимация выражения (6). Аппроксимирующую зависимость выигрыша от использования КК как функции скорости корректирующего кода обозначим $\Delta A_{\text{КК}}(m_{\text{КК}})$:

$$\Delta A_{\text{КК}}(m_{\text{КК}}) = \left(\frac{1 - m_{\text{КК}}}{c}\right)^d, \quad (7)$$

где c и d – коэффициенты аппроксимации.

Результаты расчета коэффициентов c и d представлены в табл. 1.

Таблица 1. Расчет коэффициентов аппроксимации

Характеристики КК		Коэффициенты аппроксимации	
Длина кода, бит	Вероятность битовой ошибки	c	d
63	10^{-5}	$7,505 \cdot 10^{-3}$	0,530
	10^{-10}	$2,495 \cdot 10^{-3}$	0,451
	10^{-15}	$1,635 \cdot 10^{-3}$	0,427
255	10^{-5}	$2,978 \cdot 10^{-3}$	0,464
	10^{-10}	$4,088 \cdot 10^{-4}$	0,368
	10^{-15}	$1,598 \cdot 10^{-4}$	0,337
1023	10^{-5}	$2,176 \cdot 10^{-3}$	0,445
	10^{-10}	$1,833 \cdot 10^{-4}$	0,340
	10^{-15}	$4,762 \cdot 10^{-5}$	0,303

Графики, показывающие зависимость выигрыша от скорости кода по формулам (6) и (7), приведены на рис. 1.

Из графиков видно, что выражение (7) обеспечивает незначительное отклонение от расчетов по формуле (6). Обе кривые стремятся к 18 дБ, если скорость кода стремится к нулю, и стремятся к 0 дБ, если скорость кода стремится к 1. Наибольшее отклонение кривых не превышает 1 дБ, а при значениях скорости кода порядка 0,8,

они совпадают. Поэтому в дальнейшем будем использовать полученное аппроксимирующее выражение.

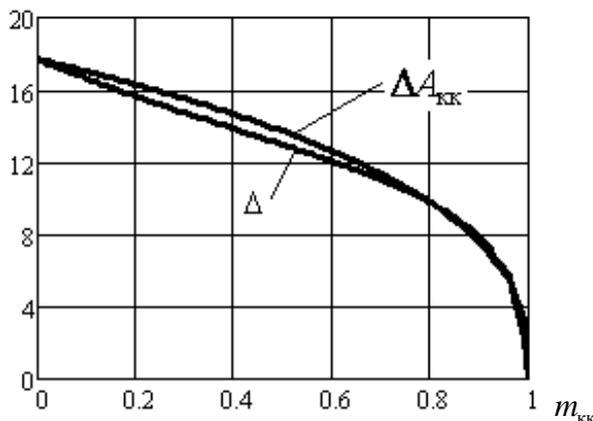


Рис. 1. Зависимость выигрыша КК от скорости кода РС при длине кодового слова 255 бит и вероятности битовой ошибки 10^{-10}

Так как мощности сигналов пропорциональны M , то при сохранении значения пиковой или средней мощности сигнала с увеличением степени кодирования ухудшается защищенность. Дальнейшие расчеты и результаты приведены при фиксированной пиковой мощности. Для оценки спектральной эффективности при фиксированной средней мощности можно использовать пик-фактор – отношение пиковой мощности к средней. Пик-факторы для АМ и КАМ равны соответственно:

$$\Theta_{AM} = 10 \cdot \log\left(\frac{(M-1)^2}{\frac{1}{M} \cdot \sum_{i=1}^{M-1} i^2}\right) = 10 \cdot \log\left(\frac{2^{m_{код}} \cdot (2^{m_{код}} - 1)^2}{\sum_{i=1}^{2^{m_{код}}-1} i^2}\right), \text{ дБ}, \quad (8)$$

$$\Theta_{КАМ} = 10 \cdot \log\left(\frac{2 \cdot (\sqrt{M} - 1)^2}{2 \cdot (M-1)/3}\right) = 10 \cdot \log\left(\frac{3 \cdot (2^{m_{код}} - 1)^2}{2^{2m_{код}} - 1}\right), \text{ дБ}. \quad (9)$$

Расчеты по формулам (8) и (9) приведены на рис. 2. Из рисунка видно, что с увеличением степени кодирования пик-фактор увеличивается. При значениях $m_{код} = 1$ пик-фактор равен 3 дБ для АМ и 0 дБ для КАМ. Начиная с $m_{код} = 6$ два пик-фактора практически совпадают и оба стремятся к значению $\Theta = 10 \cdot \log(3) = 4,77$ дБ.

Увеличение степени кодирования приводит к ухудшению защищенности $\Delta_{код}$:

$$\Delta_{код} = 20 \lg\left(\frac{2^{m_{код2}} - 1}{2^{m_{код1}} - 1}\right), \quad (10)$$

где $m_{код1}$ и $m_{код2}$ – степень кодирования исходного и полученного вида модуляции.

Компенсировав это ухудшение за счет корректирующего кодирования, можно увеличить СЭ.

Из (7) найдем зависимость скорости кода от выигрыша.

$$m_{kk} = 1 - c \cdot (\Delta A_{kk})^{1/d}. \quad (11)$$

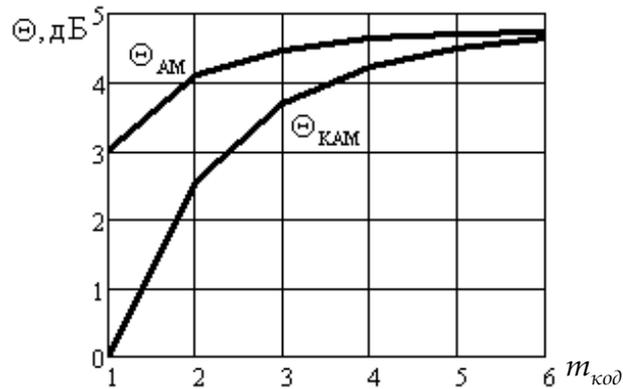


Рис. 2. Зависимость пик-фактора от степени кодирования

Приравнивая полученный выигрыш от использования КК $\Delta A_{кк}$ и ухудшение защищенности $\Delta_{код}$, т.е. подставляя (10) в (11), получим

$$m_{кк} = 1 - c \cdot (20 \lg \left(\frac{2^{m_{код2}} - 1}{2^{m_{код1}} - 1} \right))^{1/d}. \quad (12)$$

Из (12) с учетом (2) получим при увеличении степени AM

$$m_{кк} = 1 - c \cdot (20 \lg \left(\frac{2^{2 \cdot m_{мод2} \cdot m_{код2}} - 1}{2^{2 \cdot m_{мод1} \cdot m_{код1}} - 1} \right))^{1/d}, \quad (13)$$

где $m_{мод1}$ и $m_{мод2}$ – коэффициент модуляции исходного и полученного вида модуляции.

При увеличении степени КАМ

$$m_{кк} = 1 - c \cdot (20 \lg \left(\frac{2^{m_{мод2} \cdot m_{код2}} - 1}{2^{m_{мод1} \cdot m_{код1}} - 1} \right))^{1/d}, \quad (14)$$

при переходе от AM к КАМ

$$m_{кк} = 1 - c \cdot (20 \lg \left(\frac{\sqrt{2} \cdot (2^{m_{мод2} \cdot m_{код2}} - 1)}{2^{2 \cdot m_{мод1} \cdot m_{код1}} - 1} \right))^{1/d}. \quad (15)$$

Ухудшение защищенности при увеличении степени кодирования приведены на рис. 3. Из представленных зависимостей видно, что защищенность для AM ухудшается быстрее с увеличением количества точек сигнального созвездия.

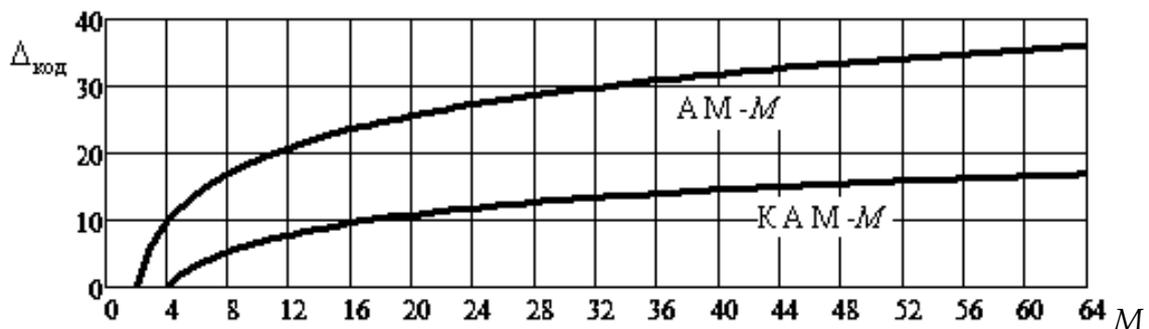


Рис. 3. Ухудшение защищенности при увеличении количества точек сигнального созвездия

Влияние различных составляющих СЭ на величину СЭ представлено на рис. 4.

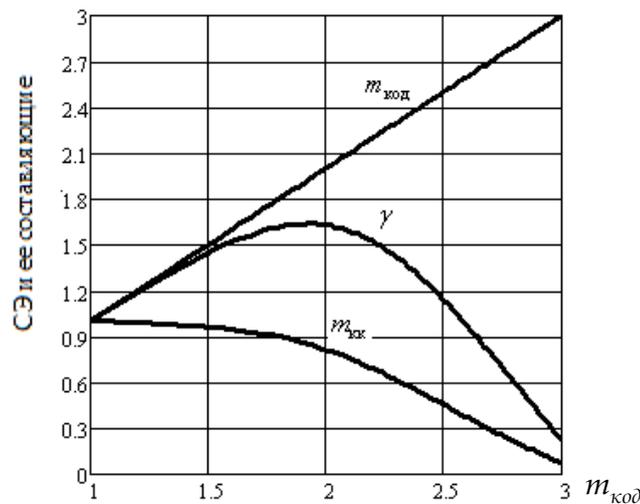


Рис. 4. Влияние различных составляющих СЭ на величину СЭ при длине кодового слова 255 бит и вероятности битовой ошибки 10^{-10}

Рис. 4 показывает, что скорость корректирующего кода и степень кодирования влияют на спектральную эффективность разнонаправлено, и в зависимости СЭ от $m_{код}$ имеется оптимум.

Подставив в (2) выражения (13), (14) и (15), получим

$$\gamma_{AM} = (1 - c \cdot (20 \lg \left(\frac{2^{2 \cdot m_{мод2} \cdot m_{код2}} - 1}{2^{2 \cdot m_{мод1} \cdot m_{код1}} - 1} \right))^{1/d}) \cdot m_{мод2} \cdot m_{код2}, \quad (16)$$

$$\gamma_{КАМ} = (1 - c \cdot (20 \lg \left(\frac{2^{m_{мод2} \cdot m_{код2}} - 1}{2^{m_{мод1} \cdot m_{код1}} - 1} \right))^{1/d}) \cdot m_{мод2} \cdot m_{код2}, \quad (17)$$

$$\gamma_{AM-КАМ} = (1 - c \cdot (20 \lg \left(\frac{\sqrt{2} \cdot (2^{m_{мод2} \cdot m_{код2}} - 1)}{2^{m_{мод1} \cdot m_{код1}} - 1} \right))^{1/d}) \cdot m_{мод2} \cdot m_{код2}. \quad (18)$$

Построим графики (рис. 5 – рис. 10) зависимостей СЭ от увеличения степени кодирования $\delta_{m_{код}} = m_{код2} - m_{код1}$.

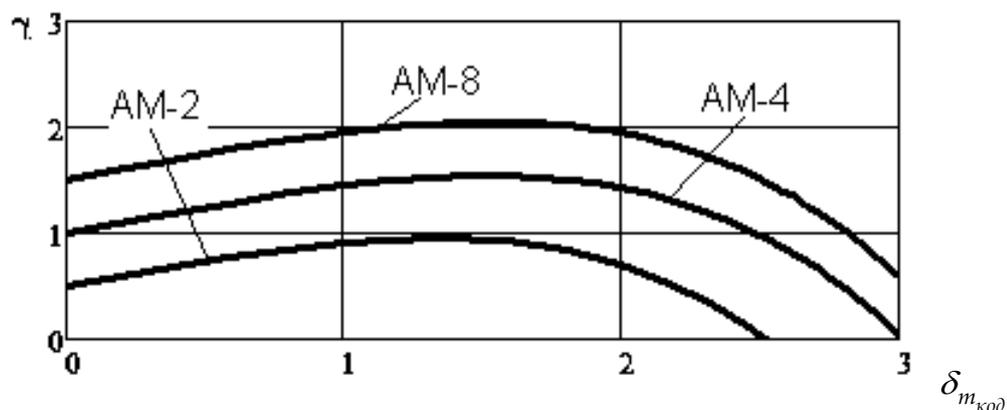


Рис. 5. Зависимость СЭ от увеличения исходной степени кодирования АМ при длине кодового слова 1023 бита и вероятности битовой ошибки 10^{-15}

Из рис. 5 видно, что независимо от исходной степени кодирования АМ применение корректирующего кода позволяет повысить этот уровень на 1 (т.е., например, с АМ-2 до АМ-4 или с АМ-4 до АМ-8), увеличивая при этом спектральную эффективность. Увеличивая степень кодирования АМ с $m_{код1} = 1$ до $m_{код2} = 2$, можно повысить СЭ почти в 2 раза, не ухудшая защищенность.

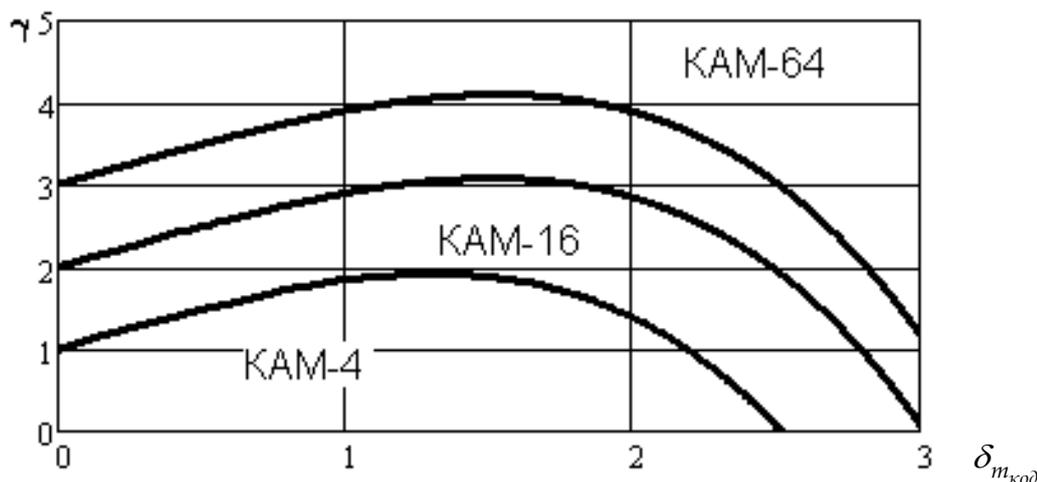


Рис. 6. Зависимость СЭ от увеличения степени кодирования КАМ при длине кодового слова 1023 бита и вероятности битовой ошибки 10^{-15}

Из рис. 6 видно, что независимо от исходной степени кодирования КАМ применение корректирующего кода позволяет повысить этот уровень на 1 (т.е., например, с КАМ-4 до КАМ-16 или с КАМ-16 до КАМ-64), увеличивая при этом спектральную эффективность. Увеличивая уровень КАМ с первого до второго, можно повысить СЭ почти в 2 раза, не ухудшая защищенность.

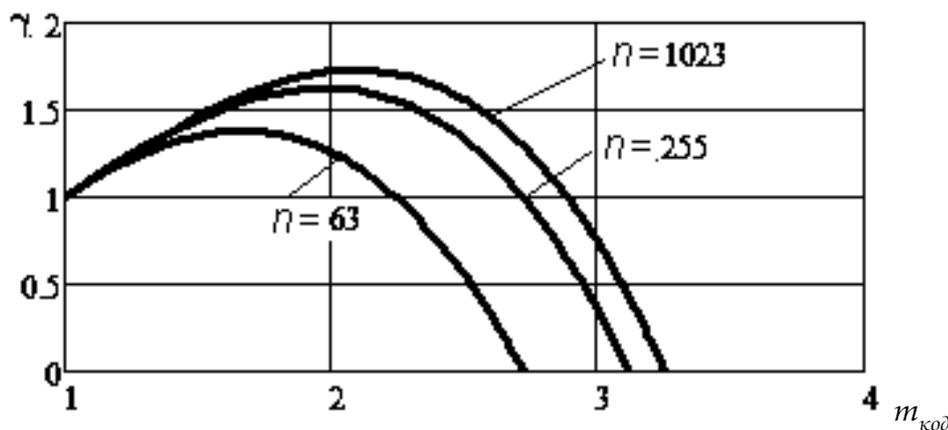


Рис. 7. Зависимость СЭ от степени кодирования КАМ-4 при различной длине кода и вероятности битовой ошибки 10^{-10}

Из рис. 7 видно, что использование КК с длиной слова 63 позволяет незначительно повысить СЭ. Применение кода с $n = 255$ бит дает возможность повысить СЭ на 60%, а кода с $n = 1023$ бита – на 70% при вероятности ошибки 10^{-10} . Применение кодов

с длиной слова более 63 бит ранее было проблематично в связи с большой задержкой при декодировании полученной последовательности.

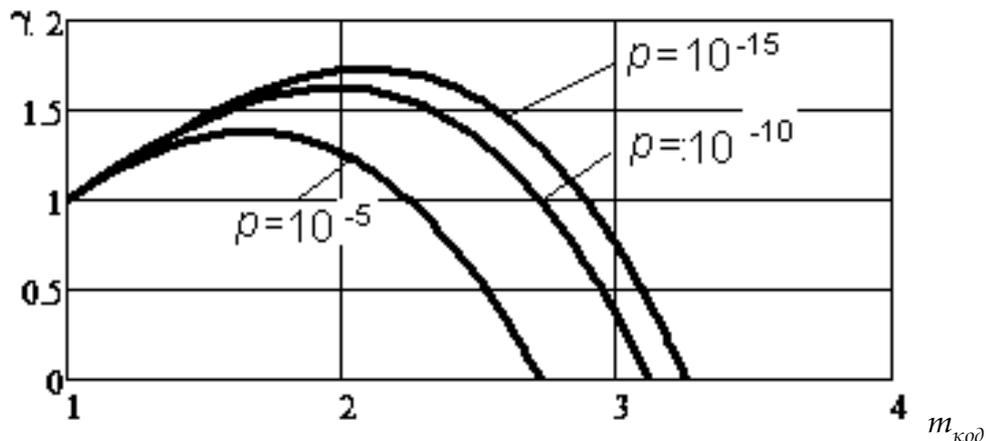


Рис. 8. Зависимость СЭ от степени кодирования КАМ-4 при различной вероятности битовой ошибки и длине слова 255 бит

Из рис. 8 видно, что использование КК даже для вероятности ошибки 10^{-5} позволяло повысить степень кодирования КАМ без ухудшения защищенности. Вероятность ошибки 10^{-5} была обусловлена требованиями к проводным линиям связи на металлическом кабеле. Однако в современных волоконно-оптических системах передачи допустимая вероятность ошибки $10^{-10} - 10^{-15}$, а при таких вероятностях применение корректирующего кодирования дает возможность за счет увеличения уровня КАМ повысить спектральную эффективность на 60–80%.

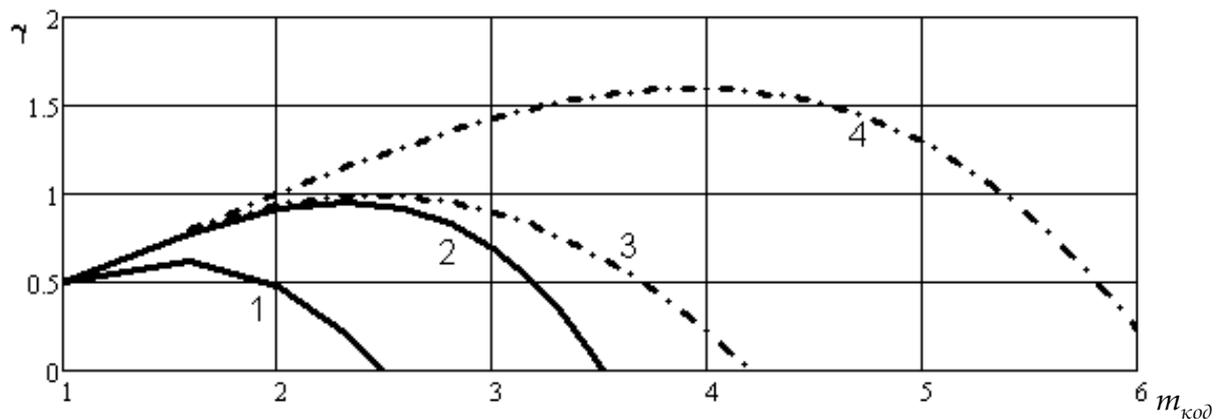


Рис. 9. Зависимость СЭ от степени кодирования для различных видов модуляции

- 1 – увеличение степени кодирования, начиная с АМ-2 при длине кодового слова 63 бита и вероятности битовой ошибки 10^{-5} ;
- 2 – увеличение степени кодирования, начиная с АМ-2 при длине кодового слова 1023 бита и вероятности битовой ошибки 10^{-15} ;
- 3 – переход с АМ-2 на КАМ-М при длине кодового слова 63 бита и вероятности битовой ошибки 10^{-5} ;
- 4 – переход с АМ-2 на КАМ-М при длине кодового слова 1023 бита и вероятности битовой ошибки 10^{-15} .

Рис. 9 показывает, что использование длинных кодов при низкой вероятности битовой ошибки (что характерно для ВОСП) позволяет значительно (в 1,5-3 раза) повысить спектральную эффективность систем передачи. Так, например, кривая 4 на рис. 9, а) показывает, что переход с АМ-2 на КАМ дает возможность увеличить СЭ с 0,5 до 1,4 при $m_{код} = 3$, что соответствует модуляции КАМ-64.

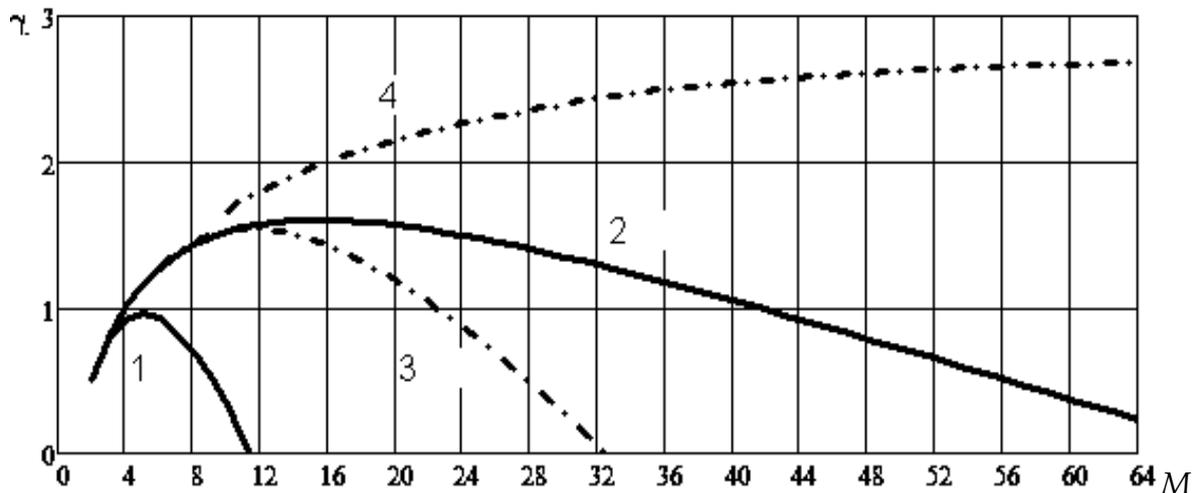


Рис. 10. Зависимость СЭ от количества сигнальных точек для различных видов модуляции при длине кодового слова 1023 бита и вероятности битовой ошибки 10^{-15}

- 1 – увеличение степени кодирования, начиная с АМ-2;
- 2 – переход с АМ-2 на КАМ-М;
- 3 – увеличение степени кодирования, начиная с АМ-4;
- 4 – переход с АМ-4 на КАМ-М.

Из рис. 10 видно, что применение КК в системе передачи с АМ-2 позволяет повысить СЭ на 70% при переходе к АМ-4 и на 100% при переходе к КАМ-4, а переход к КАМ-16 дает возможность увеличить эффективность в 3 раза. При использовании в существующей системе передачи АМ-4 переход на АМ-8 повышает СЭ на 40%, к КАМ-16 – в 2 раза, а к КАМ-64 – почти в 3 раза.

В данной статье был найден оптимум спектральной эффективности при использовании корректирующего кодирования. Переход на более спектрально-эффективные методы модуляции является необходимым для увеличения пропускной способности ВОСП. Этот переход невозможен без использования корректирующего кодирования. Применение корректирующего кодирования в сочетании с переходом на спектрально-эффективные методы модуляции позволяет в большинстве случаев улучшить спектральную эффективность систем передачи в 2- 3 раза.

Список литературы:

1. Agrawal G.P. Fiber-Optic Communication Systems. – New York: Wiley-Interscience, 2002. – 580 p.

2. Убайдуллаев Р.Р. Протяженные ВОЛС на основе EDFA // LIGHTWAVE russian edition. – 2003. – № 1. – С. 22 – 29.
3. Бирюков Н.Л., Стеклов В.К. Транспортные сети и системы электросвязи. Системы мультиплексирования: [Учебник для вузов]. – К.: «Випол», 2003. – 352 с.
4. Брескин В.А. Замена оборудования волоконно-оптической системы передачи SDH на WDM // Наукові праці ОНАЗ ім. О.С. Попова. – 2007. – № 1. – С. 31 – 37.
5. Брескин В.А. Ресурсы переоборудования на WDM // Наукові праці ОНАЗ ім. О.С. Попова. – 2009. – № 2. – С. 62 – 67.
6. Величко М.А., Наний О.Е., Сусьян А.А. Новые форматы модуляции в оптических системах связи // LIGHTWAVE Russian Edition. – 2005. – №4. – С. 21 - 30.
7. Но К.Р. Phase-modulated optical communication systems. – New York: Springer, 2005. – 439 p.
8. Seimetz M. High-Order Modulation for Optical Fiber Transmission. – Berlin: Springer, 2009. – 265 p.
9. Скляр Б. Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение. – 2-е изд. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2007. – 1104 с.
10. Брескин В.А. Модемный метод модернизации линий передачи металлического кабеля первичной сети // Наукові праці ОНАЗ ім. О.С. Попова. – 2003. – № 2. – С. 55 – 58.
11. Морелос-Сарагоса Р. Искусство помехоустойчивого кодирования. Методы, алгоритмы, применение: учебное пособие для вузов; Пер. с англ. В.Б. Афанасьева. – М.: Техносфера, 2006. – 319 с.