УДК 519.7

ТЕОРИЯ ЦВЕТОВОГО ЗРЕНИЯ. V[1]

БОНДАРЕНКО М.Ф., ШАБАНОВ-КУШНАРЕНКО С.Ю.

Рассматривается аксиоматическая теория цветового зрения человека. Предлагаются три варианта теории цвета – для исследования механизма локального, глобального и граничного формирования цвета, т.е. когда зрительные стимулы изменяются в малом, большом и полном диапазоне возможностей зрения человека.

5.1. Математическое описание физических стимулов, вызывающих ощущение цвета

Теперь, после необходимой математической "артподготовки", длившейся в предыдущих статьях, мы, наконец, можем приступить к реализации проекта Шредингера теоретического обоснования колориметрии. Замысел состоит в том, чтобы построить дедуктивную теорию цвета, основанную на специальной системе аксиом (математически сформулированных предположений), истинность которых могла бы быть подтверждена с помощью физического эксперимента, проводимого строго объективными методами без привлечения каких-либо субъективных свидетельств нашего сознания. Если это удастся сделать, то теория цвета выйдет на такой же высокий уровень, на какой в свое время вышла геометрия Евклида, под которой в данном случае понимается не математическое учение, а теория физического пространства, в котором мы живем.

Как показал многовековой опыт развития науки, аксиоматическое построение любой физической теории всегда желательно. Оно позволяет выявить и математически сформулировать все предположения, лежащие в основе теории. Вследствие этого появляется возможность сделать каждое из предположений объектом тщательной опытной проверки. Выясняя степень соответствия каждого предположения фактическому положению дела, мы получаем возможность оценить, насколько точно теория описывает соответствующий ей физический объект. Анализ отклонений изучаемых физических процессов от требований аксиом обычно указывает пути дальнейшего совершенствования теории.

Важно отметить, что одно и то же физическое явление можно успешно описывать не одной, а сразу несколькими различными аксиоматическими теориями, причем эти теории могут даже логически исключать друг друга. Так, в теории относительности свойства физического пространства математически описываются средствами геометрии Римана, в которой отдельные из аксиом геометрии Евклида не выполняются. В этом случае каждая из конкурирующих теорий имеет сравнительно с остальными свои достоинства и недостатки и распространяется на некоторую свою область практического применения. Например, геометрия Евклида используется в тех случаях, когда речь идет об областях пространства, соизмеримых с размерами Земли. Для галактических масштабов более уместной может оказаться геометрия Римана.

Мы будем рассматривать три варианта теории цвета, обозначая их буквами A, B и C. Теория A предназначается для локального исследования механизма формирования цвета. Эту теорию целесообразно применять, если нас интересует изучение реакций зрительного анализатора "в малом". Зафиксируем зрительный стимул x_0 и охватим его какой-нибудь небольшой областью V. Теория A дает ответ, как будет реагировать орган зрения на стимулы из области V. Таким образом, теория A изучает реакции глаза на стимулы, находящиеся вблизи от заданного зрительного стимула x_0. Теория B предназначена для глобального изучения механизма формирования цвета. Эту теорию целесообразно применять, если нас интересуют реакции глаза в достаточно больших внутренних областях множества зрительных стимулов. Теория C хороша в тех случаях, когда нас интересуют не только внутренние области множества зрительных стимулов, но и сами границы этого множества. Орган зрения перестает формировать цвета при достаточно малом энергетическом уровне зрительных стимулов. Он также отключается (глаз закрывается) или выходит из строя (глаз слепнет) при чрезмерно высоком энергетическом уровне зрительных стимулов. На базе теории C можно вести изучение границ области работоспособности органа зрения. Самой простой из этих теорий является теория A. Более сложна теория B. Еще сложнее теория C, она является обобщением теорий A и B. Теории A и B не вкладываются друг в друга, они представляют собой различные частные случаи теории C.

В этом разделе для каждой из трех теорий будет дано математическое описание физических стимулов, вызывающих ощущение цвета. Для краткости мы их будем называть цветовыми стимулами. В теории A цветовые стимулы описываем следующим образом. Пусть $b_0(\lambda)$ – спектр некоторого фиксированного светового излучения, вблизи которого мы намереваемся вести локальное исследование реакций глаза. Назовем это излучение *базовым*. Мы предполагаем, что при каждом значении λ в видимом диапазоне $[\lambda_1, \lambda_2]$ длин волн функция $b_0(\lambda)$ имеет положительное значение. Пусть $b(\lambda)$ – спектр цветового стимула. В качестве математической характеристики цветового стимула возьмем разность

$$x(\lambda) = b(\lambda) - b_0(\lambda). \quad (5.1)$$

Таким образом, под *цветовым стимулом* $x(\lambda)$ в теории A понимается отклонение спектра $b(\lambda)$ цветового стимула от спектра $b_0(\lambda)$ базового излучения. Цветовой стимул x_0, соответствующий спектру $b_0(\lambda)$, равен нулю: $x_0(\lambda) = b_0(\lambda) - b_0(\lambda) \equiv 0$.

Заметим, что математическая природа функций $b(\lambda)$ и $x(\lambda)$ различна. В то время как любая из

[1] Ч. I см. в журнале "Радиоэлектроника и информатика", 1998. №1. С. 106-117; ч. II и III см. в том же журнале, 1998. №4. С 110-132 ; ч. IV см. в том же журнале, 1999. №1. С 136-143.

функций $b(\lambda)$ при всех значениях аргумента λ неотрицательная (так как энергия не может принимать отрицательных значений), функции $x(\lambda)$ при различных значениях λ могут иметь как положительные, так и отрицательные значения. Будем полагать, что каждый цветовой стимул $x(\lambda)$ принадлежит гильбертову пространству $L^2[\lambda_1, \lambda_2]$ и что вместе взятые цветовые стимулы заполняют все гильбертово пространство. Это означает, что для каждой функции $x(\lambda)$, являющейся цветовым стимулом, существует конечное значение интеграла

$$\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} x^2(\lambda) d\lambda, \tag{5.2}$$

и что каждой функции $x(\lambda)$, для которой существует интеграл (5.2), соответствует некоторый вполне определенный цветовой стимул.

В теории B в качестве математического описания цветового стимула $x(\lambda)$ принимаем спектр соответствующего светового излучения $b(\lambda)$, так что

$$x(\lambda) = b(\lambda). \tag{5.3}$$

В этом случае полагаем, что каждый цветовой стимул $x(\lambda)$ принадлежит положительному конусу K гильбертова пространства и что, вместе взятые, цветовые стимулы заполняют весь положительный конус. Это означает, что: 1) каждая из функций $x(\lambda)$ может принимать лишь неотрицательные значения; 2) для каждой функции $x(\lambda)$, являющейся цветовым стимулом, существует интеграл (5.2); 5) каждой функции $x(\lambda)$, для которой существует интеграл (5.2), соответствует некоторый цветовой стимул.

В теории C цветовой стимул $x(\lambda)$ математически описываем разностью

$$x(\lambda) = b(\lambda) - b_1(\lambda), \tag{5.4}$$

где $b_1(\lambda)$ — спектр произвольно выбранного фиксированного (базового) светового излучения. В отличие от спектра $b_0(\lambda)$ спектр $b_1(\lambda)$ может принимать нулевые значения. В частном случае, когда $b_1(\lambda) \equiv 0$, мы получаем определение (5.3); если же принято, что $b_1(\lambda) > 0$ при всех λ ($\lambda_1 \le \lambda \le \lambda_2$), то приходим к определению (5.1). В теории C мы будем полагать, что каждый цветовой стимул $x(\lambda)$ принадлежит некоторому выпуклому множеству V гильбертова пространства, и что вместе взятые, цветовые стимулы заполняют все множество V. Для каждого $x(\lambda)$, принадлежащего множеству V, существует интеграл (5.2).

В теории A существует произведение любого цветового стимула на произвольное вещественное число и, кроме того, существует сумма любых двух цветовых стимулов. Это значит: если $x(\lambda)$ — цветовой стимул и μ — вещественное число, то $\mu x(t)$ — тоже цветовой стимул; если $x'(\lambda)$ и $x''(\lambda)$ — цветовые стимулы, то $x'(\lambda) + x''(\lambda)$ — тоже цветовой стимул. В теории B цветовые стимулы можно умножать только на произвольные неотрицательные вещественные числа, можно, кроме того, складывать любые цветовые стимулы. В теории C для произвольно взятых цветовых стимулов $x'(\lambda)$ и $x''(\lambda)$ можно образовывать линейные комбинации вида $\mu x'(\lambda) + (1-\mu) x''(\lambda)$, где μ — произвольное вещественное число, заключенное в пределах $0 \le \mu \le 1$.

Важно заметить, что математические заменители цветовых стимулов, введенные во всех трех теориях, не вполне точно воспроизводят действительные свойства цветовых стимулов. Так, наше исходное понятие — спектр светового излучения никак не учитывает возможность когерентности или поляризации световых волн. Между тем, когерентное излучение и поляризованный свет, получаемые с помощью лазеров и поляроидов, могут порождать цвета, несколько отличающиеся от тех, которые дает некогерентное и неполяризованное световое излучение того же спектра. Далее, понятие спектра предполагает, что для каждого вещественного значения длины волны λ должно существовать вполне определенное значение спектральной плотности лучистой яркости $b(\lambda)$. Однако современные спектроанализаторы из-за своей ограниченной разрешающей способности и чувствительности могут измерить значения функции $b(\lambda)$ лишь для конечного набора длин волн, причем значения эти выбираются не из континуума, а лишь из конечного множества чисел.

С весьма большой натяжкой можно принять, что любой функции $x(\lambda)$, для которой существует конечное значение интеграла (5.2), соответствует свой цветовой стимул. Дело в том, что этому условию удовлетворяют не только все функции с конечными значениями, но также и весьма экзотические функции, принимающие бесконечные значения на конечном или даже счетном множестве длин волн. Требование о том, что в теории A любой цветовой стимул можно умножить на произвольное вещественное число, также нельзя понимать вполне буквально. Практически оно означает лишь то, что следует ограничиваться выбором достаточно малой области, окружающей световое излучение $b_0(\lambda)$. Тогда умножение цветовых стимулов из этой области на не очень большие по абсолютной величине положительные и отрицательные числа не выведет нас за пределы реальных световых излучений, видимых глазом. В этом же смысле надо понимать и требование теории A о возможности образования суммы двух цветовых стимулов. Два цветовых стимула, взятые из области, окружающей базисное световое излучение $b_0(\lambda)$, дадут сумму в той же области или же вблизи нее.

Требование теории B о возможности умножения цветовых стимулов на любые неотрицательные числа также не вполне точно соответствует действительному положению дел. Так, всегда можно подыскать такой достаточно близкий к нулю множитель, что произведение его на цветовой стимул будет очень мало, и его уже нельзя будет считать цветовым стимулом, так как мы перейдем в область сумеречного зрения, при котором цветовые ощущения вообще не возникают. С другой стороны, можно взять значение множителя настолько большим, что глаз не вынесет столь мощного излучения. Чтобы требование теории B о существовании произведения цветового стимула на неотрицательное число и о существовании суммы цветовых стимулов достаточно хорошо соответствовало действительному положению дела, надо цветовые стимулы брать из области световых излучений, весьма удаленной от границ, определяемых условиями работоспособности зрительного анализатора и неотрицательности спектров световых излучений.

У читателя может возникнуть вопрос, почему именно гильбертово пространство положено в основу всех трех теорий цвета, а не какое-нибудь иное. Следует признать, что такой выбор во многом произволен, он определяется не столько физическими, сколько математическими соображениями. Дело в том, что для достижения изящества математической теории цвета весьма желательно, чтобы для выбранного пространства существовало скалярное произведение. Для гильбертова пространства скалярное произведение существует, и в этом его большое преимущество перед другими видами пространств (например, пространств суммируемых, непрерывных, ограниченных или других видов функциональных пространств). Правда, скалярным произведением обладает также и n-мерное евклидово пространство. Однако для теории цвета оно не всегда удобно, так как обязывает нас ввести конкретное значение размерности пространства n. Число n физически интерпретируется как число точек в спектре. Выбор конкретного значения n для теории цвета не всегда просто выполним, так как он определяется многими факторами, в частности, принятыми на практике способом и точностью измерения спектра. Поэтому гильбертово пространство, не требующее введения числа n, в ряде приложений выглядит более предпочтительным.

С физической точки зрения естественнее, чем гильбертово пространство, выглядит пространство функций, суммируемых с первой степенью, так как для него требуется существование не интеграла (5.2), а интеграла

$$\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} x(\lambda) d\lambda. \tag{5.5}$$

Это требование легко интерпретируется физически, поскольку интеграл (5.5) численно равен энергии светового излучения (в теории B). Однако отсутствие скалярного произведения в этом пространстве делает его гораздо менее удобным с математической точки зрения. Серьезным конкурентом гильбертова пространства $L^2[\lambda_1, \lambda_2]$ является пространство обобщенных функций Шварца. Элементами этого пространства являются, кроме обычных функций, еще и δ-функция Дирака, которая физически интерпретируется как линия в спектре. В гильбертовом же пространстве спектральные линии – это "незаконные" объекты. Представляется, что одним из важных направлений дальнейшего развития теории цвета является ее разработка на основе пространства обобщенных функций.

Остановимся теперь на вопросе о физической реализации операций. Эти операции можно свести к операциям над спектрами световых излучений. В теории A сумма $x'(\lambda) + x''(\lambda)$ цветовых стимулов $x'(\lambda)$ и $x''(\lambda)$ выражается через спектры $b'(\lambda)$ и $b''(\lambda)$ световых излучений, соответствующих этим стимулам, и через спектр $b_0(\lambda)$ базового излучения следующим образом:

$$x'(\lambda) + x''(\lambda) = b'(\lambda) - b_0(\lambda) + b''(\lambda) - b_0(\lambda) =$$
$$= b'(\lambda) + b''(\lambda) - 2b_0(\lambda).$$

Спектр светового излучения, соответствующего цветовому стимулу $x'(\lambda) + x''(\lambda)$, равен

$$x'(\lambda) + x''(\lambda) + b_0(\lambda) = b'(\lambda) + b''(\lambda) - b_0(\lambda). \tag{5.6}$$

Пусть цветовому стимулу $x(\lambda)$ соответствует спектр $b(\lambda)$, тогда произведение $\mu x(\lambda)$ выразится через $b(\lambda)$ и $b_0(\lambda)$ так:

$$\mu x(\lambda) = \mu(b(\lambda) - b_0(\lambda)) - \mu b(\lambda) - \mu b_0(\lambda).$$

Спектр светового излучения, соответствующего цветовому стимулу $\mu x(\lambda)$, равен

$$\mu x(\lambda) + b_0(\lambda) = \mu b(\lambda) - (\mu - 1) b_0(\lambda). \tag{5.7}$$

В теории B цветовому стимулу $x'(\lambda) + x''(\lambda)$ соответствует световое излучение со спектром $b'(\lambda) + b''(\lambda)$, а стимулу $\mu x(\lambda)$ – излучение со спектром $\mu x(\lambda)$. В теории C определение спектров, соответствующих стимулам $x'(\lambda) + x''(\lambda)$ и $\mu x(\lambda)$, можно выполнять по формулам (5.6) и (5.7) после замены $b_0(\lambda)$ на $b_1(\lambda)$.

Умножение спектра излучения на неотрицательный множитель физически достигается диафрагмированием светового потока или изменением расстояния от источника света до освещаемой им поверхности. Сложение спектров можно осуществить, совмещая в пространстве соответствующие световые потоки. Большие возможности для формирования световых излучений с нужным спектром дает практическое использование закона Талбота, известного в трех вариантах: спектральном, временном, пространственном. Сущность спектрального варианта закона Талбота иллюстрируется диаграммами рис. 1. На диаграмме а показан спектр

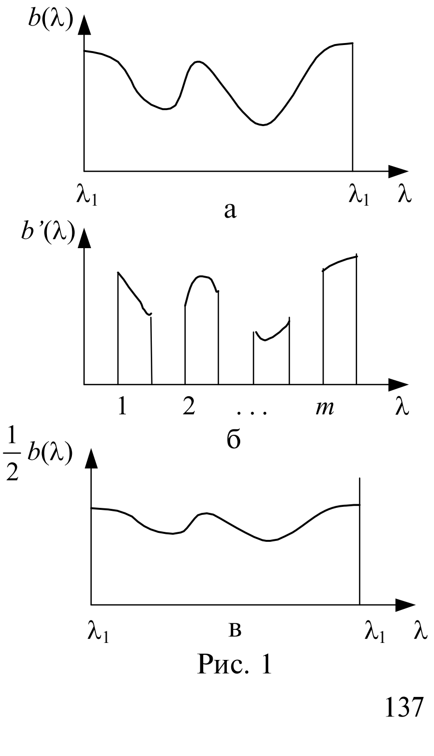

Рис. 1

$b(\lambda)$ произвольно выбранного светового излучения. На диаграмме б этот спектр "прорежен", в результате получен спектр $b'(\lambda)$. "Прореженный" спектр получен следующим образом: интервал $[\lambda_1, \lambda_2]$ разбит на m равных участков, на левой половине каждого участка принято $b'(\lambda) \epsilon 0$, на правой $b'(\lambda) = b(\lambda)$. Световое излучение с таким спектром можно практически получить, если на пути светового потока, разложенного в спектр, поставить заслонку, имеющую форму гребешка. Если число m зубцов такого гребешка взять достаточно большим, то глаз воспримет излучение $b'(\lambda)$ точно так же, как и излучение со спектром $\frac{1}{2}\, b(\lambda)$ (диаграмма в). В этом и состоит эффект закона Талбота. Согласно этому закону, излучение, спектр которого достаточно часто колеблется по мощности при движении вдоль оси длин волн, воспринимается глазом точно таким же, как если бы этот спектр был усреднен и сглажен.

Если на пути светового потока, разложенного в спектр $b(\lambda)$, поставить заслонку, у которой зубцы имеют общую ширину μ, а просвет между ними – ширину $1-\mu$, измеренную в долях суммарной ширины зубца и просвета, то мы получим излучение, эквивалентное по зрительному восприятию излучению со спектром $\mu\, b(\lambda)$. Таким образом, мы получаем возможность умножать спектр на любое число μ, находящееся в пределах от 0 до I. Более того, если ширину "зубцов" μ менять в зависимости от длины волны λ, по некоторому желаемому закону $\mu = \mu(\lambda)$, то мы получим из излучения $b(\lambda)$ такое излучение, которое будет эквивалентно по восприятию световому излучению со спектром $b'(\lambda) = \mu(\lambda) b(\lambda)$. На получаемые таким образом излучения накладывается одно ограничение: при любых λ должно быть $b'(\lambda) \le b(\lambda)$. Если требуется излучение $b(\lambda)$ превратить в излучение, эквивалентное по зрительному восприятию излучению $b'(\lambda)$, то следует взять гребенчатую заслонку, ширина зубцов которой изменяется по закону $\mu(\lambda) = \dfrac{b'(\lambda)}{b(\lambda)}$.

Временной вариант закона Талбота состоит в том, что достаточно быстрые периодические световые мелькания для глаза сливаются в ровный немигающий свет, точно такой же, как если бы наблюдателю было предъявлено одно усредненное излучение. Пусть в первую фазу достаточно быстрого мелькания, длящуюся μ-ю долю периода, на глаз наблюдателя действует излучение со спектром $b_1(\lambda)$, а во вторую – $b_2(\lambda)$. Тогда в сознании наблюдателя возникнет зрительное ощущение, точно такое же, как от излучения со спектром

$$\mu\, b_1(\lambda) + (1-\mu)\, b_1(\lambda). \qquad (5.8)$$

Таким образом, временной вариант закона Талбота дает возможность получать излучение, эквивалентное по своему действию на глаз некоторой линейной комбинации исходных световых излучений. Пространственный вариант закона Талбота имеет аналогичное содержание. Чтобы с его помощью получить излучение, эквивалентное по своему действию на глаз излучению со спектром (5.8), нужно создать на плоскости достаточно мелкую однородную мозаику из источников света двух типов, причем источники первого типа формируют излучения со спектром $b_1(\lambda)$, второго – $b_2(\lambda)$. Суммарные площади рабочих поверхностей источников первого и второго типа должны находиться в пропорции $\mu : 1-\mu$. Методы физической реализации операций над излучениями, использующие закон Талбота, весьма удобны на практике, однако в теоретическом отношении они не безупречны, так как опираются на некоторые свойства зрительного анализатора, которые сами нуждаются в математической теории, основанной на экспериментально проверяемых постулатах.

5.2. Аксиомы теории цвета

В этом разделе мы сформулируем и обсудим несколько систем аксиом, каждая из которых достаточна для построения на ее основе одной из теорий цвета (имеются в виду теории A, B и C).

Аксиома предиката. Существует однозначный предикат $y = \Phi(b_1(\lambda), b_2(\lambda))$, заданный на декартовом квадрате: 1) пространства $L^2[\lambda_1, \lambda_2]$ в теории A; 2) положительного конуса K пространства $L^2[\lambda_1, \lambda_2]$ в теории B; 3) некоторого выпуклого множества V пространства $L^2[\lambda_1, \lambda_2]$ – в теории C.

Здесь под функциями имеются в виду цветовые стимулы, предъявленные наблюдателю на полях сравнения, под значением y предиката Φ понимается двоичный ответ наблюдателя. Значению $y = 1$ соответствует ответ "да", означающий совпадение цветов на полях сравнения, значению $y = 0$ соответствует ответ "нет", означающий различие цветов. Предикат Φ интерпретируем как закон функционирования наблюдателя в процессе выработки им сигнала y в ответ на предъявленную ему пару цветовых стимулов ($x_1(\lambda)$, $x_2(\lambda)$). Требование существования предиката Φ означает, что при предъявлении любой пары цветовых стимулов из указанной области наблюдатель всегда ставит им в соответствие один из ответов "да" или "нет". Требование однозначности предиката Φ означает, что при повторном предъявлении той же самой пары цветовых стимулов наблюдатель реагирует на нее тем же самым ответом, что и при первом предъявлении.

Аксиома предиката выполняется не всегда. Так, она ложна для слепого или спящего человека, а также для наблюдателя, не желающего участвовать в колориметрическом эксперименте. В этих и других подобных случаях реакция наблюдателя на пару цветовых стимулов не определена, а следовательно, предикат Φ не существует. Аксиома предиката не будет выполняться также и в том случае, если наблюдатель задался целью давать ответы наобум, вне зависимости от предъявленных ему цветовых стимулов. В этом случае предикат не будет однозначным.

Опыт колориметрических испытаний свидетельствует о том, что даже в нормальных условиях аксиома предиката выполняется не вполне строго. Это проявляется в том, что на границе между равенством и неравенством цветов на полях сравнения существует зона, в которой ответы наблюдателя становятся случайными, и таким образом требование однозначности нарушается. Размер зоны неоднозначности невелик, однако зона, в которой имеет место однозначный ответ “да”, еще меньше.

Это положение иллюстрируется диаграммой, представленной на рис. 2. На ней изображена зависимость частоты p ответа “да” от параметра μ -1, которая наблюдалась в одном из опытов на колориметре Демкиной. В опыте на обоих полях предъявлялись излучения со спектрами $b(\lambda)$ и $\mu\, b(\lambda)$. Каждая точка диаграммы построена на базе ста предъявлений сигналов. Выбор конкретного спектра особого значения не имеет, так как вид кривой мало зависит от $b(\lambda)$. Вероятностный ответ наблюдается при различиях в мощности излучения в пределах от 0,1 до 0,6 %, т.е. в зоне 0,5%. В то же время зона однозначного ответа “да” составляет всего 0,2%. Приведенная диаграмма, между прочим, показывает, что привлечение глубокой статистической обработки ответов наблюдателя позволяет довести точность установки светового излучения на визуальное равенство по цвету до очень высокого уровня. В описанных выше опытах значение множителя μ, отрегулированное “по цвету”, отличалось при повторных испытаниях, как правило, не более, чем на 0,01%. Далеко не в каждом чисто физическом эксперименте можно достичь такого высокого уровня точности измерений, как в психофизическом колориметрическом опыте!

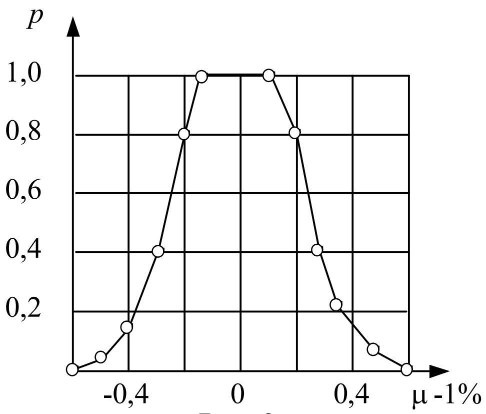

Рис. 2

Аксиома рефлексивности. Для любых $x(\lambda)$ $\Phi(x(\lambda), x(\lambda))=1$.

Аксиома симметричности. Для любых $x_1(\lambda), x_2(\lambda)$ из $\Phi(x_1(\lambda), x_2(\lambda))=1$ следует $\Phi(x_2(\lambda), x_1(\lambda))=1$.

Аксиома транзитивности. Для любых $x_1(\lambda)$, $x_2(\lambda), x_3(\lambda)$ из $\Phi(x_1(\lambda), x_2(\lambda))=1$ и $\Phi(x_2(\lambda)$, $x_2(\lambda))=1$ следует $\Phi(x_1(\lambda), x_3(\lambda))=1$.

Смысл требования рефлексивности состоит в том, что любые два световые излучения, имеющие одинаковые математические описания, всегда должны порождать равные цвета. О выполнении этого требования можно утверждать лишь с целым рядом оговорок. Рефлексивность заведомо не выполняется, если поля сравнения окружены различными фонами (например, красным и синим). В этом случае вступает в действие механизм зрительной индукции, вследствие чего идентичные световые излучения дают совершенно различные цвета. Чтобы добиться рефлексивности, поля сравнения выбирают не очень большими по угловым размерам и располагают рядом, симметрично относительно друг друга. Поля сравнения помещают в центре поля зрения и окружают нулевым (черным) или произвольным равномерным фоном. Однако даже в этих условиях рефлексивность соблюдается не всегда. Так, наблюдались случаи неравенства цветов при предъявлении наблюдателю поляризованного и неполяризованного света с одинаковым спектром. Если же предъявить когерентное излучение, состоящее из двух гармоник, близких по частоте, то можно наблюдать цветовые биения (периодическое нарастание и убывание яркости цвета во времени).

Если условия рефлексивности обеспечены, то требования симметричности и транзитивности, как показывает практика колориметрических измерений, выполняются автоматически. Впрочем, при поочередном уравнивании по цвету соседних стимулов в последовательности $x_1(\lambda)$, $x_2(\lambda)$,..., $x_n(\lambda)$, если число n велико, ошибки измерения могут накопиться, и стимулы $x_1(\lambda)$, $x_n(\lambda)$, вопреки транзитивности, в этом случае окажутся разноцветными.

Аксиомам рефлексивности, симметричности и транзитивности должны удовлетворять все три теории зрения для соответствующих им областей определения предиката Φ. Из этих аксиом чисто логически вытекает, что предикат Φ может быть представлен в следующем виде:

$$\Phi(x_1(\lambda), x_2(\lambda)) = D(F(x_1(\lambda)), F(x_1(\lambda))). \quad (5.9)$$

Здесь F — некоторая функция, заданная на пространстве $L^2[\lambda_1, \lambda_2]$ в теории A, на положительном конусе H — в теории B или на выпуклом множестве V — в теории C. Функцию F интерпретируем как закон преобразования светового излучения, воздействующего на глаз наблюдателя, в цвет зрительного ощущения, осуществляемого зрительной системой человека. Значение функции $F(x(\lambda))$ при заданном цветовом стимуле $x(\lambda)$ понимаем как цвет стимула $x(\lambda)$, возникающий в сознании наблюдателя. Буквой D обозначен предикат равенства

$$D(u,v) = \begin{cases} 1, & \text{если } u = v, \\ 0, & \text{если } u \neq v. \end{cases} \quad (5.10)$$

Предикат $y = D(u, v)$ интерпретируем как операцию сравнения цветов u и v, производимую сознанием наблюдателя и завершающуюся выработкой наблюдателем сигнала y (“да” — если цвета совпадают, и “нет” — в противном случае).

Конкретный вид функции F из перечисленных выше аксиом не удается извлечь, поскольку в них содержится недостаточный объем информации о свойствах зрительного анализатора. Для этого нужны дополнительные аксиомы, которые приводятся ниже. Если какая-либо из этих аксиом используется в теории A, то подразумевается, что все фигурирующие в ней цветовые стимулы принадлежат пространству $L^2[\lambda_1, \lambda_2]$ в теории B – положительному конусу K пространства $L^2[\lambda_1, \lambda_2]$; в теории C – некоторому выпуклому множеству V пространства $L^2[\lambda_1, \lambda_2]$. Область $L^2[\lambda_1, \lambda_2]$ назовем полем теории A, область K – полем теории B, область V – полем теории C.

Аксиома равноделения. Для любых $x_1(\lambda)$, $x_2(\lambda)$, $x_3(\lambda)$, $x_4(\lambda)$ из $\Phi(x_1(\lambda), x_2(\lambda)) = 1$ и $\Phi(x_3(\lambda), x_4(\lambda)) = 1$ следует

$$\left(\frac{x_1(\lambda) + x_3(\lambda)}{2}, \frac{x_2(\lambda) + x_4(\lambda)}{2}\right) = 1.$$

Аксиома равноделения может быть проинтерпретирована следующим образом. Предположим, что мы сформировали на полях сравнения два одноцветных стимула $x_1(\lambda)$, $x_2(\lambda)$ (например, оба зеленые) и еще два одноцветных стимула $x_3(\lambda)$, $x_4(\lambda)$ (например, оба красные). Аксиома равноделения гласит, что полусуммы стимулов, сформированных соответственно на левом и правом полях сравнения $(x_1(\lambda) + x_3(\lambda))/2$ и $(x_2(\lambda) + x_4(\lambda))/2$, всегда будут порождать в сознании того же самого наблюдателя одинаковые цвета (например, желтые). Аксиома равноделения используется во всех трех теориях.

Аксиома суммы. Для любых $x_1(\lambda)$, $x_2(\lambda)$, $x_3(\lambda)$, $x_4(\lambda)$ из $\Phi(x_1(\lambda), x_2(\lambda)) = 1$ и $\Phi(x_3(\lambda), x_4(\lambda)) = 1$ следует $\Phi(x_1(\lambda) + x_3(\lambda), x_2(\lambda) + x_4(\lambda)) = 1$.

Аксиома суммы означает, что суммы одинаково выглядящих цветовых стимулов выглядят одинаково. Эта аксиома используется в теориях A и B. В теории C аксиома суммы выполняется не всегда: можно найти стимулы $x_1, x_2 \in V$ такие, что их сумма выйдет за пределы выпуклого множества, т.е. $x_1, x_2 \notin V$.

Аксиома деления отрезка. Для любых $x_1(\lambda)$, $x_2(\lambda)$, $x_3(\lambda)$, $x_4(\lambda)$ из $\Phi(x_1(\lambda), x_2(\lambda)) = 1$ и $\Phi(x_3(\lambda), x_4(\lambda)) = 1$ следует $\Phi(\gamma x_1(\lambda) + (1-\gamma)x_3(\lambda),$ $\gamma x_2(\lambda) + (1-\gamma)x_4(\lambda)) = 1$ при любом вещественном γ, заключенном в интервале $\gamma : 1\text{-}\gamma$.

Эта аксиома означает, что, если мы соединим в поле цветовых стимулов точки $x_1(\lambda)$, $x_3(\lambda)$ и $x_2(\lambda)$, $x_4(\lambda)$ отрезками прямых и разделим эти отрезки в отношении $\gamma : 1\text{-}\gamma$, то цветовые стимулы, соответствующие точкам деления отрезков, всегда будут выглядеть для наблюдателя одноцветными. Аксиома деления отрезка используется только в теории C, хотя она справедлива во всех трех теориях.

5.3. Однопараметрические представления

Пусть t – какое-либо действительное число L_t^2 – пространство измеримых на $(-\infty, t]$ действительных функций $x(\tau)$, для которых существует и конечен интеграл

$$\int_{-\infty}^{t} e^{\tau} x^2(\tau) d\tau, \qquad (5.11)$$

K_t – положительный конус в этом пространстве. Рассмотрим семейство предикатов $\Phi_t(x, y)$ (t – параметр), каждый из которых при соответствующем t определен на $K_t \times K_t$ и удовлетворяет условиям 1-3 (рефлексивность, симметричность, транзитивность). Нас интересуют условия, при которых для всех $t \in (-\infty, \infty)$ и всех $x, y \in L_t^2$ имеет место равенство

$$\Phi_t(x, y) = D\left(\int_{-\infty}^{t} B(t-\tau)x(\tau)d\tau, \int_{-\infty}^{t} B(t-\tau)y(\tau)d\tau\right), \qquad (5.12)$$

где D – предикат равенства; $B(\xi)$ – некоторая неотрицательная функция на полуоси $[0, \infty)$.

Для формулировки этих условий поставим в соответствие каждой функции $x \in L_t^2$ и положительному числу ξ функцию

$$\tilde{x}_\xi(\tau) = x(\tau - \xi). \qquad (5.13)$$

Функция $\tilde{x}_\xi$ является сдвигом функции x вправо на величину ξ (рис. 3).

Имеем

$$\int_{-\infty}^{t+\xi} e^{\tau} \tilde{x}_\xi^2(\tau) d\tau = \int_{-\infty}^{t+\xi} e^{\tau} x^2(\tau - \xi) d\tau = e^{\xi} \int_{-\infty}^{t+\xi} e^{\tau} x^2(\tau) d\tau. \qquad (5.14)$$

Отсюда, в частности, видно, что $\tilde{x}_\xi \in L_{t+\xi}^2$.

Теорема 5.1. *Для того чтобы для семейства предикатов $\Phi_t(x, y)$ нашлась почти всюду неотрицательная функция $B(\xi)$, удовлетворяющая условиям*

$$\int_{0}^{\infty} e^{\xi} B^2(\xi) d\xi < \infty, \int_{0}^{\infty} B(\xi) d\xi = 1, \qquad (5.15)$$

и такая, что имеет место равенство (5.12), *необходимо и достаточно, чтобы это семейство удовлетворяло следующим условиям:*

4) *для любых* $t \in (-\infty, \infty)$ и $x, x', y, y' \in K_t$ *из равенств*

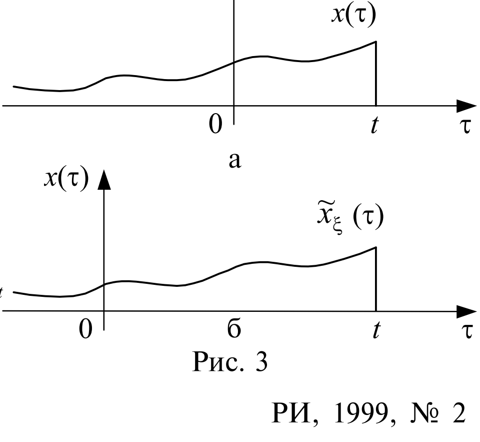

Рис. 3

$$\Phi_t(x, x') = 1, \quad \Phi_t(y, y') = 1 \qquad (5.16)$$

следует, что

$$\Phi_t(x+y, x'+y') = 1, \qquad (5.17)$$

5) *для любого* $t \in (-\infty, \infty)$ *и любого* $x \in K_t$ *существует единственное неотрицательное число* $[fx](t)$ *такое, что*

$$\Phi_t(x+y, [fx](t)) = 1 \qquad (5.18)$$

(*в* (5.18) *тем же символом* $[fx](t)$ *обозначена функция на* $(-\infty, t]$, *тождественно равная числу* $[fx](t)$.

6) *величина* $[fx](t)$ *как функция от* x *на* K, *непрерывна в метрике* L_t^2.

7) *для любого* $t \in (-\infty, \infty)$, *любых* $x, y \in K_t$ *и любого положительного* ξ *из равенства*

$$\Phi_t(x, y) = 1 \qquad (5.19)$$

вытекает равенство

$$\Phi_{t+\xi}(\widetilde{x}_\xi, \widetilde{y}_\xi) = 1. \qquad (5.20)$$

Доказательство. Проверим достаточность. Зафиксируем t и функции $x, y \in K_t$. Из (5.18) имеем

$$\Phi_t(x[fx](t)) = 1, \ \Phi_t(y[fy](t)) = 1.$$

Поэтому условие 4 дает

$$\Phi_t(x+y, [fx](t) + [fy](t)) = 1. \qquad (5.21)$$

Но из условия 5 вытекает, что единственным неотрицательным числом c, при котором выполняется равенство $\Phi_t(x+y, c) = 1$, является число $[f(x+y)](t)$. Таким образом, из (5.21) можно заключить, что

$$[f(x+y)](t)[fx](t) + [fy](t). \qquad (5.22)$$

Это означает, что $[fx](t)$ – аддитивный функционал на положительном конусе K_t пространства L_t^2. Из условия 6 вытекает, что этот функционал непрерывен. Поскольку положительный конус K_t в пространстве L_t^2 является воспроизводящим, то функционал $[fx](t)$ однозначно продолжается до аддитивного, непрерывного, а следовательно, и линейного функционала на L_t^2. Согласно теореме об общем виде линейного функционала на пространстве L_t^2, существует функция $A_t(\tau) L_t^2$ такая, что

$$[fx](t) = \int_{-\infty}^{t} e^\tau A_t(\tau) x(\tau) d\tau \qquad (5.23)$$

для любого t.

Поскольку равенство (5.23) справедливо при любом t и любом $x \in K_t$, то, заменяя t на $t+\xi$, для любого $\widetilde{x} \in K_{t+\xi}$ получаем

$$[f\widetilde{x}](t+\xi) = \int_{-\infty}^{t+\xi} e^\tau A_{t+\xi}(\tau) \widetilde{x}(\tau) d\tau.$$

В частности, при любой функции $x \in K_t$ и любом положительном ξ для функции $\widetilde{x}_\xi$, связанной с функцией x равенством (5.13), имеем

$$[f\widetilde{x}_\xi](t+\xi) = \int_{-\infty}^{t+\xi} e^\tau A_{t+\xi}(\tau) x(\tau - \xi) d\tau. \qquad (5.24)$$

Далее, из (5.18) и условия 7 следует, что

$$\Phi_{t+\xi}\left(\widetilde{x}_\xi + \widetilde{y}_\xi, \left[f\,\widetilde{x}_\xi(t+\xi)\right]\right) = 1. \qquad (5.25)$$

Поскольку f является постоянной функцией при изменении τ на $(-\infty, t]$, то ее сдвижка по формуле (5.13) является той же константой на рассматриваемой полуоси $(-\infty, t+\xi]$, т.е.

$$\widetilde{[fx](t)}_\xi = [fx](t).$$

Отсюда, из (5.25) и условия 5 следует, что

$$[f\,\widetilde{x}_\xi](t+\xi) = [fx](t).$$

Подставляя сюда формулы (5.23) и (5.24), получаем

$$\int_{-\infty}^{t+\xi} e^\tau A_{t+\xi}(\tau) x(\tau-\xi) d\tau = \int_{-\infty}^{t} e^\tau A_t(\tau) x(\tau) d\tau.$$

Сделав в левом интеграле замену переменной интегрирования по формуле $\eta = t + \xi - \tau$, а в правом – по формуле $\eta = t - \tau$, получаем

$$\int_0^\infty e^{\tau+\xi-\eta} A_{t+\xi}(t+\xi-\eta) x(t-\eta) d\eta = \\ = \int_0^\infty e^{\tau-\eta} A_t(t-\eta) x(t-\eta) d\eta. \qquad (5.26)$$

Сократив последнее равенство на e^t и положив

$$y(\eta) = x(t-\eta), \ a(\eta) = A_{t+\xi}(\eta) e^\xi - A_t(t-\eta),$$

находим

$$\int_0^\infty e^{-\eta} a(\eta) y(\eta) d\eta = 0. \qquad (5.27)$$

Обозначим через L^2 гильбертово пространство измеримых на $[0, \infty)$ функций $y(\eta)$, удовлетворяющих условию

$$\int_0^\infty e^{-\eta} y^2(\eta) d\eta < \infty,$$

со скалярным произведением

$$(u, v) = \int_0^\infty e^{-\eta} u(\eta) v(\eta) d\eta.$$

Нетрудно видеть, что $a(\eta) \in L^2$. Поскольку $x(\tau)$ в (5.26) – произвольная неотрицательная функция пространства L_t^2, то $y(\eta)$ в (5.27) – произвольная неотрицательная функция пространства L^2. Поэтому (5.27) – произвольная неотрицательная функция пространства L^2, в связи с чем (5.27) означает, что вектор a ортогонален положительному конусу пространства L^2. Но этот конус воспроизводящий. Значит, вектор a ортогонален всему пространству и, следовательно, $a=0$ как элемент L^2, т.е. почти при всех $\eta\in x[0,\infty)$

$$A_{t+\xi}(t+\xi-\eta)e^{\xi}-A_t(t-\eta)=0.$$

для всех t и всех положительных ξ. В частности, при $t=1$

$$A_{\xi}(\xi-\eta)e^{\xi}-A_0(-\eta)=0. \qquad (5.28)$$

Положим

$$B(\eta)=e^{-\eta}A_0(-\eta),\quad \eta\geq 0. \qquad (5.29)$$

Тогда, заменяя переменную η переменной $\tau=\xi-\eta$, из (5.28) получаем

$$A_{\xi}(\tau)=e^{-\tau}B(\xi-\eta),\quad \infty<\tau\leq\xi.$$

Вместе с (5.23) это дает

$$[fx](t)=\int_{-\infty}^{t}B(t-\tau)x(\tau)d\tau,\quad x\in K_t. \qquad (5.30)$$

Проверим выполнимость (5.15). Имеем

$$\int_{-\infty}^{0}e^{\xi}B^2(\xi)d\xi=\int_{-\infty}^{0}e^{-\xi}A_0^2(-\xi)d\xi=\int_{-\infty}^{0}e^{\tau}A_0^2(\tau)d\tau.$$

Поскольку $A_0(\tau)\in L_0^2$, то последний интеграл конечен. Таким образом, первое соотношение (5.15) выполняется. Далее, пусть функция $x_0(\tau)\equiv 1$ на (-Г, t]. В силу рефлексивности $\Phi_t(x_0,x_0)=1$. Но тогда из условия 5 следует, что $[fx_0](t)$. Поэтому (5.30) дает

$$1=\int_{-\infty}^{t}B(t-\tau)d\tau.$$

Отсюда вытекает второе соотношение (5.15).

Проверим, что функция $B(\xi)$ $(\xi\geq 0)$ является неотрицательной всюду, за исключением, быть может, множества меры нуль. Пусть S – множество точек положительной полуоси, в которых функция B принимает отрицательные значения, и пусть мера этого множества не равна нулю. Зафиксируем какое-либо t. Пусть $S_t=t\text{-}S$, т.е.

$$S_t=\{\tau\,|\,t\text{-}\tau\in S\}.$$

Положим

$$x(\tau)=\begin{cases}1,\ \text{если}\ \tau\in S_t,\\ 0,\ \text{если}\ \tau\in(-\infty,t)\setminus S_t.\end{cases}$$

Очевидно, $x\in K_t$. Из (5.30) имеем

$$[fx](t)=\int_{S_t}B(t-\tau)d\tau=\int_{S}B(\xi)d\xi.$$

Следовательно, $[fx](t)<0$, что противоречит условию 5.

Проверим выполнимость равенства (5.12). Пусть функции x, y принадлежат $x,y\in K_t$ и для них справедливо равенство

$$\Phi_t(x,y)=1. \qquad (5.31)$$

Комбинируя (5.31) с (5.18), получаем

$$\Phi_t(y,[fx](t))=1. \qquad (5.32)$$

Но согласно условию 5 единственной постоянной функцией, удовлетворяющей такому условию, является $[fx](t)$. Следовательно,

$$[fy](t)=[fx](t). \qquad (5.33)$$

Пусть, обратно, выполняется (5.33). Это равенство вместе с (5.18) дает

$$\Phi_t(x,[fy](t))=1.$$

Но $\Phi_t(y,[fy](t))=1$.

Из двух последних равенств и условий 2 и 3 вытекает (5.31). Таким образом, для всех $x,y\in K_t$ равенство (5.31) выполняется тогда и только тогда, когда выполняется (5.33), т.е.

$$\Phi_t(x,y)=D([fx](t),[fy](t))=1.$$

Вместе с (5.30) это дает (5.12). Достаточность доказана.

Проверим необходимость. Пусть для семейства предикатов $\Phi_t(x,y)$ при всех $t\in(-\infty,\infty)$ и любых $x,y\in K_t$ справедлива формула (5.12) с некоторой почти всюду неотрицательной функцией $B(\xi)$, удовлетворяющей условиям (5.15). Справедливость 4 следует из аддитивности функционала (5.30). Для проверки справедливости 5 достаточно показать, что для любой функции $x\in K_t$ существует единственное положительное число C такое, что

$$\int_{-\infty}^{t}B(t-\tau)x(\tau)d\tau=C\int_{-\infty}^{t}B(t-\tau)d\tau.$$

Как видно из второго равенства (5.15), это действительно так, причем $C=[fx](t)$, где $[fx](t)$ задается равенством (5.30). Далее, положим

$$A(\xi)=B(\xi)e^{\xi},\quad \xi\geq 0. \qquad (5.34)$$

Тогда

$$[fx](t)=e^{-t}\int_{-\infty}^{t}e^{\tau}A(t-\tau)x(\tau)d\tau. \qquad (5.35)$$

Имеем из неравенства (5.15)

$$\int_{-\infty}^{t}e^{\tau}A^2(t-\tau)d\tau=e^{t}\int_{0}^{\infty}e^{\xi}B^2(\xi)d\xi<0.$$

Следовательно, функция $A(t-\tau)\in L_t^2$. Тогда, как видно из (5.35), $[fx](t)$ – линейный функционал на L_t^2. Поэтому выполняется условие 6. Осталось проверить условие 7. Равенство (5.19) означает, что

$$\int_{-\infty}^{t}B(t-\tau)x(\tau)d\tau=\int_{-\infty}^{t}B(t-\tau)y(\tau)d\tau, \qquad (5.36)$$

а равенство (5.20) означает, что

$$\int_{-\infty}^{t+\xi}B(t+\xi-\tau)x(\tau-\xi)d\tau=\int_{-\infty}^{t+\xi}B(t+\xi-\tau)y(\tau-\xi)d\tau. \qquad (5.37)$$

Для того чтобы удостовериться, что из (5.36) вытекает (5.37), достаточно в (5.36) ввести новую переменную интегрирования $u=\tau+\xi$.

Теорема 5.1 доказана.

Обсудим теперь физический смысл этого результата из условий 3-7. Основным приложением этой теоремы является описание инерционных процессов. Предположим, что на вход преобразователя подается какой-либо физический сигнал $x(t)$, меняющийся во времени. В силу инерционных свойств любого преобразователя выходной сигнал $[fx](t)$ в момент времени t зависит не только от значения входного сигнала в момент времени t, но и от предыстории процесса. Проиллюстрируем это более подробно на примере естественного преобразователя – зрительной системы человека.

Пусть наблюдателю предъявляется излучение постоянного относительного спектрального состава с интенсивностью, меняющейся во времени. Обозначим через $x(\tau)$ яркость излучения в момент времени τ. Для любого $t \in (-\infty, \infty)$ эффективной яркостью стимула $x(\tau)$ $(-\infty < \tau \le t)$ в момент времени t называется яркость $[fx](t)$ постоянного во времени и по интенсивности стимула, с которым стимул $x(\tau)$ фотометрически уравнивается визуальным способом в момент времени t. Разумеется, такое определение предполагает, что для любого переменного во времени стимула и любого момента времени существует единственный постоянный во времени стимул, вызывающий такую же реакцию в данный момент времени. Это предположение подтверждается многочисленными экспериментами А.В. Луизова. Выходным сигналом зрительной системы является ощущение – объект не определенный четко и не допускающий непосредственного измерения. Изучение инерции зрительной системы позволяет ввести некоторый объективный косвенный способ измерения ощущения. А именно, ощущение переменного во времени стимула $x(\tau)$ в момент времени t можно измерить, сравнивая его с ощущением от постоянного во времени стимула. Таким образом, эффективная яркость может быть интерпретирована как величина ощущения. Будем обозначать факт уравнивания визуальным способом ощущений от излучения стимулов $x(\tau)$ и $y(\tau)$ $(\tau \le t)$ в момент времени t равенством $\Phi_t(x, y) = 1$. Тогда условие 5 является формальной записью предположения о существовании эффективной яркости.

В качестве пространства входных сигналов мы выбрали L_t^2 с экспоненциальным весом. Наличие достаточно быстро убывающей на $-\infty$ весовой функции необходимо для того, чтобы постоянный во времени сигнал был элементом рассматриваемого пространства. Но выбор именно экспоненты носит случайный характер. Легко, однако, видеть, что для описания явления наличие экспоненты не существенно – в основной результат, формулу (5.12) экспонента не входит и такой же результат был бы получен при других весовых функциях, достаточно быстро убывающих на $-\infty$. Более того, выбор в качестве входного пространства пространства функций, суммируемых с квадратом, не существенен, поскольку использованная нами теорема о представлении линейного функционала в виде интеграла справедлива для любых пространств. Разница сказалась бы лишь на виде неравенства (5.15).

Смысл условия 6 заключается в малом изменении ощущения яркости при малом изменении самой яркости. Смысл условия 7 заключается в том, что если стимулы x и y вызывают одинаковую реакцию в момент времени t, то $\widetilde{x}_\xi$ и $\widetilde{y}_\xi$ – те же стимулы, но сдвинутые во времени на величину ξ, вызывают одинаковую реакцию в момент $t + \xi$.

Выполнимость условия аддитивности 4, в отличие от остальных условий, не является ясной априори. Поэтому данное условие нуждается в экспериментальной проверке. Обсудим существующие экспериментальные данные. Хорошо известно, что периодическое излучение с достаточно высокой частотой воспринимается зрительной системой так же, как постоянно действующее (эффект слияния мельканий). Более того, согласно закону Талбота, эффективная яркость такого излучения совпадает с его средним значением на периоде. Проверим, что из закона Талбота вытекает свойство аддитивности эффективной яркости для таких излучений. Действительно, пусть $x_1(\tau)$ и $x_2(\tau)$ – два периодических излучения с частотой ω, а $\bar{x}_1$ и $\bar{x}_2$ – постоянные во времени излучения с яркостями, совпадающими со средними яркостями излучений $x_1(\tau)$ и $x_2(\tau)$, т.е.

$$\bar{x}_i = \int_a^{a+T} x_i(\tau) d\tau \quad (i = 1, 2).$$

где a – произвольное число; T – период. Тогда согласно закону Талбота

$$[fx_1](t) = \bar{x}_1, \quad [fx_2](t) = \bar{x}_2. \tag{5.38}$$

Если частота ω достаточно велика, то она будет сверхкритической и для излучения $x_1(\tau) + x_2(\tau)$. Но средняя яркость этого излучения равна $\bar{x}_1 + \bar{x}_2$. Поэтому из закона Талбота следует, что

$$[f(x_1 + x_2)](t) = \bar{x}_1 + \bar{x}_2.$$

Сравнивая это равенство с (5.38), получаем, что, как было видно из доказательства теоремы 5.1, оно эквивалентно условию аддитивности 4.

Пусть теперь $\{x_k(\tau)\}_{k=1}^{\infty}$ – произвольная последовательность излучений, $x(\tau)$ – какое-либо излучение. Нами был сформулирован и экспериментально проверен обобщенный закон Талбота, заключающийся в том, что при достаточно больших K излучения $x_k(\tau)$ и $x(\tau)$ визуально неразличимы тогда и только тогда, когда на любом интервале $[t_1, t_2]$

$$\lim_{n\to\infty} \int_{t_1}^{t_2} x_n(\tau) d\tau = \int_{t_1}^{t_2} x(\tau) d\tau.$$

Изучались следствия из этого закона. В частности, было показано, что из обобщенного закона Талбота следует аддитивность эффективной яркости для существенно более широкого класса излучений, чем периодические излучения со сверхкритической частотой.

Поступила в редколлегию 12.05.99

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Левыкин В.М.

Бондаренко Михаил Федорович, д-р техн. наук, профессор, академик АН ВШ, ректор ХТУРЭ. Научные интересы: информатика. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 14, тел. 43-30-53.

Шабанов-Кушнаренко Сергей Юрьевич, д-р техн. наук, ведущий научный сотрудник кафедры ПО ЭВМ ХТУРЭ. Научные интересы: идентификация механизмов интеллекта человека. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 14, тел. 40-94-46.