УДК 681.3.06

В.М. БЕЗРУК, д-р техн. наук, Д.В. ЧЕБОТАРЕВА, канд. техн. наук

ПРИНЯТИЕ ОПТИМАЛЬНЫХ РЕШЕНИЙ ПРИ ПЛАНИРОВАНИИ СЕТЕЙ МОБИЛЬНОЙ СВЯЗИ С УЧЕТОМ СОВОКУПНОСТИ ПОКАЗАТЕЛЕЙ КАЧЕСТВА

Введение

Современные сети мобильной связи (СМС) являются сложными системами, к которым предъявляются противоречивые технико-экономические требования, характеризуемые совокупностью показателей качества. Как правило, показатели качества зависимы между собой и являются антагонистическими. Поэтому является актуальным выбор оптимальных проектных решений при планировании СМС с применением методов многокритериальной оптимизации. В существующих методах и программных комплексах задача планирования СМС не рассматривается с многокритериальных позиций [1 – 3].

В данной статье кратко рассматриваются особенности методологии многокритериальной оптимизации систем, представляющей собой совокупность взаимосвязанных методов, которые могут быть использованы для принятия оптимальных проектных решений с учетом совокупности показателей качества [4, 5]. Приводятся примеры решения разных типов задачах планирования СМС с применением методологии многокритериальной оптимизации.

1. Методология многокритериальной оптимизации систем

Постановка задачи принятия оптимальных решений. Задача принятия оптимальных решений состоит в выборе среди исходного множества решений таких, которые являются в заранее определенном смысле лучшими, т.е. оптимальными.

Удобно считать, что выбор решений производит некоторое лицо, принимающее решение (ЛПР), которое преследует определенные цели. В зависимости от конкретной ситуации в роли ЛПР может выступать как отдельный человек, так и целый коллектив – группа специалистов, занятая решением одной задачи. Каждое возможное решение характеризуется определенной степенью достижения цели. В соответствии с этим у ЛПР имеется свое представление о достоинствах и недостатках решений, на основании которого одно решение предпочитается другому.

Таким образом, оптимальное решение – это решение, которое, с точки зрения ЛПР, предпочтительнее других альтернативных решений. Это предпочтение на практике может выражаться в различной форме, и его математическая формализация может составить непростую задачу. Сложность заключается в том, что на начальных этапах ЛПР, как правило, не может сформулировать свои предпочтения (оптимальность решений) ясно и четко с точки зрения математической формализации. Задание критерия оптимальности для нахождения лучшего решения на множестве допустимых решений связано с формализацией представления ЛПР про оптимальность решений. При этом существуют два подхода к определению понятия оптимальности решений: ординалистический и кардиналистический.

Ординалистический подход к определению понятия оптимальности решений аппелирует к порядку (лучше-хуже) и основан на введении понятия бинарных отношений, что позволяет формализовать операции попарного сравнения альтернатив и выбора оптимальных решений.

Бинарным отношением называют множество упорядоченных пар альтернатив, которые находятся в некотором отношении R, что записывается в виде $(x', x'') \in R$ или $x'Rx''$. Понятие бинарного отношения позволяет формализовать операции попарного сравнения альтернатив и выбора лучших решений на множестве допустимых X. Элемент $x' \in X$ называется лучшим в модели выбора (X,R), если он не менее предпочтителен, чем любой другой элемент x'', т.е. если бинарное отношение $x'Rx''$ справедливо для любого $x'' \in X$.

Существуют разные классы бинарных отношений: порядка, квазипорядка, эквивалентности, неразличимости. Рассмотрим более подробно отношение строгого предпочтения, которое часто используется на практике при выборе оптимальных решений. Если из двух решений x' и x'' множества X ЛПР выбирает решение x', то говорят, что решение x' более предпочтительно, чем решение x''. Такие пары (x',x'') образуют множество, которое называется отношением строго предпочтения, что обозначается как $x' \succ x''$.

При сравнении решений возможен и такой случай, когда не будет отдано предпочтение ни одному из решений. В этом случае вводится отношение неразличимости (отношение безразличия), которое обозначается символом ~. Оно означает, что не выполняется ни отношение $x' \succ x''$, ни отношение $x'' \succ x'$. Другими словами, решения x' и x'' неразличимы, если они несравнимы по заданному бинарному отношению $\succ$. Это отношение может иметь место и тогда, когда для ЛПР в смысле предпочтения нет разницы между решениями x' и x''. Кроме того, отношение неразличимости может иметь место и в случае, когда эти решения ЛПР вообще никак не может сравнить друг с другом.

Для произвольно выбранной пары решений x', $x'' \in X$ может выполняться одно из заданных бинарных отношений: $x' \succ x''$, $x'' \succ x'$, $x' \sim x''$. Иногда удобно рассматривать еще одно отношение «не менее предпочтительно чем», являющееся объединением отношений $\succ$ и ~. Это бинарное отношение называется отношением нестрогого предпочтения.

Рассмотрим особенности выбора множества оптимальных решений для частного случая, когда при выборе «лучших» (оптимальных решений) из множества X ЛПР руководствуется отношением строгого предпочтения $\succ$. При этом с использованием отношения $\succ$ выделяются оптимальные (предпочтительные) решения. Худшие решения, для которых имеются более предпочтительные альтернативы, удаляются из множества X, поскольку их заведомо нельзя считать оптимальными. В результате исключения во множестве X худших решений по бинарному отношению $\succ$ останутся только оптимальные решения, для которых выполняется отношение неразличимости.

Таким образом, *множество оптимальных решений* по отношению строгого предпочтения $\succ$ включает такие решения $x^{(o)} \in X$, для которых не существует других решений $x \in X$, что было справедливо отношение $x \succ x^{(o)}$. Это множество оптимальных решений обозначается через $opt_{\succ}X$. В зависимости от структуры множества X и свойств отношения $\succ$ множество оптимальных решений $opt_{\succ}X$ может содержать единственный элемент, конечное или бесконечное множество элементов. Если множество X не пусто и содержит конечное число элементов, а бинарное отношение $\succ$ асимметрично и транзитивно, то это множество непустое $opt_{\succ}X \neq \varnothing$.

Кардиналистический подход к определению понятия оптимальности решений основан на введении некоторой целевой функции $U(\bullet)$, значение которой интерпретируется как полезность (ценность) решения x и определяет предпочтение ЛПР. Выбранная целевая функция задает соответствующее отношение порядка R на множестве X. Значение целевой функции $U(\bullet)$ является индикатором предпочтения R. В частности, при задании скалярной целевой функции считается, что решение x' предпочтительнее альтернативного решения x'' тогда и только тогда, когда выполняется условие $U(x') \geq U(x'')$. При таком подходе может быть задана формализованная процедура выбора оптимальных решений (критерий оптимальности) из условия экстремума (минимума или максимума) целевой функции на множестве допустимых решений

$$X^{(o)} = \underset{x \in X}{\arg}\ extrem[U(x)]. \tag{1}$$

В этом случае для выбора оптимальных решений используются методы скалярной оптимизации, которые, как правило, приводят к выбору единственного решения.

Однако из-за недостаточной определенности представления ЛПР про оптимальность с учетом совокупности противоречивых требований к решениям часто не удается в формализованном виде задать скалярную целевую функцию и соответствующий скалярный критерий оптимальности. Поэтому на начальных этапах решения характеризуют векторной целевой функцией, включающей совокупностью частных целевых функций

$$\vec{f}(x) = \left(f_1(x), f_2(x), ..., f_m(x)\right), \tag{2}$$

которые определяют полезность (ценность) решения x с точки зрения разных требований. При этом возникают более сложные задачи оптимизации решений по совокупности показателей качества, которые также называются задачами многокритериальной либо векторной оптимизации

$$X^{(o)} = \underset{x \in X}{\arg}\ extrem[\vec{f}(x) = (f_1(x), f_2(x), ..., f_m(x))]. \tag{3}$$

В многокритериальной оптимизационной задаче (3) возможны следующие варианты: частные целевые функции независимы между собой; функции связаны между собой и являются согласованными; функции связаны между собой и являются антагонистическими. В первых двух случаях оптимизационная задача (3) сводится к совокупности независимых скалярных оптимизационных задач для частных целевых функций. В последнем случае, который встречается часто в практических приложениях, оптимизационная задача (3) сводится к нахождению согласованного экстремума частных целевых функций. Этот экстремум означает, что дальнейшее улучшение значения каждой целевой функции может быть достигнуто лишь за счет ухудшения значений других целевых функций. В результате этого находится подмножество решений, оптимальных по совокупности показателей качества.

При введении векторной целевой функции, наряду с множеством допустимых альтернативных решений X можно рассматривать множество соответствующих им значений этой функции

$$Y = \vec{f}(X) = \{\vec{y} \in Y \mid \vec{y} = \vec{f}(x),\ x \in X\},\ Y \subset R^m, \tag{4}$$

которое называют *множеством векторных оценок* или *критериальным пространством.*

Каждому решению $x \in X$ соответствует одна оценка $\vec{y} = \vec{f}(x) \in Y$. С другой стороны, каждой оценке отвечают альтернативные решения $x \in X$ (их может быть и более одного), для которых $\vec{f}(x) = \vec{y}$. Таким образом, между множествами X и Y имеется тесная связь и поэтому выбор решения из множества X в указанном смысле равносилен выбору соответствующей оценки в критериальном пространстве Y.

Для векторных оценок $\vec{y}'$ и $\vec{y}''$ пространства Y можно рассматривать разные типы бинарных отношений между оценками, в частности широко используется:

- отношение нестрогого предпочтения (называемое также отношением Парето)

$$\vec{y}'\, \Phi_1\, \vec{y}'' \quad \leftrightarrow \quad \vec{f}(x') \geq \vec{f}(x''),\ f_i(x') \geq f_i(x''),\ i = \overline{1,m},\ f_i(x') \neq f_i(x''); \tag{5a}$$

- отношение строгого предпочтения (называемое также отношением Слейтера)

$$\vec{y}' \Phi_1 \vec{y}'' \leftrightarrow \vec{f}(x') > \vec{f}(x''),\ f_i(x') \geq f_i(x''),\ i = \overline{1,m}. \qquad (5б)$$

Также существуют и другие типы бинарных отношений: $\overset{=}{>}$, $\underset{=}{>}$. Для указанных бинарных отношений выполняются включения $> \subset \geq \subset \underset{=}{>} \subset \overset{=}{>}$. Следует заметить, что $\underset{=}{>}$ это объединение $\geq$ и =, а отношение $\overset{=}{>}$ верно тогда и только тогда, когда отношение $\geq$ неверно.

Согласованность отношений предпочтения на множестве решений и на множестве векторных оценок. Пусть определена векторная целевая функция $\vec{f}(x) = (f_1(x), f_2(x), ..., f_m(x))$ на множестве допустимых решений X. При отображении с помощью векторной целевой функции $\vec{f}(x), x \in X$ ему соответствует множество оценок Y (4). Будем полагать, что на множествах X и Y заданы отношения строгого предпочтения $\underset{X}{\succ}$ и $\underset{Y}{\succ}$ соответственно. Каждому решению $x \in X$ соответствует определенная векторная оценка $\vec{y} = \vec{f}(x) \in Y$ и, наоборот, каждой оценке $\vec{y}$ соответствуют такие решения x, для которых $\vec{f}(x) = \vec{y}$. Поэтому указанные бинарные отношения согласованы друг с другом: $\vec{y}' \underset{Y}{\succ} \vec{y}''$ имеет место тогда и только тогда, когда $x' \underset{X}{\succ} x''$, где $\vec{y}' = \vec{f}(x')$ и $\vec{y}'' = \vec{f}(x'')$. Следовательно, результаты, сформулированные в терминах оценок $\vec{y}$, могут быть переформулированы применительно к решениям x, и наоборот.

Для определенности ограничимся рассмотрением задач максимизации. Полученные результаты и выводы легко переформулируются применительно к задачам минимизации. В частности, многокритериальная задача максимизации характеризуется тем, что оценка $\vec{y}'$ всегда предпочтительнее оценки $\vec{y}''$, если выполняется неравенство $\vec{y}' \geq \vec{y}''$.

Для лица, принимающего решение, желательно по каждому из частных целевых функций $f_1(x), f_2(x), ..., f_m(x)$ получить по возможности большее значение, т.е. максимизировать каждую из функций. Точка максимума на множестве X одновременно для всех целевых функций заведомо является оптимальным решением многокритериальной задачи максимизации. Однако на практике этот случай имеет место крайне редко, так как такой точки максимума, как правило, не существует. Поэтому при отсутствии дополнительной информации о предпочтениях $\underset{X}{\succ}$ и $\underset{Y}{\succ}$ в многокритериальной задаче удается найти лишь согласованный экстремум частных целевых функций, которому соответствует некоторое множество оптимальных решений. Согласованный экстремум совокупности целевых функций означает, что дальнейшее улучшение значений каждой из них может быть достигнут лишь за счет ухудшения других целевых функций.

Парето-оптимальность. В многокритериальных задачах оптимизации бинарное отношение $\geq$ играет важную роль. Поэтому множество оптимальных оценок по отношению $\geq$ на множестве Y имеет специальное название: *множество Парето-оптимальных (оптимальных по Парето)* или *эффективных оценок.* Это множество обозначают через $P(Y) = opt_{\geq} Y$. Включение $\vec{y}^{(o)} \in P(Y)$ имеет место тогда и только тогда, когда не существует другой оценки $\vec{y} \in Y$, для которой было бы выполнено векторное неравенство $\vec{y} \geq \vec{y}^{(o)}$.

Соответствующее решение $x^{(o)} \in X$, для которого справедливо включение $\vec{y}^{(o)} = \vec{f}(x^{(o)}) \in P(Y)$, называют *Парето-оптимальным (оптимальным по Парето)* или *эффективным решением* относительно векторной функции $\vec{f}(\bullet)$ на множестве X. Множество всех таких решений обозначают через $P_f(X)$. Таким образом, включение $x^{(o)} \in P_f(X)$ имеет место тогда и только тогда, когда не существует других $x \in X$ таких, что выполняется неравенство $\vec{f}(x) \geq \vec{f}(x^{(o)})$.

При $m = 1$ бинарное отношение $\geq$ превращается в отношение $>$ для чисел и Парето-оптимальная оценка совпадает с максимальным элементом числового множества. При этом сформулированное определение Парето-оптимального решения превращается в определение точки максимума скалярной функции $f^{(i)}(\tilde{o})$. Таким образом, понятие Парето-оптимальной точки можно рассматривать как обобщение понятия точки максимума функции на случай нескольких функций.

Аналогично предыдущим определениям оценки, максимальные по отношению > называются слабоэффективными (слабо оптимальными по Парето) или оптимальными по Слейтеру. Множество таких оценок из Y обозначается через $S(Y)$ и называется слабоэффективным. Для указанных множеств выполняется включение $P(Y) \subseteq S(Y)$.

Нахождения Парето-оптимальных вариантов системы. Парето-оптимальные проектные решения могут быть найдены как непосредственно на множестве Φ_∂ с применением введенных бинарных отношений предпочтения, так и в пространстве введенных показателей качества – критериальном пространстве оценок. При этом каждый вариант системы ϕ отображается из множества допустимых вариантов Φ_∂ в критериальное пространство $Y \subset R^m$

$$Y = \vec{K}(\Phi_\partial) = \left\{\vec{y} \in Y \middle| \vec{y} = (\vec{k}(\phi), \quad \phi \in \Phi_\partial\right\}. \tag{6}$$

Отношению предпочтения $\succ$ на множестве Φ_∂ соответствует отношение $\geq$ в критериальном пространстве оценок Y. Для любых двух проектных решений $\phi', \phi'' \in \Phi_\partial$, для которых верно векторное неравенство $\vec{k}(\phi') \geq \vec{k}(\phi'')$, всегда имеет место отношение $\phi' \succ \phi''$.

Как правило, показатели качества и целевые функции (2) являются связанными и конкурирующими между собой. В этом случае достигнуть потенциального значения каждого из показателей в отдельности не представляется возможным. При этом может быть достигнут лишь их согласованный оптимум – оптимум по критерию Парето. Это означает, что дальнейшее улучшение каждого из показателей может быть достигнуто лишь за счет ухудшения остальных показателей качества системы.

Оптимуму по критерию Парето в критериальном пространстве соответствует подмножество Парето-оптимальных оценок, которые соответствуют недоминируемым вариантам системы

$$P(Y) = opt_{\geq} Y = \left\{\vec{k}(\phi^o) \in Y : \overline{\exists} \vec{k}(\phi) \in Y : \vec{k}(\phi) \geq \vec{k}(\phi^o)\right\} \tag{7}$$

При нахождении подмножества Парето-оптимальных оценок согласно (7) исключаются безусловно худшие оценки, а следовательно, и соответствующие им безусловно худшие варианты системы.

Таким образом, при конечной мощности множества допустимых вариантов системы Φ_∂ нахождение Парето-оптимальных оценок и соответствующих им решений может производится согласно (7). На этом основан *метод дискретного выбора* Парето-оптимальных решений.

Кроме этого, для нахождения Парето-оптимальных решений могут быть использованы специальные методы, например весовой метод, метод рабочих характеристик, метод последовательных уступок и другие методы.

В случае применения *весового метода* Парето-оптимальные проектные решения находятся путем оптимизации взвешенной суммы частных целевых функций

$$P_{\vec{k}}(\Phi_{\partial})=\left\{\phi^{(o)}\in\Phi_{\partial}:\arg\underset{\phi\in\Phi_{\partial}}{extr}\left[k_p(\phi)=\lambda_1 k_1(\phi)+\lambda_2 k_2(\phi)+\ldots+\lambda_m k_m(\phi)\right]\right\}, \qquad (8)$$

в которой весовые коэффициенты $\lambda_1,\lambda_2,\ldots,\lambda_m$ выбираются из условия $\lambda_i>0,\ \sum_{i=1}^{m}\lambda_i=1.$ Множество Парето-оптимальных решений содержит те варианты системы, которые удовлетворяют условию (8) при разных допустимых комбинациях весовых коэффициентов $\lambda_1,\lambda_2,\ldots,\lambda_m$.

Метод рабочих характеристик состоит в том, что все целевые функции, кроме одной, например первой, переводятся в разряд ограничений типа равенства, и ищется ее экстремум на множестве допустимых альтернатив Φ_{∂}:

$$P_{\vec{k}}(\Phi_{\partial})=\left\{\phi^{(o)}\in\Phi_{\partial}:\arg\underset{\phi\in\Phi_{\partial}}{extr}\left[k_1(\phi)\right],\quad k_2(\phi)=K_{2ф};\ k_3(\phi)=K_{3ф},\ldots,k_m(\phi)=K_{mф}\right\}. \qquad (9)$$

Здесь $K_{2ф},K_{3ф},\ldots,K_{mф}$ – некоторые фиксированные, но произвольные значения показателей качества.

Оптимизационная задача (9) решается последовательно для всех допустимых комбинаций значений $K_{2ф},K_{3ф},\ldots,K_{mф}$. При этом определяется некоторое подмножество Парето-оптимальных вариантов системы и соответствующая им многомерная рабочая поверхность в критериальном пространстве, которая при определенных условиях совпадает с Парето-оптимальной поверхностью. Следует отметить, что каждая точка Парето-оптимальной поверхности обладает свойством m-кратного согласованного по Парето оптимуму. Каждой точке этой поверхности соответствует потенциально достижимое значение одного из показателей k_{opt} при фиксированных (соответствующих этой точке) значениях остальных $(m-1)$ показателей качества. Парето-оптимальная поверхность может быть описана любым из следующих соотношений:

$$k_{1opt}=f_{no}^{1}(k_2,k_3,\ldots,k_m),\ldots,k_{mopt}=f_{no}^{m}(k_1,k_2,\ldots,k_{m-1}), \qquad (10)$$

которые представляют собой многомерные диаграммы обмена между показателями качества, показывающими, как потенциально достижимое значение соответствующего показателя зависит от потенциально достижимых значений других показателей качества.

Близким к методу рабочих характеристик при нахождении Парето-оптимальных вариантов систем является *метод главного критерия*. В этом методе исходная многокритериальная задача оптимизации сводится к задаче оптимизации одного из показателей (целевой функции), который объявляется главным. Остальные показатели качества (частные целевые функции) вводятся в раздел ограничений типа неравенства (их значения не должны превышать некоторых «пороговых значений»). Формализованная процедура поиска Парето-оптимальных вариантов систем аналогична (9) с той разницей, что ограничения на значения частных целевых функций имеют характер неравенств.

Аналогичный подход к нахождению Парето-оптимальных вариантов систем используется в известном *методе последовательных уступок*, в котором также выбирается один из показателей качества (целевая функция), а на значения остальных частных целевых функций вместо ограничений задаются некоторые фиксированные уступки.

Следует отметить, что в указанных специальных методах нахождения Парето-оптимальных вариантов систем исходная многокритериальная задача оптимизации сводится к решению некоторого множества однокритериальных (скалярных) задач оптимизации при разных типах ограничений. Полученное при этом множество оптимальных решений используется при формировании подмножества Парето-оптимальных вариантов систем, оптимальных по совокупности показателей качества.

Понятие Парето-оптимальности является фундаментальным для теории и практики многокритериальной оптимизации систем. Полученная с использованием одного из методов Парето-оптимальная поверхность связывает потенциально достижимые значения показателей и представляет собой согласованный оптимум по Парето значений зависимых и конкурирующих между собой показателей качества систем. Поэтому, определяя Парето-оптимальную поверхность в критериальном пространстве, тем самым находят многомерные потенциальные характеристики (МПХ) системы и связанные с ними многомерные диаграммы обмена (МДО).

По сравнению с широко используемыми одномерными потенциальными характеристиками системы МПХ дают качественно новую информацию для анализа проектных решений, поскольку дают представления о потенциально возможных значениях совокупности показателей и потенциальных возможностях системы. Анализируя МДО, можно выяснить, как необходимо изменить значения одних показателей качества системы ради улучшения других показателей, а также как при этом следует изменить структуру и параметры соответствующих систем.

Если найденное подмножество Парето-оптимальных вариантов системы оказалось узким, то в качестве оптимального варианта можно использовать любой из них. В таком случае можно считать, что отношение строгого предпочтения в пространстве допустимых вариантов системы $\succ$ совпадает с отношением предпочтения в критериальном пространстве оценок $\geq$ и поэтому $opt_{\succ}Y = P(Y)$. Однако часто на практике подмножество Парето-оптимальных оценок $P(Y)$ оказывается достаточно широким. Это означает, что отношения предпочтения $\succ$ и $\geq$ хотя и связаны аксиомой Парето, однако не совпадают. При этом справедливы включения $opt_{\succ}Y \subset P(Y)$, а также $opt_{\succ}\Phi \subset P_{\vec{k}}(\Phi_{\partial})$.

В ряде задач проектирования систем возникает необходимость сужения найденного подмножества Парето-оптимальных решений до единственного варианта системы. Для этого могут быть использованы условные критерии предпочтения, основанные на разных методах сужения подмножества Парето. Однако окончательный выбор единственного проектного решения должен производиться лишь в пределах найденного подмножества Парето-оптимальных систем, которое получено за счет исключения безусловно худших вариантов системы.

Сужение подмножества Парето до единственного проектного решения

Когда для последующих этапов проектирования должен быть выбран единственный вариант системы, возникает необходимость сужения подмножества Парето-оптимальных решений до единственного варианта системы с привлечением дополнительной информации об отношении предпочтения заказчика. Такая информация появляется в результате всестороннего анализа Парето-оптимальных вариантов системы, в частности их структуры, параметров, многомерных рабочих характеристик, многомерных диаграмм обмена, относительной важности введенных показателей качества системы и пр. Полученные при этом дополнительная информация о предпочтениях используются для построения условного критерия предпочтения, основанного, в частности, на введении некоторой скалярной целевой функции, оптимизация которой приводит к выбору единственного варианта системы.

Для сужения множества Парето-оптимальных решений могут использоваться различные подходы, в частности основанные на теории полезности, теории нечетких множеств, лексографическом сравнении и др. Рассмотрим некоторые из распространенных методов сужения подмножества Парето.

При использовании *теории полезности* выбирается скалярная целевая функция в виде аддитивной, мультипликативной, полилинейной функции полезности, которая в частном случае может иметь вид

$$F(k_1, k_2, ..., k_m) = \sum_{j=1}^{m} c_j f_j(k_j), \tag{11}$$

где c_j – шкалирующие коэффициенты, $f_j(k_j)$ – некоторые одномерные функции полезности, являющиеся оценками полезности варианта системы ϕ по показателю качества системы k_j.

Использование *теории нечетких множеств* основано на том, что из-за априорной неопределенности относительно предпочтения заказчика понятие "наилучший вариант системы" нельзя определить точно. Можно считать, что это понятие представляет собой нечеткое множество. При этом для оценивания эффективности системы могут быть использованы основные положения теории нечетких множеств. В соответствии с ней множество оценок эффективности вариантов системы будет нечетким множеством $K = \{(k_1, k_2, ..., k_m), \xi_{\vec{k}}(k_1, k_2, ..., k_m)\}$, которое является множеством подчиненных оценок, ранжированных по значениям функции принадлежности.

Наиболее общая форма функции принадлежности, интерпретированная в терминах теории нечетких множеств, имеет вид

$$\xi_{\vec{k}}(k_1, k_2, ..., k_m) = \frac{1}{m}\left\{\sum_{j=1}^{m}\left[\xi_{k_j}(k_j)\right]^{\beta}\right\}^{\frac{1}{\beta}}. \tag{12}$$

Достоинством такой формы функции принадлежности является то, что в зависимости от значения параметра β реализуется широкий класс функций от линейной аддитивной формы при $\beta = 1$ до сугубо нелинейных зависимостей при $\beta \to \infty$.

Нахождение экстремального значения скалярной целевой функции (11) или (12) позволяет выбрать соответствующий ему единственный вариант системы из подмножества Парето-оптимальных проектных решений.

Лексико-графический подход к выбору единственного проектного решения из подмножества Парето может быть использован, когда желательно получить по возможности большее значение одного из показателей качества, например k_1, даже за счет "потерь" по остальным показателям. Это соответствует ситуации, когда весь набор показателей качества $k_1, k_2, ..., k_m$ строго упорядочен по важности и при сравнении проектных решений используется лексико-графическое отношение $\vec{k}' \underset{\succ}{lex} \vec{k}''$ соответствующих оценок показателей качества для вариантов систем ϕ' и ϕ''. При выполнении соотношения $\vec{k}' \underset{\succ}{lex} \vec{k}''$ говорят, что вектор $\vec{k}'$ лексико-графически больше, чем вектор $\vec{k}''$. При $m = 1$ лексико-графическое отношение совпадает с отношением > на подмножестве вещественных чисел.

Если в качестве отношения строго предпочтения используют лексико-графическое отношение, то это означает, что из пары оценок показателей качества (и соответствующих им проектных решений) предпочтительнее та оценка, у которой первая компонента вектора $\vec{k}'$ (оценка показателя качества k_1) больше, независимо от соотношений межу остальными компонентами вектора оценок $\vec{k}$. Когда первые компоненты двух оценок одинаковы, то предпочтительнее оценка (и соответствующее проектное решение), имеющая большую вторую компоненту; остальные компоненты данной оценки могут при этом "значительно уступать" соответствующим вторым компонентам оценки и т.д. В определении лексикографического отношения важную роль играет порядок перечисления показателей качества.

Структура системы поддержки принятия оптимальных проектных решений с учетом совокупности показателей качества

Как следует из предыдущего рассмотрения, методология многокритериальной оптимизации включает такие основные этапы: формирование структурированного множества допустимых проектных вариантов с использованием морфологического подхода; отображение полученного множества в пространстве векторных оценок и нахождения подмножества оптимальных решений по безусловному критерию предпочтения Парето; выбор при необходимости единственного предпочтительного варианта сети с использованием введенного условного критерия предпочтения.

На основе данной методологии может быть построена система поддержки принятия оптимальных проектных решений с учетом совокупности показателей качества, структура которой приведена на рисунке.

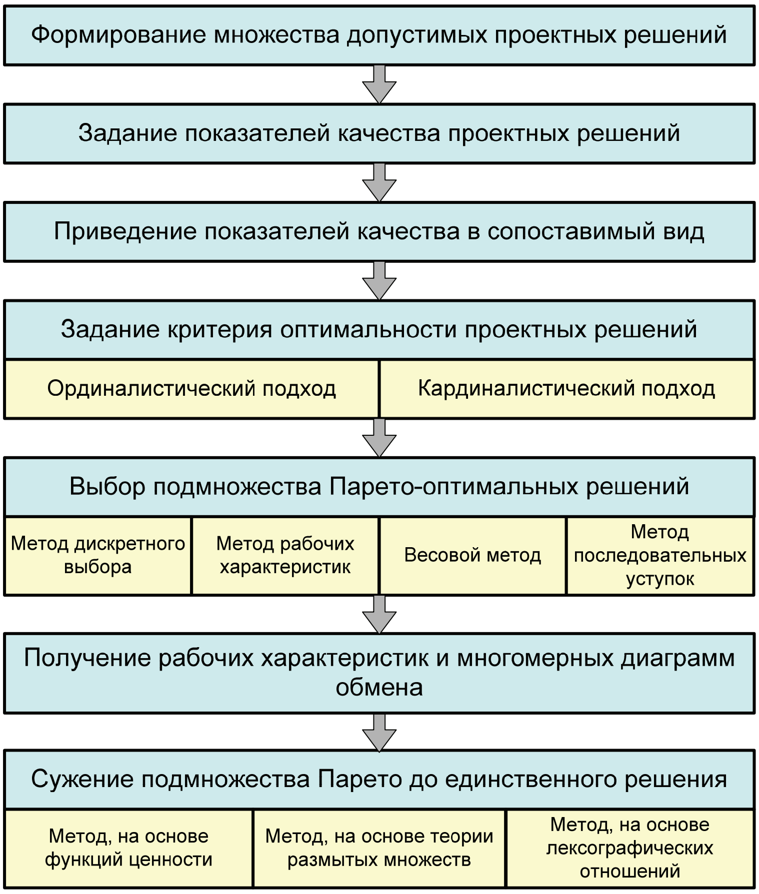

Рис. 1. Структура система поддержки принятия проектных решений, оптимальных по совокупности показателей качества

2. Некоторые примеры применения методов многокритериального выбора оптимальных проектных решений при планировании СМС

Рассмотрим некоторые практические особенности применения методов многокритериальной оптимизации при планировании СМС, в частности при планировании подсистемы радиосети, а также подсистемы транспортной сети для различных поколений СМС [5 – 7].

Многокритериальный выбор оптимальных проектных решений при планировании радиосети СМС 2G. Рассмотрен пример применения методов многокритериальной оптимизации на номинальном этапе планирования радиосети СМС стандарта GSM. Было сформировано множество допустимых вариантов СМС. При этом заданы разные исходные данные, включающие планируемое количество абонентов в сети, размер площади покрытия, активность абонентов в час наибольшей загрузки, занимаемую полосу частот, размеры кластеров; возможную вероятность блокировки вызовов и процент времени ухудшения качества связи.

Были выбраны следующие показатели качества: вероятность ошибки, емкость сети, количество базовых станций в сети, эффективность использования радиочастотного спектра, вероятность блокировки, площадь покрытия. В критериальном пространстве оценок указанных показателей качества было выделено подмножество Парето-оптимальных вариантов, включающее 71 проектный вариант СМС. При этом было исключено 29 безусловно худших проектных вариантов. Из условия минимизации условного критерия предпочтения (6) был выбран единственный проектный вариант СМС из подмножества Парето-оптимальных. Он характеризуется следующими данными: количество абонентов – 30000; площадь обслуживания – 320 $км^2$; активность абонентов – 0.025 *Эрл*; занимаемая полоса частот – 4 *MHz*; возможная вероятность блокировки вызова – 0.01; процент времени ухудшения качества связи – 0.07; плотность обслуживания – 94 активных абонентов на квадратный километр; размер кластера – 7 *сот*; количество базовых станций в сети – 133; количество абонентов, обслуживаемых одной базовой станцией – 226; телефонная нагрузка – 3.326 *Эрл*; вероятность ошибки – $5.277 \cdot 10^{-7}$.

Многокритериальный выбор оптимальных проектных решений при планировании радиосети СМС 3G. Рассмотрены особенности решения задачи оптимизации радиосети по совокупности показателей качества на номинальном этапе планирования радиосети СМС стандарта UMTS [6]. Сформированное множество допустимых проектных вариантов, которые определяются разными исходными данными, в частности, планируемое количество абонентов в сети, площадь обслуживаемой территории, предполагаемая активность абонентов, допустимая вероятность блокировки вызова. Заданы показатели качества радиосети: вероятность отказа в обслуживании, плотность обслуживаемых абонентов и необходимое количество базовых станций. Множество допустимых проектных вариантов отображено в критериальное пространство оценок показателей качества. Здесь выделено подмножество Парето-оптимальных решений, включающих пять проектных вариантов. Из этого подмножества с помощью лексикографического подхода выбран единственный проектный вариант радиосети СМС, который характеризуется следующими даннями: вероятность блокировки – 0,02; плотность обслуживаемых абонентов – 183 $аб/км^2$, количество базовых станций – 18.

Многокритериальный выбор оптимальных проектных решений при планировании транспортной сети СМС. Получены результаты решения задачи оптимизации топологии транспортной сети СМС по двум показателями качества: коэффициента неготовности и относительной стоимости транспортной сети. В рассмотренном примере для номинального плана радиосети, которая содержит 26 базовых станций и 1 базовый контроллер, сформировано множество допустимых вариантов топологий транспортной сети. Для каждой из топологий транспортной сети найдены оценки введенных показателей качества. В критериальном пространстве оценок показателей качества выделено подмножество Парето-оптимальных проектных вариантов, включающих три топологии транспортной сети. При использовании условного критерия предпочтения, основанного на минимизации скалярной целевой функции (6) при равных коэффициентах важности показателей качества, был найден единственный проектный вариант топологии транспортной сети.

Многокритериальный выбор оптимальних проектных решений при планировании СМС 4G. Рассмотрены особенности применения методов многокритериальной оптимизации при планировании радиосети СМС, основанной на технологии LTE. По результатам анализа трафика в сети проведен расчет радиопокрытия, выбраны частотные параметры радиосети, минимизирующие интерференцию, выбраны параметры базовых станций (мощности, частоты, диаграммы направленности антенн и их высота подвески. В результате планирования получены значения зоны обслуживания, уровни интерференции, нагрузки трафика на базовые станции, скорости передачи, вероятности ошибок и др.

При оптимизации радиосети были заданы следующие показатели качества: доступность связи, количество битовых ошибок, скорость передачи на линии вверх, время задержки пакетов, площадь радиопокрытия, пропускная способность, емкость сети, эффективность использования радиоспектра.

В результате применения методологии многокритериального выбора оптимальных проектных вариантов с учетом заданных показателей качества выделено подмножество Парето-оптимальных проектных вариантов. При этом в критериальном пространстве были получены потенциально достижимые значения показателей качества, представляющие собой многомерные потенциальные характеристики, а также многомерные диаграммы обмена показателей качества радиосети.

Программный комплекс для многокритериального выбора оптимальных проектных решений. Для выбора оптимальных проектных решений на основе методов многокритериальной оптимизации использован программный комплекс, который решает задачи задания исходных данных, и расчет технических параметров множества допустимых вариантов СМС, выбор подмножества Парето-оптимальных проектных вариантов и сужение его к единственному проектному варианту. Имеется возможность выбора и задания значений показателей качества при многокритериальной оптимизации конкретных СМС. Для иллюстрации и проведения анализа на экран выдается информация о Парето-оптимальных проектних вариантах, значениях многомерных потенциальных характеристик проектируемых СМС, а также выводятся многомерные диаграммы обмена показателей качества. Кроме того, имеется возможность задания вида условного критерия предпочтения и значений соответствующих коэффициентов в выбранных скалярных целевых функциях, которые используются для единственного предпочтительного проектного варианта.

Выводы

1. Приведена метододология выбора оптимальных проектных решений с учетом совокупности показателей качества, включающая выделение подмножества Парето-оптимальных решений и дальнейшее его сужение до единственного проектного варианта.

2. Даны примеры применения методологии многокритериальной оптимизации для выбора оптимальных проектных вариантов при решении разных типов задач планирования СМС.

3. Рассмотренные методы и соответствующие программные средства многокритериального выбора оптимальных проектных решений дают возможность формализованного учета противоречивых требований и могут быть использованы в существующих системах автоматизированного проектирования СМС.

Список литературы: 1. *Granat, J., Wierzbick,i A.P.* Multicriteria analysis in telecommunications // Proceedings of the 37th Hawaii International Conference on System Sciences. 2004. P.1-6. 2. *UMTS* Radio Network Planning, Optimization and QOS Management. For Practical Engineering Tasks / Edited by J. Lempiдinen, M. Manninen. – Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2004. 343 p. 3. *Mishra, A.R.* Advanced Cellular Network Planning and Optimisation. 2G/2.5G/3G Evolution TO 4G / Edited by *Ajay R. Mishra.* – UK: John Wiley & Sons Ltd, 2007. 542 p. 4. *Ногин, В.Д.* Принятие решений в многокритериальной среде: количественный подход. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2002. – 176с. 5. *Чеботарева, Д.В., Безрук, В.М.* Многокритериальная оптимизация проектных решений при планировании сотовых сетей мобильной связи. – Х. : Компания СМИТ, 2013. – 148с. 6. *Bezruk, V.M., Bukhanko, A.N., Chebotaryova, D.V., Varich, V.V.* Multicriteria optimization in telecommunication networks planning, designing and controlling // Open Book “Telecommunications Networks”. Chapter 11. – Rijeka : INTECH, 2012. – P. 251 – 274. 7. *Bezruk, V., Chebotareva, D., Jo M., Ivanenko, S.* Multicriteria Optimization in Planning of Mobile Communication Networks // MIKON 2014, 20th International Conference on Microwaves, Radar and Wireless Communications, June 16-18, Gdansk, Poland. – P.633 – 639.

Харьковский национальный
университет радиоэлектроники

Поступила в редколлегию 14.08.2014