

ИДЕНТИФИКАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ СРЕДСТВ ИЗМЕРИТЕЛЬНОЙ ТЕХНИКИ, МОДЕЛИРУЕМЫХ ДИНАМИЧЕСКИМ ЗВЕНОМ КОЛЕБАТЕЛЬНОГО ТИПА, ПО ПЕРЕДАТОЧНОЙ ФУНКЦИИ

В работе предложен метод определения постоянной времени и коэффициента затухания средства измерительной техники, моделируемого динамическим звеном колебательного типа, по передаточной функции. Предложен алгоритм применения метода наименьших квадратов для повышения достоверности результатов измерений за счет использования более полного объема информации о динамических свойствах средств измерительной техники. Исследованы стандартные неопределенности постоянной времени и коэффициента затухания. Даны рекомендации по оптимизации условий измерительного эксперимента по идентификации параметров средств измерительной техники, моделируемых динамическим звеном колебательного типа, по передаточным функциям.

Ключевые слова: *средство измерительной техники, динамическое звено колебательного типа, динамическая характеристика, передаточная функция, постоянная времени, коэффициент затухания, стандартная неопределенность*

Введение

В настоящее время требования к точности и быстродействию измерительных преобразователей и средств измерительной техники (СИТ) во всех сферах жизнедеятельности человека повышаются, что приводит к необходимости исследований их динамических характеристик (ДХ). Этот вопрос является актуальным для датчиков и СИТ с передаточными функциями (ПФ) второго порядка, которые могут быть представлены в виде динамического звена колебательного типа, в частности, для акселерометров и инклинометров, нашедших широчайшее применение как в современных радиоэлектронных устройствах и системах, так и при проведении сертификационных испытаний сложных технических объектов, к которым относятся и автотранспортные средства. Для акселерометров ДХ являются одними из основных метрологических характеристик [1-3], отражающих их инерционные свойства, поэтому идентификация параметров и коррекция ДХ являются важными задачами, решение которых позволит повысить точность и достоверность получаемых результатов измерений. Однако решение этих задач, особенно задачи идентификации, осложнено существенно нелинейными соотношениями между ДХ и их параметрами, такими как постоянная времени (ПВ) и коэффициент затухания (КЗ), показатель затухания, угловая частота колебаний.

Некоторые методы идентификации параметров СИТ, моделируемых динамическим звеном колебательного типа, рассмотрены в [4-7], однако на сегодняшний день вследствие их невысокой точности или недостаточной (а часто вообще отсутствующей) информации об их точности можно сделать вывод о необходимости разработки и метрологического исследования новых методов идентификации ДХ, базирующихся на методах статистической обработки экспериментальных данных.

Целью данной работы является разработка метода идентификации параметров СИТ, моделируемого динамическим звеном колебательного типа, по ПФ и адаптация метода наименьших квадратов (МНК) к данной задаче идентификации.

Суть метода

Передаточная функция СИТ, моделируемого динамическим звеном колебательного типа, имеет вид

$$W(p) = \frac{k}{T^2 p^2 + 2T\xi p + 1}, \quad (1)$$

где k – статический коэффициент преобразования СИТ; T – ПВ СИТ; ξ – КЗ СИТ; p – аргумент преобразования Лапласа.

Это выражение можно преобразовать к виду

$$T^2 p^2 + 2T\xi p + 1 = \frac{k}{W(p)}, \quad (2)$$

где k известно, p может быть выбрано произвольно, а значения $W(p)$ могут быть

получены путем пересчета из других эмпирически полученных динамических характеристик, в частности, переходной и импульсной [4]. Для акселерометров получить прямым методом возможно только импульсную характеристику (ИХ) [8-10].

Подставляя значения p_1 и p_2 в (2), можно получить систему уравнений

$$\begin{cases} T^2 p_1^2 + 2T\xi p_1 + 1 = \frac{k}{W(p_1)}; \\ T^2 p_2^2 + 2T\xi p_2 + 1 = \frac{k}{W(p_2)}, \end{cases}$$

решением которой будет

$$T = \sqrt{\frac{1}{p_2(p_2 - p_1)} \left[\frac{k}{W(p_2)} - 1 - \frac{p_2}{p_1} \left(\frac{k}{W(p_1)} - 1 \right) \right]};$$

$$\xi = \frac{\frac{k}{W(p_1)} - 1 - T^2 p_1^2}{2T p_1}. \quad (3)$$

Если ввести обозначение $p_2/p_1 = \beta$, выражение для ПВ будет иметь вид

$$T = \frac{1}{p_1} \sqrt{\frac{1}{\beta(\beta - 1)} \left[\frac{k}{W(p_2)} - 1 - \beta \left(\frac{k}{W(p_1)} - 1 \right) \right]}. \quad (4)$$

Оценивание стандартной неопределенности постоянной времени

Стандартная неопределенность (СН) ПВ, найденной по формуле (4), в соответствии с законом распространения неопределенностей [11] будет определяться выражением

$$u(T) = \left[\left(\frac{\partial T}{\partial W(p_1)} \right)^2 u^2[W(p_1)] + \left(\frac{\partial T}{\partial W(p_2)} \right)^2 u^2[W(p_2)] \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (5)$$

где $u[W(p_1)]$, $u[W(p_2)]$ – СН ПФ СИТ, а коэффициенты чувствительности определяются по формулам

$$\frac{\partial T}{\partial W(p_1)} = \frac{k}{W^2(p_1)} \frac{1}{2p_1^2 T(\beta - 1)};$$

$$\frac{\partial T}{\partial W(p_2)} = -\frac{k}{W^2(p_2)} \frac{1}{2p_1^2 T\beta(\beta - 1)},$$

то есть

$$u(T) = \frac{k}{2p_1^2 T(\beta - 1)} \sqrt{\frac{u^2[W(p_1)]}{W^4(p_1)} + \frac{u^2[W(p_2)]}{\beta^2 W^4(p_2)}}, \quad (6)$$

откуда следует, что для оценивания СН ПВ предварительно необходимо оценить СН $u[W(p_1)]$, $u[W(p_2)]$.

Для акселерометров ПФ СИТ наиболее простым способом может быть определена путем пересчета значений ИХ, полученной эмпирически при калибровке [10]:

$$W(p) = \int_0^{\infty} g(t) e^{-pt} dt,$$

где $g(t)$ – ИХ СИТ.

При дискретном измерении ИХ ПФ можно получить по формуле

$$W(p) = \sum_{i=0}^{N-1} g(t_i) e^{-pt_i} (t_{i+1} - t_i) = \Delta t \sum_{i=0}^{N-1} g(i\Delta t) e^{-ip\Delta t}, \quad (7)$$

где $\Delta t = t_{i+1} - t_i$ – период дискретизации ИХ; $t_i = i \cdot \Delta t$ – моменты времени, в которые измеряется ИХ; $g(t_i) = g(i\Delta t)$ – дискретные значения ИХ СИТ, полученные экспериментально; N – количество дискретных отсчетов ИХ.

Методическая погрешность получения ПФ из ИХ, определяемая по формуле

$$\delta W(p) = \frac{W^*(p) - W(p)}{W(p)} \cdot 100, \quad (8)$$

где $W^*(p)$, $W(p)$ – значения ПФ, полученных по формулам (7) и (1) соответственно, зависит от значения периода дискретизации Δt и числа дискретных отсчетов N (времени измерения ИХ), что показано на рис. 1 на примере акселерометра со статическим коэффициентом преобразования $k = 9,8 \text{ м/с}$, ПВ $T = 8 \text{ мс}$ и КЗ $\xi = 0,6$.

При этом для рассматриваемого акселерометра погрешность $|\delta W(p)|$ остается более 100 % при любых соотношениях N и p при $\Delta t \geq 32 \text{ мс}$. При уменьшении $\Delta t \leq 1 \text{ мс}$ зависимость $\delta W(p)$ практически не изменяется и имеет вид, показанный на рис. 1 г), из чего следует необходимость рационального выбора количества наблюдений N для заданного периода Δt для обеспечения достаточного времени измерения ИХ. Для рассматриваемого примера время, при котором погрешность $|\delta W(p)| \leq 1\%$, составляет порядка 65 мс время, при котором погрешность $|\delta W(p)| \leq 0,1\%$, составляет порядка 90 мс.

СН ПФ

$$u[W(p)] = \left\{ \sum_{i=0}^{N-1} \left[\left(\frac{\partial W(p)}{\partial g(t_i)} \right)^2 u^2[g(t_i)] + \left(\frac{\partial W(p)}{\partial t_i} \right)^2 u^2(t_i) + \left(\frac{\partial W(p)}{\partial t_{i+1}} \right)^2 u^2(t_{i+1}) \right] \right\}^{\frac{1}{2}},$$

где $u[g(t_i)]$ – СН дискретных значений ИХ; $u(t_i)$, $u(t_{i+1})$ – СН регистрации моментов времени t_i и t_{i+1} соответственно; коэффициенты влияния определяются по формулам

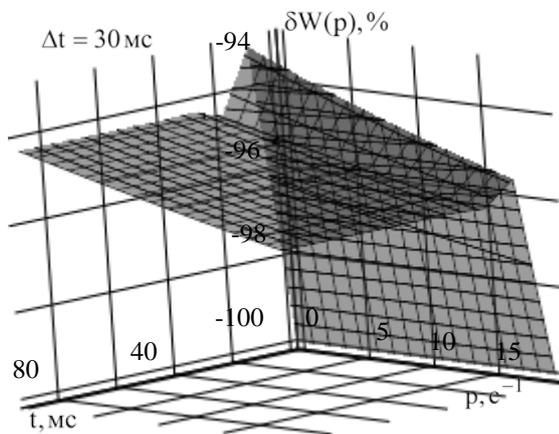
$$\frac{\partial W(p)}{\partial g(t_i)} = (t_{i+1} - t_i) e^{-pt_i};$$

$$\frac{\partial W(p)}{\partial t_i} = -g(t_i) e^{-pt_i} [p(t_{i+1} - t_i) + 1] = -[pW(p) + g(t_i) e^{-pt_i}];$$

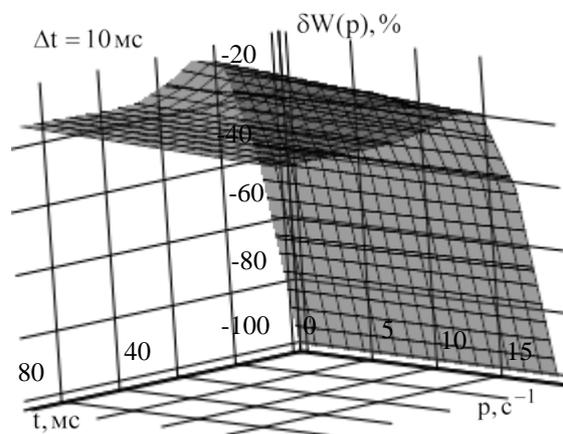
$$\frac{\partial W(p)}{\partial t_{i+1}} = g(t_i) e^{-pt_i}.$$

Значения ИХ $g(i\Delta t)$ определяются при калибровке акселерометра в вольтах [10], после чего пересчитываются методом цифрового интегрирования в коэффициент преобразования акселерометра в ударном режиме. Максимальная допустимая погрешность измерения напряжения при калибровке оставляет $\pm 1\%$ измеренного значения, то есть стандартная неопределенность с учетом равномерного распределения погрешности внутри границ будет определяться по формуле

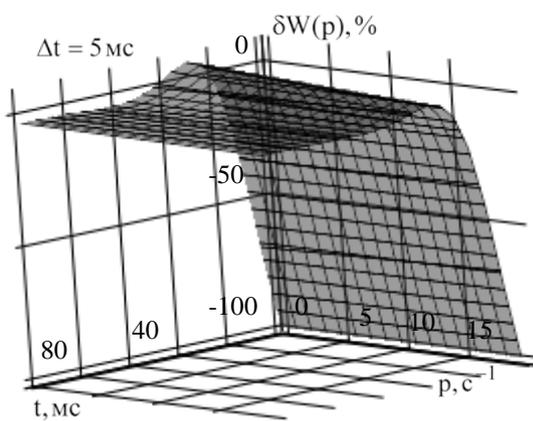
$$u[g(t_i)] = 0,01 \cdot g(t_i) / \sqrt{3}. \quad (9)$$



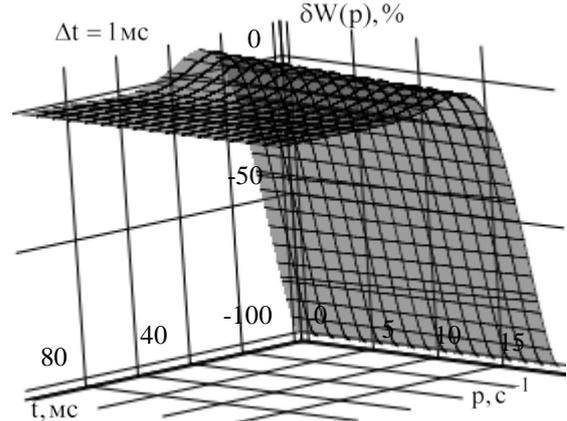
а)



б)



в)



г)

Рис.1. Зависимости погрешности получения передаточной функции СИТ от времени измерения импульсной характеристики и аргумента преобразования Лапласа

Максимальная допустимая погрешность измерения времени при калибровке оставляет $\pm 0,01\%$ измеренного значения, то есть стандартная неопределенность регистрации времени с учетом

равномерного распределения погрешности внутри границ будет определяться по формуле

$$u(t_i) = 10^{-4} t_i / \sqrt{3}, \quad u(t_{i+1}) = 10^{-4} t_{i+1} / \sqrt{3}. \quad (10)$$

С учетом выражений (8), (9) можно получить

$$u[W(p)] = \frac{10^{-2}}{\sqrt{3}} \left\{ \sum_{i=0}^{N-1} g^2(t_i) e^{-2pt_i} \{(t_{i+1} - t_i)^2 + 10^{-4} t_i^2 [p(t_{i+1} - t_i) + 1]^2 + 10^{-4} t_{i+1}^2 \}^{\frac{1}{2}} \right. \quad (11)$$

Подставляя выражение (11) в (5), получаем зависимость СН $u(T)$ от параметров β и p_1 . Исследование показало наличие экстремумов (минимумов) функции $u(T)$ при определенных соотношениях параметров β и p_1 , что дает возможность уменьшить $u(T)$. Зависимости оптимальных соотношений β и p_1 (сплошная линия) и соответствующих им минимальных значений неопределенности $u(T)$ (штриховая линия) показаны на рис. 2, откуда видно, что зависимость $u_{\min}(T)[\beta]$ имеет минимум, равный 2,96 мкс при $\beta = 40$ и $p_1 = 85,91c^{-1}$ (соответственно $p_2 = 3436,4c^{-1}$).

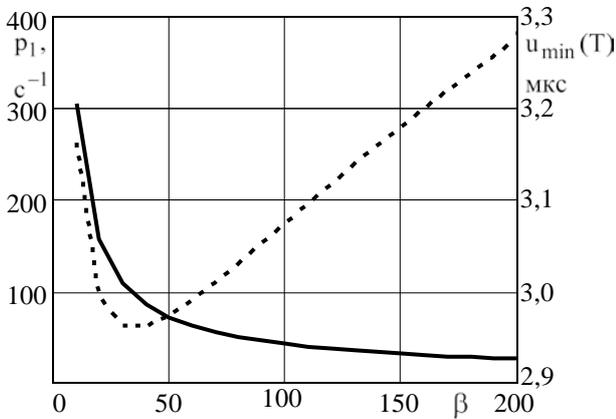


Рис. 2. Зависимость $u_{\min}(T)$ и p_1 от β

Таким образом, предлагаемый подход к выбору параметров при обработке результатов измерительного эксперимента по идентификации ПВ СИТ позволяет уменьшить ее СН в более чем 2600 раз по сравнению со случаем $p_1 = 1c^{-1}$ и $p_2 = 2c^{-1}$ ($\beta = 2$).

Оценивание стандартной неопределенности коэффициента затухания

СН КЗ (формула (3)) имеет вид

$$u(\xi) = \sqrt{\left(\frac{\partial \xi}{\partial W(p_1)} \right)^2 u^2[W(p_1)] + \left(\frac{\partial \xi}{\partial T} \right)^2 u^2(T)}, \quad (12)$$

где $u[W(p_1)]$ – СН ПФ СИТ, оцениваемые в соответствие с выражением (7); $u(T)$ – СН ПВ, оцениваемая по формуле (5); коэффициенты чувствительности определяются по формулам

$$\frac{\partial \xi}{\partial W(p_1)} = -\frac{k}{2Tp_1 W(p_1)};$$

$$\frac{\partial \xi}{\partial T} = -\frac{\frac{k}{W(p_1)} - 1 - T^2 p_1^2}{2T^2 p_1} - p_1 = -\frac{\xi}{T} - p_1,$$

то есть СН КЗ имеет вид

$$u(T) = \sqrt{\left(-\frac{k}{2Tp_1 W(p_1)} u[W(p_1)] \right)^2 + \left(-\left(\frac{\xi}{T} + p_1 \right) u(T) \right)^2}.$$

В случае получения ПФ СИТ путем пересчета ИХ для оценивания СН ПФ $u[W(p_1)]$ используются выражения (7) и (11). Подставляя последнее в формулы (6) и (12), можно получить зависимость СН $u(\xi)$ от параметров β и p_1 (выражение (5) не содержит параметра β , однако этот параметр оказывает влияние на значение $u(T)$, входящее в выражение (12)). Исследование показало наличие экстремумов функции $u(\xi)$ при определенных соотношениях параметров β и p_1 , что дает возможность уменьшить $u(\xi)$. Зависимости оптимальных соотношений β и p_1 (сплошная линия) и соответствующих им минимальных значений СН $u_{\min}(\xi)$ (штриховая линия) показаны на рис. 3.

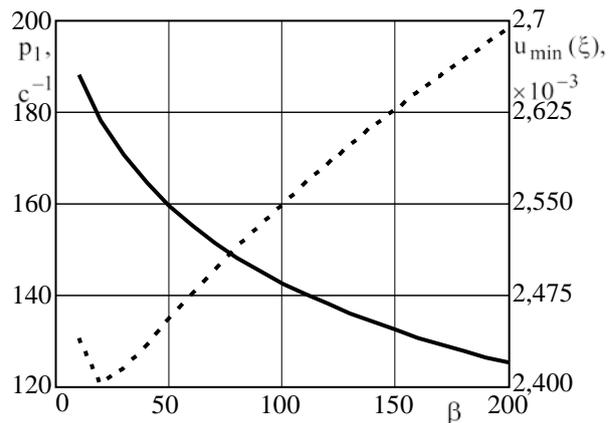


Рис. 3. Зависимость $u_{\min}(\xi)$ и p_1 от β

Как видно из рис. 3, зависимость $u_{\min}(\xi)[\beta]$ имеет минимум, равный 0,0024 при $\beta = 20$ и $p_1 = 178c^{-1}$. По сравнению со случаем $p_1 = 1c^{-1}$ и $p_2 = 2c^{-1}$ ($\beta = 2$) СН КЗ уменьшена в более чем 5300 раз.

Применение метода наименьших квадратов

Выражение (2) может быть представлено в виде

$$T^2 p^2 + 2T\xi p = \frac{k}{W(p)} - 1.$$

Вводя обозначения

$$\frac{1}{p} \left(\frac{k}{W(p)} - 1 \right) = \beta(p); \quad T^2 = a; \quad 2T\xi = b, \quad (13)$$

можно получить систему линейных уравнений

$$ap_j + b = \beta(p_j), \quad (14)$$

где $j=1\dots L$, L – количество значений аргумента преобразования Лапласа p_j , для которых рассчитаны значения ПФ СИТ.

Система (14) в простейшем случае может быть решена при наличии полученных для двух значений аргумента преобразования Лапласа p_1 и p_2 значений ПФ $W(p_1)$ и $W(p_2)$, то есть

$$\begin{cases} ap_1 + b = \beta(p_1); \\ ap_2 + b = \beta(p_2), \end{cases} \quad (15)$$

где $\beta(p_1)$ и $\beta(p_2)$ определяются подстановкой в выражение (13) значений p_1 , p_2 и $W(p_1)$, $W(p_2)$.

Решением системы (15) является

$$a = \frac{\beta(p_1) - \beta(p_2)}{p_1 - p_2}; \quad b = \frac{p_1\beta(p_2) - p_2\beta(p_1)}{p_1 - p_2}.$$

ПВ и КЗ определяются в соответствии с (13) по формулам

$$T = \sqrt{a}; \quad (16)$$

$$\xi = \frac{b}{2\sqrt{a}}. \quad (17)$$

Для повышения точности идентификации параметров T и ξ в условиях измерительного эксперимента (при наличии помех различного происхождения) предлагается применить МНК, хорошо проработанный теоретически для системы линейных уравнений [12].

Применяя обозначения $[p] = \sum_{j=1}^L p_j$; $[p^2] = \sum_{j=1}^L p_j^2$;

$[\beta(p)] = \sum_{j=1}^L \beta(p_j)$; $[p\beta(p)] = \sum_{j=1}^L p_j\beta(p_j)$, можно получить

нормальную систему уравнений

$$\begin{cases} a \cdot [p^2] + b \cdot [p] = [p\beta(p)]; \\ a \cdot [p] + b \cdot L = [\beta(p)], \end{cases}$$

решением которой является

$$a = \frac{L[p\beta(p)] - [p][\beta(p)]}{L[p^2] - [p]^2}; \quad b = \frac{[p^2][\beta(p)] - [p][p\beta(p)]}{L[p^2] - [p]^2}.$$

Параметры T и ξ определяются по формулам (16) и (17).

СН коэффициентов a и b оцениваются по формулам

$$u(a) = \sqrt{\frac{L}{L[p^2] - [p]^2}} u(\delta); \quad u(b) = \sqrt{\frac{[p^2]}{L[p^2] - [p]^2}} u(\delta),$$

где $u(\delta) = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^L \delta_j^2}{L-2}}$ – СН невязок δ_j , которые

вычисляются при подстановке оценок коэффициентов a и b в систему уравнений

$$\delta_j = ap_j + b - \beta(p_j).$$

СН ПВ в соответствии с уравнением измерения (16) будет иметь вид

$$u(T) = \frac{\partial T}{\partial a} u(a) = \frac{1}{2\sqrt{a}} u(a) = \frac{1}{2T} u(a).$$

СН КЗ в соответствии с уравнением измерения (17) будет иметь вид

$$\begin{aligned} u(\xi) &= \sqrt{\left(\frac{\partial \xi}{\partial a}\right)^2 u^2(a) + \left(\frac{\partial \xi}{\partial b}\right)^2 u^2(b)} = \\ &= \frac{1}{2T} \sqrt{\left(\frac{\xi}{T}\right)^2 u^2(a) + u^2(b)}. \end{aligned}$$

Как показал исследования, значения СН $u(T)$ и $u(\xi)$ не зависят от значений СН $u[g(t_i)]$ и $u[h(t_i)]$, а определяются количеством отсчетов L (рис. 4).

Значения аргумента преобразования Лапласа p_j были равномерно распределены в диапазоне $p \in [10\dots 2000]$ для исключения методической погрешности, описанной в п. 2. Исследование осуществлялось путем математического моделирования с усреднением 20 значений в каждой точке. Среднее квадратическое отклонение СН $u(T)$ не превысило 3 нс, среднее квадратическое отклонение $u(\xi)$ не превысило $3 \cdot 10^{-6}$.

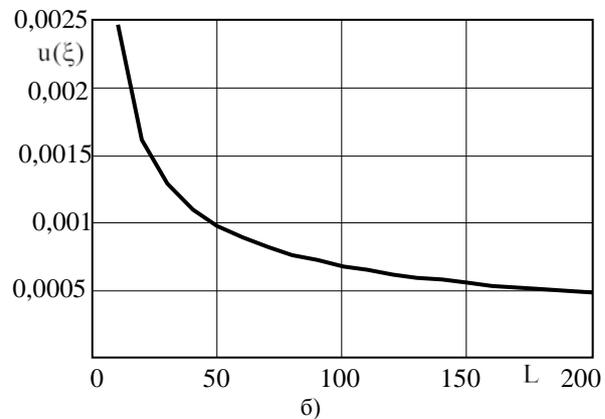
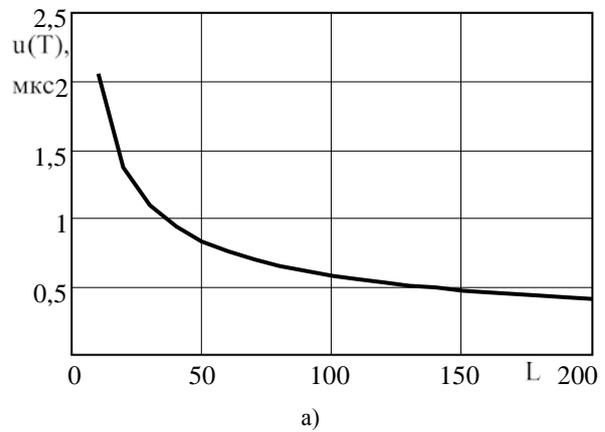


Рис. 4. Зависимость $u(T)$ (а) и $u(\xi)$ (б) от L

Из рис. 4 очевидно, что использование МНК позволило существенно уменьшить $CH_{u(T)}$ и $u(\xi)$. Так, по сравнению с данными рис. 2 значение $CH_{u(T)}$ может быть уменьшено в 7,2 раза (до значения 0,4 мкс). $CH_{u(\xi)}$ по сравнению с рис. 3 может быть уменьшена в 5 раз (до значения 0,0005).

Кроме того, рис. 4 показывают, что значения $u(T)$ и $u(\xi)$ уменьшаются при увеличении L , к чему, следовательно, необходимо стремиться при планировании измерительного эксперимента по идентификации параметров СИТ, моделируемого колебательным динамическим звеном, по ПФ при помощи МНК.

Выводы

В работе разработан метод идентификации параметров СИТ, моделируемого динамическим звеном колебательного типа, по ПФ. Наиболее предпочтительной для получения ПФ является ИХ, поскольку может быть определена экспериментально при калибровке акселерометров без использования дополнительного оборудования, а также позволяет получить значения ПФ с удовлетворительной СН. Также предложен алгоритм применения МНК для повышения точности и достоверности результатов измерений за счет использования более полного объема информации о динамических свойствах СИТ. Применение МНК позволило уменьшить СН ПВ до 0,4 мкс, СН КЗ до 0,0005, что соответственно в 7,2 и 5 раз меньше, чем без использования МНК.

Список литературы

1. ГСИ. Нормирование и использование метрологических характеристик средств измерений [Текст] : ГОСТ 8.009-84 : введ. 01.01.86.
2. ГСИ. Нормирование и определение динамических характеристик аналоговых средств измерений. Основные положения [Текст] : ГОСТ 8.256-77 : введ. 01.12.77.
3. ГСИ. Метрологические характеристики средств измерений и точностные характеристики средств автоматизации ГСП. Общие методы оценки и контроля [Текст] : ГОСТ 8.508-84 : введ. 01.07.85.
4. Захаров И.П. Метрологическая идентификация динамических характеристик средств измерительной техники [Текст]: Учебное пособие / И.П. Захаров, М.П. Сергиенко – Харьков: ХНУРЭ, 2012. – 231 с.
5. Быкова Т.В. Методы обработки результатов динамических измерений [Текст]: учеб. пособие / Т.В. Быкова, Г.А. Черепанчук. – Х.: Нац. аэрокосм. ун-т им. Н.Е. Жуковского «Харьк. авиац. ин-т», 2011. – 175 с.
6. Оценивание неопределенности идентификации амплитудно-частотных характеристик средств измерительной техники колебательного типа [Текст] / Бакер Аль-Равашдех, Лейт Ахмед Мустафа Аль Равашдех, М.П. Сергиенко // Системи обробки інформації – 2014. – С. 14 – 17.
7. Идентификация динамических характеристик

измерителей мощности СВЧ диапазона [Текст] / Бакер Аль-Равашдех, М.П. Сергиенко / 24-я Международная Крымская конференция «СВЧ-техника и телекоммуникационные технологии» (КрыМиКо'2014). Севастополь, 7 – 13 сентября 2014 г.: материалы конф. в 2 т. Севастополь: Вебер, 2014. – том 2, С. 890 – 891.

8. Вибрация. Методы калибровки датчиков вибрации и удара. Часть 0. Общие положения [Текст] : ГОСТ ISO 5347-0-95 : введ. 01.07.97.

9. Вибрация. Методы калибровки датчиков вибрации и удара. Часть 1. Первичная калибровка методами лазерной интерферометрии [Текст] : ГОСТ ISO 5347-1-96 : введ. 01.07.97.

10. Вібрація. Калібрування давачів вібрації й удару. Частина 2. Первинне калібрування акселерометрів ударом з використанням балістичного методу вимірювання [Текст] : ДСТУ ГОСТ ISO 5347-2:2004 : введ. 01.01.2005.

11. Захаров И.П. Теория неопределенности в измерениях [Текст]. учеб. Пособие / И.П. Захаров, В.Д. Кукуш – Харьков, Консум, 2002 – 256 с.

12. Теоретична метрологія. Навч. посібник / Упоряд. І.П. Захаров. – Харків: ХТУРЕ, 2000. – 172 с.

Рецензент: д-р техн. наук, проф. И.П. Захаров, Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Харьков

Автор: АЛЬРАВАШДЕХ Бакер

Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Харьков, аспирант кафедры метрологии и измерительной техники.

Раб. тел. – 702-1331

СЕРГИЕНКО Марина Петровна

Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Харьков, кандидат технических наук, доцент кафедры метрологии и измерительной техники

Раб. тел. – 702-1331, дом. тел. – 756-6294, E-mail – mar.sergienko@gmail.com

The Identification Of Oscillatory Type Measuring Devices Parameters Using Transmission Function

BAKER ALRAVASHDEH, M.P. SERGIENKO

In this article there is suggested a method, which determines both a time constant and a damp constant for a measuring device, which is simulated by oscillating type dynamic element using transmission function. The described method is based on a least squares method, which increases an identification accuracy because of obtaining more information about a measuring device performance during a measurement process. The standard uncertainties of both a time constant and a damp constant are analyzed. The recommendations for measuring process, which was mentioned above, optimization are given.

Keywords: measuring device; oscillating type dynamic link; dynamic characteristic; transmission function; time constant; damp constant; standard uncertainty