УДК 537.877

# РАСЧЕТ ИСКАЖЕНИЯ ОГИБАЮЩЕЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ИМПУЛЬСА ПРИ ЕГО РАСПРОСТРАНЕНИИ В РЕГУЛЯРНОМ ВОЛНОВОДЕ. ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ. II.

*ЧУМАЧЕНКО С.В.*

Предлагается общая схема решения задачи о расчете искажения огибающей электромагнитного импульса, распространяющегося в регулярном волноводе. При заданных огибающей, несущей частоте входного сигнала и длине волновода с использованием преобразования Фурье выводится общая формула, из которой можно определить искажения огибающей выходного сигнала.

Полагаем, что наибольшая степень, в которую можно возвести число *e* на ЭВМ, есть *S*. Исходя из этого, решаем уравнение:

$$\frac{\omega_c t_0}{\mathrm{sh} u_0} \frac{\mathrm{sh}^2(u-u_0)}{\mathrm{ch}(u-u_0)} = S .$$

Обозначим $A = \frac{\omega_c t_0}{\mathrm{sh} u_0}$. Тогда

$$A \cdot \frac{\mathrm{sh}^2(u-u_0)}{\mathrm{ch}(u-u_0)} = S .$$

Учитывая соотношение $\mathrm{sh}^2(u-u_0) = \mathrm{ch}^2(u-u_0) - 1$, последнее уравнение перепишем в виде

$$A \cdot \frac{\mathrm{ch}^2(u-u_0) - 1}{\mathrm{ch}(u-u_0)} = S ;$$

$$\mathrm{A} \cdot \mathrm{ch}^2(u-u_0) - A = S \cdot \mathrm{ch}(u-u_0) ;$$

$$\mathrm{A} \cdot \mathrm{ch}^2(u-u_0) - S \cdot \mathrm{ch}(u-u_0) - A = 0 ;$$

$$\mathrm{ch}^2(u-u_0) - \frac{S}{A}\mathrm{ch}(u-u_0) - 1 = 0 .$$

Решаем квадратное уравнение относительно $\mathrm{ch}(u-u_0)$:

$$[\mathrm{ch}(u-u_0)]_{1,2} = \frac{S}{2A} \pm \sqrt{\left(\frac{S}{2A}\right)^2 + 1} .$$

Выбираем первое значение (со знаком “+” перед корнем)

$$\mathrm{ch}(u-u_0) = \frac{S}{2A} + \sqrt{\left(\frac{S}{2A}\right)^2 + 1} ,$$

так как $\mathrm{ch}(u-u_0) \geq 1$.

Обозначим

$$u - u_0 = \Delta u_0 ;$$

$$\mathrm{ch}\Delta u_0 = z = \frac{S}{2A} + \sqrt{\left(\frac{S}{2A}\right)^2 + 1} ;$$

при этом $\Delta u_0$ как аргумент ch может принимать положительные и отрицательные значения.

Выразим arch через логарифм

$$\pm \Delta u_0 = \mathrm{arch} z = \ln\left(z + \sqrt{z^2 - 1}\right),$$

или $\Delta u_0 = \pm \ln\left(z + \sqrt{z^2 - 1}\right)$.

Отсюда получаем нижний предел интегрирования

$$u_{\cdot} = u_0 - \Delta u$$

и верхний предел интегрирования

$$u_{‰} = u_0 + \Delta u$$

в окрестности седловой точки $u_0$ (справа и слева).

С учетом обратных переобозначений имеем

$$\pi = \frac{S}{2 \cdot \frac{\omega_c t_0}{\mathrm{sh} u_0}} + \sqrt{\left(\frac{S}{2 \cdot \frac{\omega_c t_0}{\mathrm{sh} u_0}}\right)^2 + 1} .$$

Приведем приближенное решение.

В частном случае для короткого входного импульса можно получить приближенное решение, раскладывая в ряд Тейлора подынтегральное выражение в седловой точке.

Запишем интеграл:

$$f(\omega) = j\left[t_0\sqrt{(\omega + \omega_0)^2 - \omega_c^2} - \omega t\right].$$

Используя формулу разложения в ряд Тейлора функции

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^n(x_0)}{n!}(x - x_0)^n =$$

$$= f(x_0) + \frac{f'(x_0)}{1!}(x - x_0) + \frac{f''(x_0)}{2!}(x - x_0)^2 \ldots ,$$

1) разложим в ряд Тейлора частотный спектр $u(\omega)$ в точке $\omega_S$:

$$u(\omega) \approx u(\omega_S) + u'(\omega_S)(\omega - \omega_S) + \frac{1}{2}u''(\omega_S)(\omega - \omega_S)^2 .$$

Подставим в $G(t)$:

$$G^*(t) \approx \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} u(\omega_S)e^{-R}d\omega +$$

$$+\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} u'(\omega_S)e^{-R}(\omega-\omega_S)d\omega +$$

$$+\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{2}u''(\omega_S)e^{-R}(\omega-\omega_S)^2 d\omega .$$

$$G^*(t) = I_1 + I_2 + I_3 ;$$

$$I_1 = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} u(\omega_S)e^{-R}d\omega ;$$

$$I_2 = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} u'(\omega_S)e^{-R}(\omega-\omega_S)d\omega ;$$

$$I_3 = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{2}u''(\omega_S)e^{-R}(\omega-\omega_S)^2 d\omega .$$

Найдем $u, u'$ и $u''$ при $\omega = \omega_S$:

$$u(\omega_S) = T\frac{\sin\omega_S\frac{T}{2}}{\omega_S\frac{T}{2}} ;$$

$$u'(\omega_S) = 2\left(\frac{T}{2}\right)^2\frac{\omega_S\frac{T}{2}\cos\omega_S\frac{T}{2}-\sin\omega_S\frac{T}{2}}{\left(\omega_S\frac{T}{2}\right)^2} ;$$

$$u''(\omega_S) = -\frac{2\left(\frac{T}{2}\right)^3}{\left(\omega_S\frac{T}{2}\right)^3}\left\{\left(\omega_S\frac{T}{2}\right)^2\sin\omega_S\frac{T}{2} +\right.$$

$$\left.+2\left(\omega_S\frac{T}{2}\right)\cos\omega_S\frac{T}{2} - 2\sin\omega_S\frac{T}{2}\right\} ;$$

$$\omega_S = \omega_c \mathrm{ch} u_0 - \omega_0 .$$

2) Разложим в ряд Тейлора степень экспоненты (*R(u)*-реальную часть)

$$f_{RE} = R(u) = \frac{\omega_c t_0}{\mathrm{sh} u_0}\frac{\mathrm{sh}^2(u-u_0)}{\mathrm{ch}(u-u_0)} ;$$

$$f_{RE} = f_{RE}(u_0) + f'_{RE}(u_0)(u-u_0) +$$

$$+\frac{1}{2}f''_{RE}(u_0)(u-u_0)^2 + \ldots ;$$

$$f_{RE}(u_0) = 0 ;$$

$$f'_{RE}(u) = \frac{\omega_c t_0}{\mathrm{sh} u_0}\left[\mathrm{sh}^2(u-u_0)\mathrm{ch}^{-1}(u-u_0)\right]' =$$

$$= \frac{\omega_c t_0}{\mathrm{sh} u_0}\left[\mathrm{sh}(u-u_0)\mathrm{ch}(u-u_0)\mathrm{ch}^{-1}(u-u_0) -\right.$$

$$\left.-\mathrm{sh}^2(u-u_0)\mathrm{ch}^{-2}(u-u_0)\mathrm{sh}(u-u_0)\right] =$$

$$= \frac{\omega_c t_0}{\mathrm{sh} u_0}\left[2\mathrm{sh}(u-u_0) - \mathrm{ch}^3(u-u_0)\mathrm{ch}^{-2}(u-u_0)\right] ;$$

$$f'_{RE}(u_0) = 0 ;$$

$$f''_{RE}(u) = \left[f'_{RE}(u)\right]' =$$

$$= \frac{\omega_c t_0}{\mathrm{sh} u_0}\left[2\mathrm{sh}(u-u_0) - \mathrm{ch}^3(u-u_0)\mathrm{ch}^{-2}(u-u_0)\right]' =$$

$$= \frac{\omega_c t_0}{\mathrm{sh} u_0}\left[2\mathrm{sh}(u-u_0) - 3\mathrm{sh}^2(u-u_0)\mathrm{ch}(u-u_0)\mathrm{ch}^{-2}(u-u_0) +\right.$$

$$\left.+\mathrm{sh}^3(u-u_0)2\mathrm{ch}^{-3}(u-u_0)\mathrm{sh}(u-u_0)\right] =$$

$$= \frac{\omega_c t_0}{\mathrm{sh} u_0}\left[2\mathrm{sh}(u-u_0) - 3\mathrm{sh}^2(u-u_0)\mathrm{ch}^{-1}(u-u_0) +\right.$$

$$\left.+2\mathrm{sh}^4(u-u_0)2\mathrm{ch}^{-3}(u-u_0)\right] ;$$

$$f''_{RE}(u_0) = \frac{\omega_c t_0}{\mathrm{sh} u_0}\left[2\cdot 1 - 3\cdot 0\cdot 1 + 2\cdot 0\cdot 1\right] = 2\frac{\omega_c t_0}{\mathrm{sh} u_0} ;$$

$$f_{RE}(u) \approx R(u) \approx \frac{1}{2}\cdot 2\frac{\omega_c t_0}{\mathrm{sh} u_0}(u-u_0)^2 \approx \frac{\omega_c t_0}{\mathrm{sh} u_0}(u-u_0)^2 .$$

3) Раскладываем в ряд Тейлора $d\omega$: перепишем $d\omega$ в такой форме

$$d\omega = \omega_c\left[\mathrm{sh} u_0 \mathrm{ch}^{-2}(u-u_0) + j\mathrm{sh} u \mathrm{ch}^{-2}(u-u_0) +\right.$$

$$\left.+ j\mathrm{ch} u \mathrm{th}(u-u_0)\right]du ;$$

$$d\omega(u) \approx \left[d\omega(u_0) + d'\omega(u_0)(u-u_0) +\right.$$

$$\left.+\frac{1}{2}d''\omega(u_0)(u-u_0)^2\right]du ;$$

$$d\omega(u_0) = \omega_c\left[\mathrm{sh} u_0\cdot 1 + j\mathrm{sh} u_0\cdot 1 + j\mathrm{ch} u_0\cdot 0\right] =$$

$$= \omega_c \mathrm{sh} u_0\cdot(1+j) ;$$

$$d'\omega(u) = \omega_c\left[\mathrm{sh} u_0 \mathrm{ch}^{-2}(u-u_0) + j\mathrm{sh} u \mathrm{ch}^{-2}(u-u_0) +\right.$$

$$\left.+ j\mathrm{ch} u \mathrm{th}(u-u_0)\right]' =$$

$$= \omega_c\left[-2\mathrm{sh} u_0 \mathrm{ch}^{-3}(u-u_0)\mathrm{sh}(u-u_0) +\right.$$

$$+ j2\mathrm{ch} u \mathrm{ch}^{-2}(u-u_0) - j\mathrm{sh} u(-2)\mathrm{ch}^{-3}(u-u_0)\mathrm{sh}(u-u_0) +$$

$$+ j\text{sh}u\text{th}(u-u_0)];$$

$$d'\omega(u_0)=\omega_c[0+j2\text{ch}u_0-0+0]=j\omega_c\text{ch}u_0$$

$$d''\omega(u)=[d'\omega(u)]'=$$

$$=\omega_c\Big[6\text{sh}u_0\text{ch}^{-4}(u-u_0)\text{sh}^2(u-u_0)-2\text{sh}u_0\text{ch}^{-2}(u-u_0)+$$

$$+j\text{sh}u\text{ch}^{-2}(u-u_0)-j6\,\text{ch}u\text{ch}^{-3}(u-u_0)\text{sh}(u-u_0)+$$

$$+j6\text{sh}u\text{ch}^{-4}(u-u_0)\text{sh}(u-u_0)+j\text{ch}u\text{th}(u-u_0)\Big];$$

$$d''\omega(u_0)\approx\omega_c[0-2\text{sh}u_0-j\text{sh}u_0]=-\omega_c\text{sh}u_0\cdot(2-j);$$

$$d\omega(u)\approx\{\omega_c\text{sh}u_0\cdot(1+j)+j2\omega_c\text{ch}u_0\cdot(u-u_0)+$$

$$\left.+\frac{1}{2}\omega_c\text{sh}u_0\cdot(-2+j)(u-u_0)^2\right\}du=$$

$$=\left\{\omega_c\text{sh}u_0\left[(1+j)-\left(1-j\frac{1}{2}\right)(u-u_0)^2\right]+\right.$$

$$\left.+j2\omega_c\text{ch}u_0\cdot(u-u_0)\right\}du\ .$$

Второе слагаемое при интегрировании даст нуль (как нечетная функция на симметричном интервале), поэтому:

$$d\omega(u)\approx\omega_c\text{sh}u_0\left[(1+j)-\left(1-j\frac{1}{2}\right)(u-u_0)^2\right]du\ .$$

Раскладываем в ряд Тейлора $(\omega-\omega_S)d\omega$:

$$(\omega(u)-\omega_S)\approx(\omega(u_0)-\omega_S)+(\omega(u_0)-\omega_S)'(u-u_0)+$$

$$+\frac{1}{2}(\omega(u_0)-\omega_S)''(u-u_0)^2;$$

$$\omega(u)=\omega_c\text{ch}u\cdot\text{ch}^1(u-u_0)-\omega_0+j\omega_c\text{sh}u\text{th}(u-u_0);$$

$$\omega(u_0)=\omega_c\text{ch}u_0-\omega_0=\omega_S;$$

$$\omega(u_0)-\omega_S=0;$$

$$(\omega(u)-\omega_S)'=\omega'(u)=$$

$$=\omega_c\left[\text{ch}u\cdot\text{ch}^{-1}(u-u_0)-\frac{\omega_0}{\omega_c}+j\text{sh}u\text{th}(u-u_0)\right]'=$$

$$=\omega_c\Big\{\Big[\text{sh}u\cdot\text{ch}^{-1}(u-u_0)-\text{ch}u\cdot\text{ch}^{-2}(u-u_0)\text{sh}(u-u_0)\Big]+$$

$$+j\Big[\text{ch}u\text{th}(u-u_0)+\text{sh}u\cdot\text{ch}^{-2}(u-u_0)\Big]\Big\};$$

$$(\omega-\omega_S)'\Big|_{u=u_0}=\omega_c[\text{sh}u_0+j\text{sh}u_0]=$$

$$=\omega_c\text{sh}u_0\cdot(1+j);$$

$$(\omega(u)-\omega_S)''=\Big[(\omega(u)-\omega_S)'\Big]'=$$

$$=\omega_c\Big\{\Big[\text{sh}u\cdot\text{ch}^{-1}(u-u_0)-\text{ch}u\cdot\text{ch}^{-2}(u-u_0)\text{sh}(u-u_0)\Big]+$$

$$+j\Big[\text{ch}u\text{th}(u-u_0)+\text{sh}u\cdot\text{ch}^{-2}(u-u_0)\Big]\Big\}'=$$

$$=\omega_c\Big\{\Big[-2\text{sh}u\cdot\text{ch}^{-2}(u-u_0)\text{sh}(u-u_0)+$$

$$+2\text{ch}u\cdot\text{ch}^{-3}(u-u_0)\text{sh}^2(u-u_0)\Big]+$$

$$+j\Big[-2\text{ch}u\cdot\text{ch}^{-2}(u-u_0)\text{sh}(u-u_0)+\text{sh}u\text{th}(u-u_0)-$$

$$-2\text{sh}u\cdot(-2)\text{ch}^{-3}(u-u_0)\text{sh}(u-u_0)\Big]\Big\};$$

$$(\omega-\omega_S)''\Big|_{u=u_0}=j\omega_c2\text{ch}u_0;$$

$$(\omega-\omega_S)\approx\omega_c\text{sh}u_0\cdot(1+j)(u-u_0)+$$

$$+\frac{1}{2}j\omega_c2\text{ch}u_0(u-u_0)^2=$$

$$=\omega_c\text{sh}u_0\cdot(1+j)(u-u_0)+j\omega_c\text{ch}u_0(u-u_0)^2\ .$$

Разложим в ряд Тейлора произведение, использовав полученные выше разложения в ряд для каждого сомножителя:

$$[(\omega(u)-\omega_S)]\cdot[d\omega(u)]\approx$$

$$\approx\Big[\omega_c\text{sh}u_0\cdot(1+j)(u-u_0)+j\omega_c\text{ch}u_0(u-u_0)^2\Big]\cdot$$

$$\cdot\Big[\omega_c\text{sh}u_0\cdot(1+j)+j2\omega_c\text{ch}u_0(u-u_0)-$$

$$\left.-\omega_c\text{sh}u_0\left(1-j\frac{1}{2}\right)(u-u_0)^2\right]du\approx$$

$$\approx\omega_c^2\Big[j2\cdot\text{sh}^2u_0\cdot(u-u_0)-$$

$$-(3-3j)\text{sh}u_0\text{ch}u_0(u-u_0)^2-$$

$$-2\text{ch}^2u_0(u-u_0)^3-\left(\frac{3}{2}+j\frac{1}{2}\right)\text{sh}^2u_0(u-u_0)^3-$$

$$\left.-\left(\frac{1}{2}+j\right)\text{sh}u_0\text{ch}u_0(u-u_0)^3\right]du\ .$$

При интегрировании слагаемые, содержащие $(u-u_0)$ и $(u-u_0)^3$ (в нечетной степени), дадут нуль, а слагаемые, содержащие $(u-u_0)^4$ не учитываются из-за их малости:

$$(\omega-\omega_S)\cdot d\omega\approx$$

$$\approx-\omega_c^2\text{sh}u_0\text{ch}u_0(3-3j)(u-u_0)^3du\ . \qquad (31)$$

5) Разложение в ряд Тейлора $(\omega-\omega_S)^2 d\omega$:

$$[\omega(u)-\omega_S]^2 \approx [\omega(u)-\omega_S]^2_{u=u_0} +$$

$$+\left[(\omega(u)-\omega_S)^2\right]'_{u=u_0}(u-u_0)+$$

$$+\frac{1}{2}\left[(\omega(u)-\omega_S)^2\right]''_{u=u_0}(u-u_0)^2 =$$

$$\approx \omega_c^3\Big[\mathrm{sh}^3u_0(-2+2j)(u-u_0)^2 -$$

$$-4\mathrm{sh}^2u_0\mathrm{ch}u_0(u-u_0)^3 -$$

$$-\omega_c^3\mathrm{sh}^3u_0(1+2j)(u-u_0)^4\Big]du\ .$$

Второе слагаемое, содержащее $(u-u_0)^3$, при интегрировании обращается в нуль, как интеграл от нечетной функции на симметричном интервале, третье слагаемое не учитываем ввиду его малости:

$$(\omega-\omega_S)^2 d\omega \approx -2\omega_c^3\mathrm{sh}^3u_0(1-j)(u-u_0)^2 du\ .$$

Приведем второй способ решения.

Разложим в ряд Тейлора $(\omega(u)-\omega_S)^2 d\omega$. Используем ранее найденное разложение для $[\omega(u)-\omega_S]$:

$$[\omega(u)-\omega_S]\approx$$

$$\approx \omega_c\Big[\mathrm{sh}u_0(1+j)(u-u_0)+\mathrm{ch}u_0(u-u_0)^2\Big].$$

Возведем в квадрат правую часть последнего:

$$\omega_c^2\left[\mathrm{sh}u_0(1+j)(u-u_0)+\mathrm{ch}u_0(u-u_0)^2\right]^2 =$$

$$=\omega_c^2\Big[\mathrm{sh}^2u_0(1+j)^2(u-u_0)^2 +$$

$$+2j(1+j)\mathrm{sh}u_0\mathrm{ch}u_0(u-u_0)^3 +$$

$$+j^2\mathrm{sh}^2u_0(u-u_0)^4\Big]=$$

$$=\omega_c^3\Big[2j(1+j)\,\mathrm{sh}^3u_0(u-u_0)^2 -$$

$$-(1+j)(2-2j)\mathrm{sh}^2u_0\mathrm{ch}u_0(u-u_0)^3 -$$

$$-(1+j)\,\mathrm{sh}u_0\mathrm{ch}^2u_0(u-u_0)^4 +$$

$$+2j2j\mathrm{sh}^2u_0\mathrm{ch}u_0(u-u_0)^3 -$$

$$-j(2-2j)\,\mathrm{sh}u_0\mathrm{ch}^2u_0(u-u_0)^4 -$$

$$-j2\mathrm{ch}^3u_0(u-u_0)^5 - 2j\left(1-j\frac{1}{2}\right)\mathrm{sh}^3u_0(u-u_0)^4 +$$

$$+(2-2j)\left(1-j\frac{1}{2}\right)\mathrm{sh}^2u_0\mathrm{ch}u_0(u-u_0)^5 +$$

$$+\left(1-j\frac{1}{2}\right)\mathrm{sh}u_0\mathrm{ch}^2u_0(u-u_0)^6\Big]du\ .$$

Учтем первое слагаемое в разложении, а остальные опускаем по ранее высказанным соображениям:

$$(\omega-\omega_S)^2 d\omega \approx \omega_c^3(2j-2)\mathrm{sh}^3u_0(u-u_0)^2 du \approx$$

$$\approx -2\omega_c^3(1-j)\mathrm{sh}^3u_0(u-u_0)^2 du\ . \qquad (32)$$

6) Сформируем первый интеграл:

$$I_1 = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} u(\omega_S)e^{-\frac{\omega_c t_0}{\mathrm{sh}u_0}(u-u_0)^2} d\omega \approx$$

$$\approx \frac{1}{2\pi}u(\omega_S)\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{\omega_c t_0}{\mathrm{sh}u_0}(u-u_0)^2}\Big\{j2\omega_c\mathrm{ch}u_0(u-u_0)+$$

$$+\omega_c\mathrm{sh}u_0\left[(1+j)-\left(1-j\frac{1}{2}\right)(u-u_0)^2\right]\Big\}du =$$

$$=\frac{1}{2\pi}u(\omega_S)\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{\omega_c t_0}{\mathrm{sh}u_0}(u-u_0)^2} j2\omega_c\mathrm{ch}u_0(u-u_0)du +$$

$$+\frac{1}{2\pi}u(\omega_S)\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{\omega_c t_0}{\mathrm{sh}u_0}(u-u_0)^2}\omega_c\mathrm{sh}u_0\,\cdot$$

$$\cdot\left[(1+j)-\left(1-j\frac{1}{2}\right)(u-u_0)^2\right]du =$$

$$=\frac{1}{2\pi}u(\omega_S)j2\omega_c\mathrm{ch}u_0\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{\omega_c t_0}{\mathrm{sh}u_0}(u-u_0)^2}(u-u_0)d(u-u_0)+$$

$$+\frac{1}{2\pi}u(\omega_S)\omega_c\mathrm{sh}u_0(1+j)\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{\omega_c t_0}{\mathrm{sh}u_0}(u-u_0)^2}d(u-u_0)+$$

$$+\frac{1}{2\pi}u(\omega_S)\omega_c\mathrm{sh}u_0\left(1-j\frac{1}{2}\right)\cdot$$

$$\cdot\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{\omega_c t_0}{\mathrm{sh}u_0}(u-u_0)^2}(u-u_0)^2 d(u-u_0).$$

Итак,

$$I_1 = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{\omega_c t_0}{\mathrm{sh}u_0}(u-u_0)^2}(u-u_0)d(u-u_0)=0\ .$$

поскольку функция нечетная и интеграл на симметричном интервале от нее равен нулю.

$$I_2 = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{\omega_c t_0}{\mathrm{sh}u_0}(u-u_0)^2}d(u-u_0)=$$

$$=\frac{2\sqrt{\pi}}{2\sqrt{\frac{\omega_c t_0}{\mathrm{sh}u_0}}}=\sqrt{\pi}\cdot\sqrt{\frac{\mathrm{sh}u_0}{\omega_c t_0}}\ ;$$

$$I_3=\int_{-\infty}^{\infty}e^{-\frac{\omega_c t_0}{\mathrm{sh}u_0}(u-u_0)^2}(u-u_0)^2 d(u-u_0)=$$

$$=\frac{1}{2}\sqrt{\pi}\,\frac{\mathrm{sh}u_0}{\omega_c t_0}\sqrt{\frac{\mathrm{sh}u_0}{\omega_c t_0}}\ .$$

Таким образом,

$$\Im_1=\frac{1}{2\pi}u(\omega_S)j2\omega_c\mathrm{ch}u_0\cdot I_1+$$

$$+\frac{1}{2\pi}u(\omega_S)\omega_c\mathrm{sh}u_0(1+j)\cdot I_2+$$

$$+\frac{1}{2\pi}u(\omega_S)\omega_c\mathrm{sh}u_0\left(1-j\frac{1}{2}\right)\cdot I_3=$$

$$=\frac{1}{2\pi}\omega_c\mathrm{sh}u_0\sqrt{\pi}\cdot\sqrt{\frac{\mathrm{sh}u_0}{\omega_c t_0}}u(\omega_S)\left[(1+j)-\frac{1}{2}\left(1-j\frac{1}{2}\right)\right];$$

то есть

$$\Im_1=\frac{1}{2\pi}\omega_c\mathrm{sh}u_0\sqrt{\pi}\cdot\sqrt{\frac{\mathrm{sh}u_0}{\omega_c t_0}}u(\omega_S)\cdot$$

$$\cdot\left[(1+j)-\frac{1}{2}\left(1-j\frac{1}{2}\right)\frac{\mathrm{sh}u_0}{\omega_c t_0}\right].$$

Для второго интеграла имеем:

$$\Im_2=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}u'(\omega_S)e^{-R(u)}(\omega-\omega_S)d\omega=$$

$$=\frac{1}{2\pi}u'(\omega_S)\int_{-\infty}^{\infty}e^{-\frac{\omega_c t_0}{\mathrm{sh}u_0}(u-u_0)^2}\cdot$$

$$\left[-\omega_c^2\mathrm{sh}u_0\mathrm{ch}u_0(3-3j)\right](u-u_0)^2 du=$$

$$=-\frac{1}{2}u'(\omega_S)\omega_c^2\mathrm{sh}u_0\mathrm{ch}u_0(3-3j)\cdot$$

$$\cdot 2\int_{0}^{\infty}e^{-\frac{\omega_c t_0}{\mathrm{sh}u_0}(u-u_0)^2}(u-u_0)^2 du=$$

$$=-\frac{1}{2}u'(\omega_S)\omega_c^2\mathrm{sh}u_0\mathrm{ch}u_0(3-3j)\cdot\frac{1}{2}\sqrt{\pi}\,\frac{\mathrm{sh}u_0}{\omega_c t_0}\sqrt{\frac{\mathrm{sh}u_0}{\omega_c t_0}}\ .$$

Или окончательно:

$$\Im_2=-\frac{1}{2}u'(\omega_S)\omega_c^2\mathrm{sh}u_0\mathrm{ch}u_0(3-3j)\cdot\frac{1}{2}\sqrt{\pi}\,\frac{\mathrm{sh}u_0}{\omega_c t_0}\sqrt{\frac{\mathrm{sh}u_0}{\omega_c t_0}}\ .$$

Для третьего интеграла получаем:

$$\Im_3=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{2}u''(\omega_S)e^{-R(u)}(\omega-\omega_S)^2 d\omega=$$

$$=\frac{1}{2\pi}\frac{1}{2}u''(\omega_S)\int_{-\infty}^{\infty}e^{-\frac{\omega_c t_0}{\mathrm{sh}u_0}(u-u_0)^2}\cdot$$

$$\cdot\left[-2\omega_c^3\mathrm{sh}^3u_0(1-j)(u-u_0)^2\right]du=$$

$$=-\frac{1}{2\pi}\frac{2}{2}u''(\omega_S)\omega_c^3\mathrm{sh}^3u_0(1-j)\cdot$$

$$\cdot\int_{-\infty}^{\infty}e^{-\frac{\omega_c t_0}{\mathrm{sh}u_0}(u-u_0)^2}(u-u_0)^2 du=$$

$$=-\frac{1}{2\pi}u''(\omega_S)\omega_c^3\mathrm{sh}^3u_0(1-j)\cdot\frac{1}{2}\sqrt{\pi}\,\frac{\mathrm{sh}u_0}{\omega_c t_0}\sqrt{\frac{\mathrm{sh}u_0}{\omega_c t_0}}\ ,$$

или

$$\Im_3=-\frac{1}{2\pi}u''(\omega_S)\omega_c^3\mathrm{sh}^3u_0(1-j)\cdot\frac{1}{2}\sqrt{\pi}\,\frac{\mathrm{sh}u_0}{\omega_c t_0}\sqrt{\frac{\mathrm{sh}u_0}{\omega_c t_0}}\ .$$

Просуммировав $\Im_1$, $\Im_2$, $\Im_3$, получим $\underline{G}^*(t)$:

$$\underline{G}^*(t)\approx\Im_1+\Im_2+\Im_3=$$

$$=\frac{1}{2\pi}\omega_c\mathrm{sh}u_0\sqrt{\pi}\cdot\sqrt{\frac{\mathrm{sh}u_0}{\omega_c t_0}}u(\omega_S)\left[(1+j)-\frac{1}{2}\left(1-j\frac{1}{2}\right)\right]+$$

$$+\frac{(-1)}{2\pi}\omega_c^2\mathrm{sh}u_0\mathrm{ch}u_0u'(\omega_S)(3-3j)\cdot\frac{\sqrt{\pi}}{2}\frac{\mathrm{sh}u_0}{\omega_c t_0}\sqrt{\frac{\mathrm{sh}u_0}{\omega_c t_0}}+$$

$$+\frac{(-1)}{2\pi}u''(\omega_S)\omega_c^3\mathrm{sh}^3u_0(1-j)\cdot\frac{\sqrt{\pi}}{2}\frac{\mathrm{sh}u_0}{\omega_c t_0}\sqrt{\frac{\mathrm{sh}u_0}{\omega_c t_0}}=$$

$$=\frac{\omega_c}{2\pi}\mathrm{sh}u_0\sqrt{\pi}\cdot\sqrt{\frac{\mathrm{sh}u_0}{\omega_c t_0}}\Big\{u(\omega_S)\cdot$$

$$\cdot\left[(1+j)-\frac{1}{2}\frac{\mathrm{sh}u_0}{\omega_c t_0}\left(1-j\frac{1}{2}\right)\right]-$$

$$-\frac{1}{2}u'(\omega_S)\omega_c\mathrm{ch}u_0\frac{\mathrm{sh}u_0}{\omega_c t_0}(3-3j)-$$

$$-\frac{1}{2}u''(\omega_S)\omega_c^2\frac{\mathrm{sh}u_0}{\omega_c t_0}(1-j)\Big\}.$$

Окончательный результат для $\underline{G}^*(t)$ получается при подстановке $u(\omega_S)$, $u'(\omega_S)$ и $u''(\omega_S)$. Модуль $\underline{G}^*(t)$ дает огибающую выходного импульса.

**Литература:** 1. *Pregla R.* Numerische Berechnung der Impulsverformung im Hohlleiter. A.E.U. 18. 1964. S.594-600. 2. *Чумаченко Н.А.* Распространение электромагнитных импульсов в Н-образном волноводе. Вестник ХГУ. №273. 1985. С.49-51. 3. Чумаченко С.В. Расчет искажения огибающей электромагнитного импульса при его распространении в регулярном волноводе. Основные положения. I. // Радиоэлектроника и информатика. 1999. №4. С.10-12.

Поступила в редколлегию 15.03.2000

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. Руженцев И.В.

**Чумаченко Светлана Викторовна**, канд. физ.-мат. наук, ассистент кафедры АПВТ ХТУРЭ. Научные интересы: методы решения внутренних граничных задач со сложными граничными условиями, теория электромагнитных полей во временной области. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 14, тел. 40-93-26.