*Настоящая статья посвящается 95-летию замечательного ученого, профессора **Якова Соломоновича ШИФРИНА**, внесшего фундаментальный вклад в теорию антенн с нелинейными элементами. Его работы в этом направлении получили признание как у нас в стране, так и за рубежом. На протяжении нескольких десятилетий Яков Соломонович интенсивно развивал данное направление на кафедре основ радиотехники ХНУРЭ. Коллектив кафедры, его ученики от всей души поздравляют Якова Соломоновича со славным юбилеем, желают ему крепкого здоровья, долгих лет жизни и свойственного ему неиссякаемого оптимизма.*

УДК 621.396.6

АНАЛИЗ НЕСТАЦИОНАРНОГО РЕЖИМА АНТЕНН И РАССЕИВАТЕЛЕЙ С РАСПРЕДЕЛЕННОЙ НЕЛИНЕЙНОСТЬЮ

А. И. ЛУЧАНИНОВ, Д. С. ГАВВА

В работе рассматривается задача анализа нестационарного режима тонкопроволочных электродинамических структур, в состав которых входят нелинейные элементы с сосредоточенными или распределенными параметрами. Подобные структуры рассматриваются как антенны с нелинейными свойствами поверхностного импеданса (АНПИ). С использованием метода нелинейных интегральных уравнений получены уравнения состояния и выходные уравнения таких устройств.

Ключевые слова: антенна, рассеиватель, нелинейный элемент, интегральные уравнения, численное решение.

ВВЕДЕНИЕ

В последние годы значительное внимание уделяется исследованию антенн и рассеивателей, которые имеют в своем составе нелинейные элементы. Это объясняется тем, что использование нелинейных эффектов, возникающих в таких устройствах, позволило с помощью современных радиотехнических средств решить ряд прикладных задач, которые не реализуются традиционными методами. Непрерывное расширение круга задач, решаемых с помощью подобных устройств, потребовало более детального анализа режима их работы и, в частности, анализа нестационарного режима.

В общем случае строгий анализ нестационарного режима систем с распределенной нелинейностью заключается в решении уравнений Максвелла во временной области совместно с соответствующими граничными условиями как для области, занимаемой нелинейностью, так и вне ее. Из-за своей сложности данный подход, чрезвычайно громоздок, допускает, как правило, только численную реализацию, требует больших вычислительных ресурсов и с его помощью к настоящему времени решен лишь очень ограниченный круг задач (см., например, [1]).

Существуют несколько методов упрощения общей постановки задачи. Один из них – метод эквивалентных граничных условий (ЭГУ), позволяющий исключить из рассмотрения некоторую область пространства и поля в ней, задавая определенную связь между векторами поля на ее границе. Полученная на основе ЭГУ модель АНПИ ориентирована, в основном, на анализ периодического или почти-периодического режима антенн/рассеивателей с нелинейными элементами. Однако для расчета более сложных нелинейных режимов такая модель непригодна и требуется использование иных подходов, чем описанные в работах [2, 3].

В настоящей работе рассматривается основанная на методе интегральных уравнений модель, описывающая нестационарный режим тонкопроволочных антенн (рассеивателей), поверхностный импеданс которых обладает нелинейными свойствами.

В п. 1 настоящей работы дана общая постановка задачи. В п. 2 приведено основанное на лемме Лоренца в пространственно-временной области интегральное представление для электрического поля и с его использованием получено нелинейное интегральное уравнение (НИУ) для излучателя (рассеивателя), на поверхности которого существует нелинейная зависимость между напряженностями электрического и магнитного полей. В п. 3 предложен метод численного решения НИУ и рассмотрены особенности его реализации. Требуемые для решения уравнений состояния компонентные уравнения линейной подсхемы и системы источников внешнего воздействия получены в п. 4. В п. 5. получены выходные уравнения АНПИ и отмечены особенности определения внешних параметров.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Под излучателями (рассеивателями) с распределенной нелинейностью будем понимать тела, на поверхности которых мгновенные значения тангенциальных составляющих векторов напряженности электрического $\mathbf{E}(q,t)$ и магнитного $\mathbf{H}(q,t)$ полей связаны соотношением

$$\mathbf{n}_q \times \mathbf{E}(q,t) = -\mathbf{n}_q \times \hat{Z}\{q, \mathbf{n}_q \times \mathbf{H}(q,t)\}, \qquad (1)$$

или в эквивалентном виде

$$\mathbf{J}^{\text{м}}(q,t) = \hat{Z}\{q, \mathbf{J}(q,t)\}. \qquad (2)$$

Здесь $\mathbf{n}_q$ – внешняя нормаль к поверхности тела в точке q; $\mathbf{J}^{\text{м}}(q,t) = \mathbf{E}(q,t) \times \mathbf{n}_q$, $\mathbf{J}(q,t) = \mathbf{n}_q \times \mathbf{H}(q,t)$ – мгновенные значения эквивалентных магнитного и электрических поверхностных токов; $\hat{Z}\{\cdot\}$ – нелинейный оператор.

Для точного определения $\hat{Z}\{\cdot\}$, как и в случае любых других ЭГУ, необходимо решить граничную задачу в строгой постановке. Однако в этом нет необходимости: можно определить оператор $\hat{Z}\{\cdot\}$ либо, как было отмечено выше, из решения той или иной ключевой задачи, либо, в целом ряде случаев, исходя из геометрии задачи, степени, вида нелинейности и т.п. Потому на этапе постановки задачи, вывода расчетных соотношений, т.е. там, где это возможно, мы не конкретизируем вид оператора $\hat{Z}\{\cdot\}$ и используем граничные условия в виде (1) или (2).

Задача решается в такой постановке: в однородном изотропном пространстве с параметрами (ε_0,μ_0) расположено тело объемом V_1 (рис. 1), на поверхности которого Σ выполняется нелинейное граничное условие (2). Поверхность предполагается гладкой. В объеме $V^{\text{ст}}$ заключены сторонние источники $\mathbf{J}^{\text{э.ст}}$ и (или) $\mathbf{J}^{\text{м.ст}}$, создающие в точке q на поверхности Σ напряженности полей $\mathbf{E}^i(q,t)$, $\mathbf{H}^i(q,t)$. Требуется определить поле в пространстве вне V_1, т.е. в V_2.

Так как задача является нелинейной, то естественно, что в общем случае необходимо оперировать с физическими величинами – временными зависимостями полей, т. к. нелинейные операции нельзя, строго говоря, производить непосредственно с комплексными амплитудами [4].

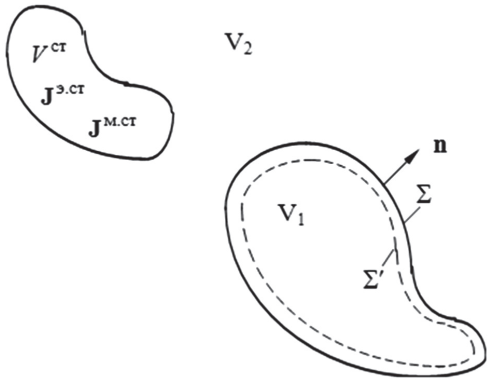


Рис. 1. К постановке задачи возбуждения тел с нелинейными граничными условиями

Следовательно, решение задачи о возбуждении тел с нелинейными граничными условиями должно проводиться в пространственно-временной области. Переход в пространственно-частотную область возможен в некоторых частных случаях, например, при анализе установившегося периодического режима. В соответствии с вышесказанным, и нами на этапах решения, для которых не конкретизирован тип возбуждения АНПИ, будут использованы пространственно-временные представления.

2. ИНТЕГРАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ ИЗЛУЧАТЕЛЕЙ С РАСПРЕДЕЛЕННОЙ НЕЛИНЕЙНОСТЬЮ

Перейдем к выводу интегральных уравнений для тел с НГУ, исходными для получения которых, как и в случае линейных задач, являются интегральные представления для полей. Предварительно определим выражение для леммы Лоренца при произвольной зависимости полей от времени. В принципе, выражение для данной леммы при произвольной зависимости полей от времени может быть получено через решение с гармонической зависимостью от времени и последующим использованием преобразования Фурье. В том случае, когда решение электродинамической задачи в частотной области можно получить только для конечного диапазона частот, или если возбуждение не является Фурье трансформируемым, необходимо формулировать лемму Лоренца непосредственно во временной области.

В настоящее время известно несколько различных формулировок леммы Лоренца для электромагнитных полей с общими зависимостями времени. Они приведены, например, в [5–10]. В формулировке [5] было использовано решение волнового уравнения в виде регулярного запаздывающего решения. Формулировка [6–9] является результатом, полученным непосредственно из применения обратного преобразования Фурье к лемме Лоренца в пространственно-частотной области. В работе [10] представлена третья формулировка, которая объединяет в себе основные черты первых двух. Решение производится непосредственно во временной области, и, следовательно, оно применимо к полям, для которых зависимость от времени не является Фурье-трансформируемой. Доказательство требует только знания прошлой истории полей, их поведение при $t=+\infty$ не имеет значения. При этом предполагается, что в окружающей среде, содержащей произвольно расположенные линейные, независящие от времени неоднородности, имеется два независимых источника токов $\mathbf{J}(\mathbf{r},\tau)$ и $\mathbf{J}_{\text{в}}(\mathbf{r},\tau)$ с заданными распределениями в пространстве и зависимостями от времени. Эти источники удовлетворяют следующим двум условиям [10]:

$$\left.\begin{array}{l}\mathbf{J}(\mathbf{r},\tau)=\mathbf{J}_{\text{в}}(\mathbf{r},\tau)=0\ \forall\ \tau<\tau_0\ \forall\ (\tau_0>-\infty)\text{ и }\forall\ \mathbf{r}\\ \mathbf{J}(\mathbf{r},\tau)=\mathbf{J}_{\text{в}}(\mathbf{r},\tau)=0\ \forall\ |\mathbf{r}|>r_0\ (r_0>\infty)\text{ и }\forall\ \tau<\infty\end{array}\right\}. \quad (3)$$

Среда, в которой располагаются источники поля, может быть неоднородной, диссипативной и дисперсионной (в дальнейшем, там где это не приводит к неоднозначностям в трактовке, для сокращения записи мы используем обозначения $\mathbf{J}(\tau)$ и т.д., в которых подразумевается пространственная зависимость, т. е. $\mathbf{J}(\tau)=\mathbf{J}(\mathbf{r},\tau)$). В рамках данных предположений в [10] получено следующее выражение для леммы Лоренца при произвольной зависимости полей от времени:

$$\int\limits_{-\infty}^{\infty}d\tau\iint\limits_{S_0}\left\{\mathbf{E}(t-\tau)\times\mathbf{H}_{\text{в}}(\tau)-\mathbf{E}_{\text{в}}(\tau)\times\mathbf{H}(t-\tau)\right\}d\mathbf{S}=$$

$$=\int\limits_{-\infty}^{\infty}d\tau\iiint\limits_{V_0}\left\{\mathbf{J}(t-\tau)\mathbf{E}_{\text{в}}(\tau)-\mathbf{J}_{\text{в}}(\tau)\mathbf{E}(t-\tau)\right\}dv. \quad (4)$$

Здесь $\mathbf{E}(\tau)$ и $\mathbf{E}_{\text{в}}(\tau)$ – поля, создаваемые источниками $\mathbf{J}(\tau)$ и $\mathbf{J}_{\text{в}}(\tau)$, соответственно; S_0 – поверхность, охватывающая источники $\mathbf{J}(\tau)$ и $\mathbf{J}_{\text{в}}(\tau)$; V_0 – объем, ограниченный S_0.

Используя (4) получим интегральное представление для электрического поля, необходимое при выводе нелинейных интегральных уравнений. Для этого предположим, что рассматриваются поля на поверхности Σ, ограничивающей объем V_1 и перепишем (4) в следующем виде:

$$\int_{-\infty}^{\infty} d\tau \iint_{\Sigma} \left\{ \mathbf{E}(t-\tau)\times\mathbf{H}_{\text{в}}(\tau) - \mathbf{E}_{\text{в}}(\tau)\times\mathbf{H}(t-\tau) \right\} \mathbf{n} d\sigma =$$

$$= \mathbf{E}^i(t) - \int_{-\infty}^{\infty} d\tau \iiint_{V_1} \mathbf{J}_{\text{в}}(\tau)\mathbf{E}(t-\tau) dv \ . \qquad (5)$$

Здесь $\mathbf{n}$ – нормаль к поверхности Σ, направленная внутрь рассматриваемого объема V_1. Через $\mathbf{E}^i(t)$ обозначен объемный интеграл

$$\mathbf{E}^i(t) = \int_{-\infty}^{\infty} d\tau \int_{V_2} \left\{ \mathbf{J}(\tau)\mathbf{E}_{\text{в}}(t-\tau) \right\} dv \ , \qquad (6)$$

соответствующий полю сторонних токов.

Для того, чтобы получить искомое представление подставим в полученное соотношение в качестве вспомогательного поля $\mathbf{E}_{\text{в}}, \mathbf{H}_{\text{в}}$ выражения для полей электрического диполя с моментом

$$\mathbf{J}_{\text{в}} = \mathbf{a}\delta(R)\delta(\tau) \ , \qquad (7)$$

где $\mathbf{a}$ – произвольный вектор, $\delta(R)$ – дельта-функция Дирака, R – расстояние между точками истока q и наблюдения p. Проделав традиционные выкладки, не представляющие принципиальных трудностей, получим:

$$T\mathbf{E}(p,t) = \mathbf{E}^i(p,t) + \frac{1}{4\pi}\int_{\Sigma} \left\{ -\frac{\mu}{R}\frac{\partial \mathbf{J}(q,\tau)}{\partial\tau} + \right.$$

$$+ \frac{1}{\varepsilon} grad_p \int_0^{\tau} div_p \left[\frac{\mathbf{J}(q,t)}{R} \right] dt -$$

$$\left. - \frac{1}{R^2}\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial\tau} \right) \mathbf{J}^{\text{м}}(q,\tau)\times\mathbf{R} \right\} d\sigma_q \ . \qquad (8)$$

В этом соотношении ε, μ – диэлектрическая и магнитная проницаемость среды, заполняющей V_2, $\tau = t-(R/c)$ – запаздывающее время, $\mathbf{R}$ – вектор, соединяющий точки истока и наблюдения, T – коэффициент, определенный следующим образом:

$$T = \begin{cases} 1 & \text{при } p\in V_2 \\ 1/2 & \text{при } p\in\Sigma \\ 0 & \text{при } p\in V_1 \end{cases} \ . \qquad (9)$$

Индекс p означает, что дифференцирование ведется по координатам точки наблюдения.

Интегральное представление (8) позволяет получить интегральные уравнения, однако, прежде чем сделать это, отметим следующее.

В общем случае поля в пространственно-временной области, как решение дифференциальных уравнений гиперболического типа, могут не обладать свойством аналитичности. С физической точки зрения это связано с возможностью существования фронтов или распространением электромагнитного импульса. В связи с этим в пространственно-временной области корректными при любом возбуждении являются только интегральные уравнения, в которых точки наблюдения и истока лежат на одной поверхности, а именно на поверхности излучателя. Такие уравнения, имеющие неинтегрируемую особенность подынтегральной функции, при совпадении точек наблюдения и интегрирования, получили широкое распространение для решения задач возбуждения идеально проводящих тел [11]. В исследованиях возбуждения тел, на поверхности которых выполняются импедансные условия, гораздо более широкое применение нашли уравнения, в которых точки наблюдения и источника располагаются на различных поверхностях [11]. Использование уравнений такого типа упрощает алгоритм решения, т. к. в них отсутствует особенность в подынтегральной функции. Однако данные уравнения записаны для пространственно-частотной области и при их выводе использовано свойство аналитичности решений уравнений Гельмгольца, т.е. свойство аналитичности монохроматических полей. Последнее позволило строго доказать эквивалентность выполнения граничных условий на поверхности тела и на некоторой вспомогательной поверхности. В рассматриваемом нами случае на поверхности излучателя должны выполняться нелинейные граничные условия, которые являются обобщением импедансных условий. Поэтому привлекательным является использование для наших задач уравнений с различными областями расположения точек наблюдения и истока. Данный путь возможен, если предположить, что стороннее поле и отклик излучателя имеют ограниченный спектр, чем исключается образование "резких" импульсных фронтов. Такое предположение приемлемо, для установившегося режима при периодическом возбуждении излучателя. В дальнейшем мы подразумеваем, что высказанное предположение выполнено и для нестационарного режима, т.е. исключаем из рассмотрения режим импульсного возбуждения излучателя с резкими фронтами.

Перейдем теперь непосредственно к выводу интегральных уравнений для излучателя с нелинейными граничными условиями.

Введем вспомогательную поверхность Σ' расположенную внутри Σ (рис. 1) и рассмотрим случай, когда точка источника находится на Σ, а точка наблюдения – на Σ'. Для того чтобы получить НИУ, исключим из (8) магнитный ток, используя (2):

$$T\mathbf{E}(p,t) = \mathbf{E}^i(p,t) + \frac{1}{4\pi}\int_{\Sigma} \left\{ -\frac{\mu}{R}\frac{\partial \mathbf{J}(q,\tau)}{\partial\tau} + \right.$$

$$+\frac{1}{\varepsilon}grad_p\int_0^\tau div_p\left[\frac{\mathbf{J}(q,t)}{R}\right]dt-$$

$$-\frac{1}{R^2}\left(\frac{1}{R}+\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial\tau}\right)\hat{Z}\{q,\mathbf{J}(q,\tau)\}\times\mathbf{R}\Bigg\}d\sigma_q, \qquad (10)$$

Эта операция позволяет неявно учесть свойства поверхности излучателя, т.е. учесть НГУ. По сути, (10) — интегральное представление полей для тел, на поверхности которых выполняются условия типа (1) или (2). Так как полное поле внутри Σ, в силу теоремы эквивалентности, должно быть равно нулю, то на вспомогательной поверхности Σ' должна обратиться в ноль касательная составляющая полного поля $\mathbf{E}(p,t)$ для (8), т.е. [11]:

$$\mathbf{n}_p\times\mathbf{E}(p,t)=0, \qquad \mathbf{n}_p\times\mathbf{H}(p,t)=0. \qquad (11)$$

Чтобы удовлетворить этим условиям, домножим векторно (8) на $\mathbf{n}$ и подставим в полученные выражения (11). В результате имеем:

$$\mathbf{n}_p\times\mathbf{E}^i(p,t)+\frac{1}{4\pi}\mathbf{n}_p\times\int_\Sigma\left\{-\frac{\mu}{R}\frac{\partial\mathbf{J}(q,\tau)}{\partial\tau}+\right.$$

$$+\frac{1}{\varepsilon}grad_p\int_0^\tau div_p\left[\frac{\mathbf{J}(q,t)}{R}\right]dt-$$

$$-\frac{1}{R^2}\left(\frac{1}{R}+\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial\tau}\right)\hat{Z}\{q,\mathbf{J}(q,\tau)\}\times\mathbf{R}\Bigg\}d\sigma_q=0. \qquad (12)$$

Таким образом, для излучателя произвольной формы, на поверхности которого выполняются граничные условия вида (2), нами получено нелинейное интегральное уравнение относительно временной зависимости распределения плотности поверхностного тока. По-сути, оно представляет собой уравнение состояния антенн (рассеивателей) с нелинейными свойствами поверхностного импеданса. Решение этого уравнения, т.е. вычисление $\mathbf{J}(q,t)$ при заданных форме излучателя (рассеивателя), виде нелинейных граничных условий и условиях возбуждения — это первый этап анализа. На втором, как и для антенн с сосредоточенными нелинейными элементами [2], необходимо вычислить внешние характеристики устройства.

3. ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Перейдем к вопросам решения НИУ, наиболее трудоемкого этапа анализа антенн с нелинейными свойствами поверхностного импеданса. Для этого разделим интегральный оператор на линейную и нелинейную части, а (12) запишем в более компактном виде

$$\mathrm{L}\{\mathbf{J}(q,t)\}-\aleph\{\mathbf{J}(q,t)\}=\mathbf{E}^i_{tg}(p,t), \qquad (13)$$

где

$$\mathrm{L}\{\mathbf{J}(q,t)\}=\frac{1}{4\pi}\mathbf{n}_p\times\int_\Sigma\left\{-\frac{\mu}{R}\frac{\partial\mathbf{J}(q,\tau)}{\partial\tau}+\right.$$

$$\left.+\frac{1}{\varepsilon}grad_p\int_0^\tau div_p\left[\frac{\mathbf{J}(q,t)}{R}\right]dt\right\}d\sigma_q, \qquad (14)$$

$$\aleph\{\mathbf{J}(q,t)\}=$$

$$=\frac{1}{4\pi}\mathbf{n}_p\times\int_\Sigma\left\{\frac{1}{R^2}\left(\frac{1}{R}+\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial\tau}\right)\hat{Z}\{q,\mathbf{J}(q,\tau)\}\times\mathbf{R}\right\}d\sigma_q, \qquad (15)$$

$\mathbf{E}^i_{tg}(p,t)$ — касательная к Σ' в точке p составляющая стороннего электрического поля.

С формальной точки зрения уравнение (13) представляет собой уравнение состояния распределенной электродинамической системы, состоящей из линейной и нелинейной подсистем, описываемых операторами $\mathrm{L}\{\mathbf{J}(q,t)\}$ и $\aleph\{\mathbf{J}(q,t)\}$, соответственно, и подсистемы источников внешнего воздействия $\mathbf{E}^i_{tg}(p,t)$.

Рассмотрим конкретный случай — электродинамическую структуру, выполненную из прямолинейных проводников радиусом a, соединенных произвольным образом друг с другом. Моделирование таких излучателей позволило решить целый ряд задач, имеющих важное практическое значение. В связи с этим рассмотрим особенности упрощения систем НИУ для данных типов излучателей, с учетом того, что на их поверхности выполняются нелинейные граничные условия.

Из (13), (14) видно, что линейная часть интегрального оператора $\mathrm{L}\{\mathbf{J}(q,t)\}$ представляет собой интегральный оператор задачи возбуждения идеально проводящих тел [11]. Следовательно, во всех случаях, когда интегральные уравнения для идеально проводящих тел приводятся к одномерным интегральным уравнениям, такая операция допускается также и для оператора $\mathrm{L}\{\mathbf{J}(q,t)\}$. Все особенности задачи для излучателей с НГУ определяются нелинейными свойствами оператора $\aleph\{\mathbf{J}(q,t)\}$.

При анализе тонкопроволочных излучателей возможность приведения уравнения (12) к одномерному интегральному уравнению основана на предположении, что в силу малости радиуса проводника плотность поверхностного тока проводника распределена равномерно по периметру поперечного сечения и имеет только одну компоненту, направленную вдоль оси. Для излучателей сложной конфигурации, состоящих из произвольно соединенных между собой прямолинейных отрезков проводников линейная часть интегрального оператора равна:

$$\mathrm{L}\{\mathbf{i}(q,t)\}=\frac{1}{8a\pi^2}\mathbf{n}_p\times\int_L\left\{-\frac{\mu}{R}\frac{\partial\,\mathbf{i}(q,\tau)}{\partial\tau}+\right.$$

$$\left.+\frac{1}{\varepsilon}grad_p\int_0^\tau div_p\left[\frac{\mathbf{i}(q,t)}{R}\right]dt\right\}dl_q, \qquad (16)$$

нелинейная часть:

$$\aleph\{\mathbf{i}(q,t)\}=$$

$$=\frac{1}{4\pi}\mathbf{n}_p\times\int_L\left\{\frac{1}{R^2}\left(\frac{1}{R}+\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial\tau}\right)\hat{Z}\{q,\frac{\mathbf{i}(q,\tau)}{2\pi a}\}\times\mathbf{R}\right\}dl_q. \qquad (17)$$

Здесь a – радиус проводников излучателя, $\mathbf{i}(q,\tau)=2\pi a\mathbf{J}(q,\tau)$ – полный ток проводника. Интегрирование ведется по длине проводника.

С учетом этого (13) запишется в виде:

$$\mathrm{L}\{\mathbf{i}(q,\tau)\}-\aleph\{\mathbf{i}(q,\tau)\}=\mathbf{E}^{i}_{tg}(p,t)\,. \tag{18}$$

Так как распределение тока вдоль проводника $\mathbf{i}(q,\tau)$, является функцией от координат и времени, его решение будем проводить в два этапа. На первом этапе воспользуемся методом моментов. Решение будем искать в виде разложения по системе базисных функций подобластей. При этом заметим следующее.

Рассматриваемое интегральное уравнение является нелинейным интегральным уравнением. Для решения подобных уравнений в частотной области в работе [12] показано, что в отличие от случая решения линейных ИУ, для аппроксимации искомого распределения тока в линейной и нелинейной частях оператора целесообразно использовать различные системы базисных функций. Для удобства запишем (18) следующим образом:

$$\mathrm{L}\{\mathbf{i}(q,\tau)\}-\aleph\{-\hat{\mathbf{i}}(q,\tau)\}=\mathbf{E}^{i}_{tg}(p,t)\,, \tag{19}$$

полагая при этом, что

$$\mathbf{i}(q,\tau)=-\hat{\mathbf{i}}(q,\tau)\,. \tag{20}$$

Таким образом, распределение ищем в виде:

$$\mathbf{i}(q,\tau)=\sum_{m=1}^{M} i_m(\tau)\mathbf{\Phi}_m(q) \tag{21}$$

для линейного оператора и

$$\hat{\mathbf{i}}(q,\tau)=\sum_{m=1}^{M} \hat{i}_m(\tau)\hat{\mathbf{\Phi}}_m(q) \tag{22}$$

для нелинейного.

В приведенных соотношениях базисные функции $\mathbf{\Phi}_m(q)$ и $\hat{\mathbf{\Phi}}_m(q)$ описывают поведение токов $\mathbf{i}(q,\tau)$ и $\hat{\mathbf{i}}(q,\tau)$ вдоль проводников структуры. Они определены так, что на m-м интервале Δ^m_l $\mathbf{\Phi}_m(q)=\hat{\mathbf{\Phi}}_m(q)\neq 0$, а всюду вне этого интервала $\mathbf{\Phi}_m(q)=\hat{\mathbf{\Phi}}_m(q)=0$. Коэффициенты разложения $i_m(\tau)$ и $\hat{i}_m(\tau)$ не зависят от координат и представляют собой временные зависимости токов в тех сечениях проводника, для которых функции $\mathbf{\Phi}_m(q)=\hat{\mathbf{\Phi}}_m(q)=1$. С учетом (20):

$$i_m(\tau)=-\hat{i}_m(\tau)\,. \tag{23}$$

Разделение пространственной и временной зависимостей в (21) и (22) предполагает, что в любом сечении проводника на одном и том же интервале разбиения зависимость тока от времени будет одной и той же. Это возможно только в том случае, когда $\Delta^m_l < c\Delta\tau\ \forall\ m=\overline{1,N}$. Здесь $\Delta\tau$ – шаг дискретизации по времени, который необходим для корректной аппроксимации временных зависимостей токов. Данное обстоятельство следует учитывать при численном решении (19).

Следуя методу моментов подставим (21) и(22) в (19). Домножив на весовые функции, и проинтегрировав по длине излучателя, имеем:

$$\sum_{m=1}^{M}\int_L \mathbf{\Phi}_n(p)\mathrm{L}\{i_m(\tau)\mathbf{\Phi}_m(q)\}dl_p-$$
$$-\int_L \hat{\mathbf{\Phi}}_n(p)\aleph\left\{-\sum_{m=1}^{N}\hat{i}_m(\tau)\hat{\mathbf{\Phi}}_m(q)\right\}dl_p=$$
$$=\int_L \mathbf{\Phi}_n(p)\mathbf{E}^{i}_{tg}(p,t)dl_p\ \forall\ n=\overline{1,N}\,. \tag{24}$$

Заметим, что в отличие от НИУ в частотной области (см., например, [2]) для уравнений во временной области коэффициенты разложения $i_m(\tau)$ выносить из под линейного оператора $\mathrm{L}\{i_m(\tau)\mathbf{\Phi}_m(q)\}$ нельзя, т. к. в состав $\mathrm{L}\{i_m(\tau)\mathbf{\Phi}_m(q)\}$ входит операция интегрирования по времени (см. (14)). Для удобства запишем полученную систему уравнений в виде:

$$\tilde{\mathrm{L}}_n\{i_m(\tau)\}-\tilde{\aleph}_n\{i_n(\tau)\}=e_n(t)\quad \text{для}\quad n=\overline{1,N}\,. \tag{25}$$

Здесь, с учетом свойств функций $\hat{\mathbf{\Phi}}_m(q)$:

$$\left.\begin{aligned}
&\tilde{\mathrm{L}}_n\{i_m(\tau)\}=\sum_{m=1}^{M}\int_L \mathbf{\Phi}_n(p)\mathrm{L}\{i_m(\tau)\mathbf{\Phi}_m(q)\}dl_p\\
&\tilde{\aleph}_n\{i_m(\tau)\}=\int_{\Delta^n_l}\hat{\mathbf{\Phi}}_n(p)\aleph\left\{-\sum_{m=1}^{N}\hat{i}_m(\tau)\hat{\mathbf{\Phi}}_m(q)\right\}dl_p\\
&e_n(t)=\int_L \mathbf{\Phi}_n(p)\mathbf{E}^{i}_{tg}(p,t)dl_p
\end{aligned}\right\},$$
$$\forall\quad n=\overline{1,N}\,, \tag{26}$$

Соотношения (25) являются системой уравнений состояния схемы (рис. 2), представляющей собой соединение линейного многополюсника, описываемого матричным оператором

$$\tilde{\mathbf{L}}\{\mathbf{i}(\tau)\}=\begin{bmatrix}\tilde{\mathrm{L}}_1\{i_1(\tau)\} & \tilde{\mathrm{L}}_1\{i_2(\tau)\} & \cdots & \tilde{\mathrm{L}}_1\{i_N(\tau)\}\\ \tilde{\mathrm{L}}_2\{i_1(\tau)\} & \tilde{\mathrm{L}}_2\{i_2(\tau)\} & \cdots & \tilde{\mathrm{L}}_2\{i_N(\tau)\}\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ \tilde{\mathrm{L}}_N\{i_1(\tau)\} & \tilde{\mathrm{L}}_2\{i_N(\tau)\} & \cdots & \tilde{\mathrm{L}}_N\{i_N(\tau)\}\end{bmatrix}, \tag{27}$$

системы ЭДС, описываемого вектором

$$\mathbf{e}(t)=\{e_1(t),e_2(t),...,e_N(t)\}^T\,, \tag{28}$$

и нелинейного многополюсника, описываемого нелинейным матричным оператором

$$\tilde{\aleph}\{\hat{\mathbf{i}}(\tau)\}=\begin{bmatrix}\tilde{\aleph}_1[\hat{i}_1(\tau)] & \tilde{\aleph}_1[\hat{i}_2(\tau)] & \cdots & \tilde{\aleph}_1[\hat{i}_N(\tau)]\\ \tilde{\aleph}_2[\hat{i}_1(\tau)] & \tilde{\aleph}_2[\hat{i}_2(\tau)] & \cdots & \tilde{\aleph}_2[\hat{i}_N(\tau)]\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ \tilde{\aleph}_N[\hat{i}_1(\tau)] & \tilde{\aleph}_N[\hat{i}_2(\tau)] & \cdots & \tilde{\aleph}_N[\hat{i}_N(\tau)]\end{bmatrix}, \tag{29}$$

диагональные элементы которого представляют собой динамические вольтамперные характеристики нелинейных элементов, соответствующих элементарным отрезкам провода радиусом a и длиной Δ^m_l, на поверхности которых выполняются граничные условия (1) или (2).

Анализ таких систем в общем случае может быть выполнен только во временной области. Поэтому, методы моделирования подобных систем требуют знания характеристик линейной подсхемы во временной области, т. е. фактически требуется построение эквивалентной схемы линейной части во временной области. С другой стороны, анализ линейной части подобных подсистем, представляющих собой сложные электродинамические структуры с линейными характеристиками (например, проволочные излучатели или рассеиватели произвольной конфигурации) гораздо более эффективно может быть выполнен в частотной области. К настоящему времени для этого разработаны эффективные методы и пакеты прикладных программ. Таким образом, задача состоит в определении параметров линейной части во временной области.

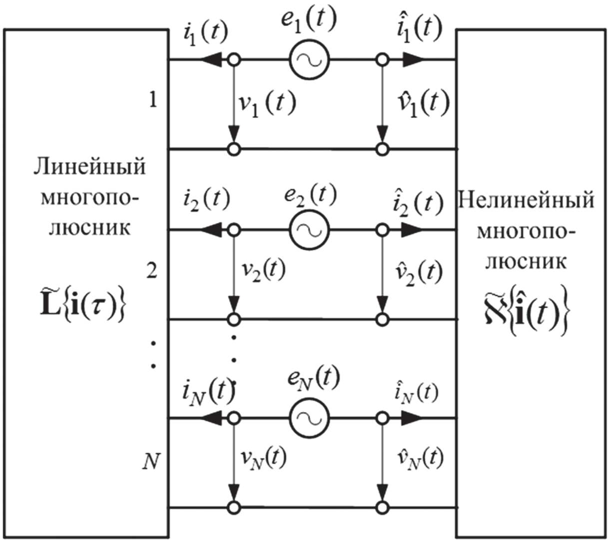


Рис. 2. Представление электродинамической структуры с нелинейным поверхностным импедансом в виде многовходовой нелинейной схемы

4. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ЛИНЕЙНОЙ ПОДСХЕМЫ И СИСТЕМЫ ИСТОЧНИКОВ ВНЕШНЕГО ВОЗДЕЙСТВИЯ

Итак, рассмотрим нелинейную систему, электродинамическая структура которой представлена в виде пассивного $2N$-полюсника ко входам которого подключены источники возбуждения и нелинейные нагрузки (рис. 2). По аналогии с [13] предположим, что идеальный источник тока $i_m(t)$ подключен ко входу m, а другие входы многополюсника разомкнуты. В этом случае в частотной области напряжения холостого хода всех входов могут быть определены как

$$V_n(\omega) = Z_{nm}(\omega) I_m(\omega), \qquad k = \overline{1, N}, \tag{30}$$

где $I_m(\omega)$ – преобразование Фурье от $i_m(t)$, т.е.

$$I_m(\omega) = \Im[i_m(t)] \tag{31}$$

и

$$i_m(t) = \Im^{-1}[I_m(\omega)], \tag{32}$$

где $\Im$ и $\Im^{-1}$ представляют прямое и обратное преобразования Фурье, соответственно, $Z_{nm}(\omega)$ – элементы матрицы собственных и взаимных сопротивлений $\mathbf{Z}(\omega)$ излучающей структуры АНПИ. Заглавные буквы означают величины, определенные в частотной области, а строчные буквы соответствуют величинам во временной области. $Z_{nm}(\omega)$ являются Z-параметрами $2N$-полюсника.

Если $i_m(t)$ является дельта-функцией, то $I_m(\omega) = 1$ и не зависит от частоты. Напряжения холостого хода во временной области в этом случае равны:

$$v_n(t) \equiv \mathcal{G}_{nm}(t) = \Im^{-1}[Z_{nm}(\omega)]. \tag{33}$$

Эти напряжения могут рассматриваться как функция Грина для линейного многополюсника системы. Поэтому здесь индексами nm обозначена функция Грина, соответствующая возбуждению входа m источником тока в виде δ-функции и отклику в форме напряжения холостого хода на входе n. Заметим, что т. к. линейная подсхема взаимна, то

$$\mathcal{G}_{nm}(t) = \mathcal{G}_{mn}(t). \tag{34}$$

Следовательно, если вход m возбуждается источником тока $i_m(t)$ с произвольной зависимостью от времени, то отклик может быть записан в виде:

$$v_n(t) = \Im^{-1}[Z_{nm}(\omega) I_m(\omega)] = \mathcal{G}_{nm}(t) * i_m(t), \tag{35}$$

где звездочка означает операцию свертки. Согласно принципу суперпозиции, который справедлив для линейных систем, при возбуждении рассматриваемой системы источниками тока, подключенными ко всем N входам структуры, отклик на n-м входе определяется соотношением:

$$v_n(t) = \sum_{m=1}^{M} \int_0^t \mathcal{G}_{nm}(t-\tau) i_m(\tau) d\tau, \qquad n = \overline{1, M}. \tag{36}$$

В соотношении (36) свертка записана в интегральной форме и предполагается, что все возбуждения начинаются после момента времени $t = 0$. Следует отметить, что согласно теореме компенсации, в виде идеальных источников тока возбуждения системы могут быть представлены известные токи на соответствующих входах, независимо от того, что на самом деле подключено ко входам многополюсника.

Для численного вычисления (36) заменим операцию интегрирования суммированием. Тогда:

$$v_n^{(g)} = \sum_{m=1}^{M} \sum_{h=0}^{g} \mathcal{G}_{nm}^{(g-h)} i_m^{(h)} \Delta t, \qquad n = \overline{1, M}, \tag{37}$$

где индексы g, h обозначают моменты времени $g\Delta t$ и $h\Delta t$, для которых вычисляются напряжения $v_n^{(g)} = v_n(g\Delta t)$ и токи $i_m^{(h)} = i_m(h\Delta t)$ входов многополюсника. Выделим в сумме (37) слагаемое с $g = h$. Тогда:

$$v_n^{(g)} = \sum_{m=1}^{M} \mathcal{G}_{nm}^{(0)} i_m^{(g)} \Delta t + \sum_{m=1}^{M} \sum_{h=0}^{g-1} \mathcal{G}_{nm}^{(g-h)} i_m^{(h)} \Delta t, \; n = \overline{1, M}. \tag{38}$$

Видно, что первое слагаемое в (38) содержит напряжения входов только в момент времени $t = g\Delta t$, т.е. в тот момент времени, для которого вычисляется ток соответствующего входа, а второе слагаемое (двойная сумма) содержит значения напряжений входов в предыдущие моменты времени, т.е. описывает память системы.

Двойная сумма в (38) представляет собой напряжение, которое можно представить в виде источника ЭДС, величина которого не зависит от мгновенных значений токов входов и напряжений на них, а только от их предыдущих значений. Для всех $n=\overline{1,M}$, эти напряжения могут быть представлены в виде матрицы столбца $v_{conv}^{(g-1)}\rangle$, где индекс "conv" указывает на то, что эти токи получаются путем свертки функции Грина и токов входов. Таким образом, (38) можно записать в матричном виде, как

$$v^{(g)}\rangle=\tilde{v}^{(g)}\rangle+v_{conv}^{(g-1)}\rangle=\left[Z_{dyn}\right]i_V^{(g)}\rangle+v_{conv}^{(g-1)}\rangle. \quad (39)$$

Здесь $\left[Z_{dyn}\right]$ представляет собой матрицу динамических сопротивлений линейной части исходной электродинамической структуры.

Таким образом, получена система мгновенных Z-параметров, которая является описанием излучающей структуры АНПИ во временной области, т. е., по сути, она является оператором $\tilde{\mathrm{L}}_n\left\{i_m(\tau)\right\}$.

В ряде случаев целесообразно в состав линейной подсхемы ввести и вектор ЭДС сторонних источников $e_n(t)=\left\{e_1(t),e_2(t),...,e_M(t)\right\}^T$. В этом случае уравнение (25) можно представить в виде:

$$\tilde{\mathrm{L}}_n\left\{i_m(\tau)\right\}+e_n(t)=\tilde{\aleph}_n\left\{i_n(\tau)\right\} \quad \forall \quad n=\overline{1,M}, \quad (40)$$

а соотношение (28), являющееся компонентным уравнением линейной подсхемы, необходимо изменить следующим образом:

$$\hat{v}_k^{(q)}=\sum_{j=1}^{N}\left[\sum_{p=0}^{q}\mathcal{G}_{kj}^{(q-p)}i_j^{(p)}\Delta t+\sum_{p=0}^{q}\mathcal{G}_{Ekj}^{(q-p)}e_j^{(p)}\Delta t\right]. \quad (41)$$

В (41) функция $\mathcal{G}_{Ekj}$ представляет собой напряжение холостого хода на входе нелинейной подсхемы с номером k с учетом возбуждения структуры внешним полем. Процедура их определения аналогична рассмотренной выше.

Для того, чтобы проанализировать отклик всей системы, т.е. линейной электродинамической структуры с подключенными к ее входам нагрузками, необходимо объединить (39) или (41) с уравнениями, описывающими схемы нелинейного многополюсника. Это является стандартной задачей теории нелинейных схем. Так, например, если излучающая структура нагружена схемами, содержащими нелинейные элементы с памятью, то могут быть применены процедуры пошагового по времени решения уравнений, описывающих нелинейный многополюсник электродинамической системы, совместно с уравнениями (39) (или (41)). При этом в каждый последующий момент времени должен пересчитываться вектор $v_{conv}^{(g-1)}\rangle$. Если нагрузки многополюсника не обладают памятью, то задача сводится к решению системы нелинейных алгебраических уравнений на каждом шаге по времени, и, опять же, вектор $v_{conv}^{(g-1)}\rangle$ должен регулярно обновляться.

Таким образом, для нахождения вектора $\mathbf{i}(q,\tau)$, являющегося решением уравнения (18), необходимо решить уравнение (25) (или (40)) с использованием соотношения (39) (или (41)). Этот вектор описывает распределение тока вдоль проводников излучающей структуры и, следовательно, состояние АНПИ в произвольный момент времени $g\Delta t$ и представляет собой вектор переменных состояния. Это первый этап анализа АНПИ. На втором этапе по найденному $\mathbf{i}(q,\tau)$ определяется вектор внешних параметров.

5. ОСОБЕННОСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ВНЕШНИХ ПАРАМЕТРОВ АНПИ

Вычисление внешних параметров – это последний этап анализа АНПИ. Суть его состоит в нахождении параметров антенны, определяющих ее связь с внешним пространством (свободным пространством и нагрузкой (или сторонними источниками)). Из-за нелинейных свойств АНПИ для них не выполняется принцип взаимности, и потому параметры в режиме передачи и приема должны определяться раздельно. Нелинейные свойства АНПИ и возникающие при их возбуждении нелинейные эффекты приводят к необходимости описания таких антенн большим числом внешних параметров. Особое внимание следует обратить на корректность определения внешних параметров, которые характеризуют нестационарные свойства поля излучения (рассеяния). При исследовании периодических режимов, излученный (рассеянный) сигнал также будет периодическим, спектр которого является дискретным и его достаточно характеризовать комплексными амплитудами и частотами спектральных составляющих. Для такого случая введены традиционные параметры антенн (диаграмма направленности, КНД, эффективная площадь рассеяния и т.п.) на основной частоте и побочных частотах, которые возникают из-за нелинейных свойств АНПИ. Эти параметры достаточно подробно рассмотрены в [14]. Если же рассматриваются нестационарные режимы антенн или рассеивателей, то смысл параметров требует уточнения с учетом конкретного типа АНПИ, режима ее работы, способов измерения (индикации) того или иного параметра.

В ряде работ [10, 15] предлагается для описания параметров антенн в нестационарном режиме использовать понятие пространственно-временной импульсной характеристики (ПВИХ). Согласно [15] ПВИХ передающей антенны представляет собой электромагнитное поле, созданное антенной, которая возбуждается δ-импульсом тока. С другой стороны, ПВИХ приемной антенны, представляет собой напряжение на зажимах антенны при падении на нее δ-импульса поля. Знание этих двух характеристик определяет пространственно-временные характеристики системы приемно-передающих антенн. Вычислением свертки возбуждающего сигнала антенны с ПВИХ можно найти поле в любой точке свободного пространства в любой момент времени. Свертка известного падающего поля с ПВИХ приемной антенны позволяет найти напряжение на зажимах антенны в любой момент времени для поля, падающего из любой точки пространства.

В настоящем подразделе, получены векторы пространственно-временных импульсных характеристик АНПИ, которые, по-сути, являются векторами выходных параметров, а также соотношения для вычисления пространственно-временного распределения поля, создаваемого АНПИ.

Расчет поля вне антенны (в области V_2) проводится по соотношению (10), в котором необходимо положить $T=1$ и $\mathbf{E}^i(p,t)=0$. Тогда:

$$\mathbf{E}(p,t)=\frac{1}{4\pi}\int_{\Sigma}\left\{-\frac{\mu}{R}\frac{\partial\mathbf{J}(q,\tau)}{\partial\tau}+\right.$$
$$+\frac{1}{\varepsilon}grad_p\int_0^{\tau}div_p\left[\frac{\mathbf{J}(q,t)}{R}\right]dt-$$
$$\left.-\frac{1}{R^2}\left(\frac{1}{R}+\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial\tau}\right)\hat{Z}\{q,\mathbf{J}(q,\tau)\}\times\mathbf{R}\right\}d\sigma_q. \quad (42)$$

Если учесть соотношения (2), (21), (22) и то, что для тонкопроволочных излучающих структур $\mathbf{J}(q,\tau)=\mathbf{i}(q,\tau)/(2\pi a)$, то получим:

$$\mathbf{E}(p,t)=\frac{1}{8\pi^2 a}\sum_{m=1}^{M}\int_L\left\{-\frac{\mu}{R}\mathbf{\Phi}_m(q)\frac{di_m(\tau)}{d\tau}+\right.$$
$$\left.+\frac{1}{\varepsilon}grad_p div_p\left[\frac{\mathbf{\Phi}_m(q)}{R}\right]\int_0^{\tau}i_m(t)dt\right\}dl_q-$$
$$-\frac{1}{4\pi}\int_{\Sigma}\left\{\frac{1}{R^2}\left(\frac{1}{R}+\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial\tau}\right)\mathbf{J}^{\text{м}}(q,t)\times\mathbf{R}\right\}d\sigma_q=$$
$$=\mathbf{E}_1(p,t)-\mathbf{E}_2(p,t), \quad (43)$$

где, согласно (2), $\mathbf{J}^{\text{м}}(q,t)=\hat{Z}\{q,\mathbf{J}(q,t)\}$, а

$$\mathbf{E}_1(p,t)=\frac{1}{8\pi^2 a}\sum_{m=1}^{M}\int_L\left\{-\frac{\mu}{R}\mathbf{\Phi}_m(q)\frac{di_m(\tau)}{d\tau}+\right.$$
$$\left.+\frac{1}{\varepsilon}grad_p div_p\left[\frac{\mathbf{\Phi}_m(q)}{R}\right]\int_0^{\tau}i_m(t)dt\right\}dl_q, \quad (44)$$

$$\mathbf{E}_2(p,t)=\frac{1}{4\pi}\int_{\Sigma}\left\{\frac{1}{R^2}\left(\frac{1}{R}+\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial\tau}\right)\mathbf{J}^{\text{м}}(q,t)\times\mathbf{R}\right\}d\sigma_q. \quad (45)$$

Следует отметить, что соотношение (43) описывает поле в любой точке V_2, т. е. в области вне излучателя и вне области сторонних токов. Первый интеграл характеризует поле, созданное электрическими токами, а второй – магнитными, возникающими за счет нелинейных свойств поверхностного импеданса. По-сути, это соотношение является выходным уравнением рассматриваемой системы, т. к. вычислив распределение поля, можно определить любые параметры конкретной АНПИ.

Для того, чтобы получить соотношения для расчета распределения поля применим к (44) и (45) преобразование Фурье.

Рассмотрим вначале распределение поля (44), создаваемое электрическим током. После преобразования Фурье получим:

$$\mathbf{E}_1(p,\omega)=\Im\left[\mathbf{E}_1(p,t)\right]=$$
$$=\sum_{m=1}^{M}I_m(\omega)\left\{\frac{1}{8\pi^2 a}\int_L\left[-j\omega\mu\,\mathbf{\Phi}_m(q)G(p,q)+\right.\right.$$
$$\left.\left.+\frac{1}{j\omega\varepsilon}grad_p div_p\left(\mathbf{\Phi}_m(q)G(p,q)\right)\right]dl_q\right\}=$$
$$+\sum_{m=1}^{M}I_m(\omega)\mathbf{F}_m(p,\omega). \quad (46)$$

Здесь $I_m(\omega)$ – коэффициенты, которые представляют собой комплексные амплитуды тока с частотой ω в тех сечениях проводника, для которых функции $\mathbf{\Phi}_m(q)=1$; $\mathbf{F}_m(p,\omega)$ – распределение поля на частоте ω, создаваемое базисной функцией тока $\mathbf{\Phi}_m(q)$ с единичной амплитудой.

Применив к (46) обратное преобразование Фурье, для распределения временной зависимости поля имеем:

$$\mathbf{E}_1(p,t)=\Im^{-1}\left[\sum_{m=1}^{M}I_m(\omega)\mathbf{F}_m(q,\omega)\right]=\sum_{m=1}^{M}\mathbf{F}_m(q,t)*i_m(t) \quad (47)$$

В полученном соотношении

$$\mathbf{F}_m(p,t)=\Im^{-1}\left[\mathbf{F}_m(p,\omega)\right] -$$

распределение поля, возбуждаемого δ-образным импульсом нитевидного тока с распределением $\mathbf{\Phi}_m(q)$ вдоль нити, т. е. током

$$\mathbf{i}(q,t)=\delta(\tau-t)\mathbf{\Phi}_m(q).$$

Таким образом, определение распределения поля, создаваемого протекающим по проводникам излучающей структуры электрическим током, сводится к операции свертки функции $\mathbf{F}_m(p,t)$ с вектором временных зависимостей токов, полученных в результате решения уравнений состояния (25). Для этого используется операция дискретной свертки, согласно которой

$$\mathbf{E}_1^{(g)}(p,t)=\sum_{m=1}^{M}\sum_{h=0}^{g}\mathbf{F}_m^{(g-h)}(p)i_m^{(h)}\Delta t=$$
$$=\sum_{h=0}^{g}\left\langle\mathbf{F}^{(g-h)}(p)i^{(h)}\right\rangle\Delta t. \quad (48)$$

По аналогии с (37) в (48) индексы g, h обозначают моменты времени $g\Delta t$ и $h\Delta t$, для которых вычисляется напряженность поля $\mathbf{E}_1^{(g)}(p)=\mathbf{E}_1(p,g\Delta t)$ по токам $i_m^{(h)}=i_m(h\Delta t)$ входов многополюсника. Вектор $\left.i^{(h)}\right\rangle$ вычисляется по соотношению (39), а вектор $\left.\mathbf{F}^{(g-h)}(p)\right\rangle$ определен следующим образом:

$$\left.\mathbf{F}^{(g-h)}(p)\right\rangle=\begin{bmatrix}\mathbf{F}_1^{(g-h)}(p)\\ \mathbf{F}_2^{(g-h)}(p)\\ \vdots\\ \mathbf{F}_M^{(g-h)}(p)\end{bmatrix}. \quad (49)$$

Прежде чем определить распределение поля $\mathbf{E}_2(p,t)$, создаваемое магнитным током, конкретизируем НГУ (1) и (2) применительно к проволочной излучающей структуре. Для этого рассмотрим произвольное сечение проводника с координатой ξ_q (рис. 3) и введем в этом сечении локальную цилиндрическую систему координат (ρ_q, ϕ_q, ξ_q), орты которой обозначим как $(\rho_{0q}, \phi_{0q}, \xi_{0q})$.

Учитывая, что рассматриваются локальные НГУ и выполняется тонкопроволочное приближение, согласно которому плотность электрического тока имеет только осевую компоненту, т. е. $\mathbf{J}(q,\tau) = J_\xi(q,t)\xi_{0q}$, а $\mathbf{n}_q = \rho_{\xi q}$, соотношение (2) преобразуется к виду:

$$\mathbf{J}^{\text{м}}(q,t) = \hat{Z}\{q, J_\xi(q,t)\}\phi_{0q} = J_\phi^{\text{м}}(q,t)\,\phi_{0q}. \qquad (50)$$

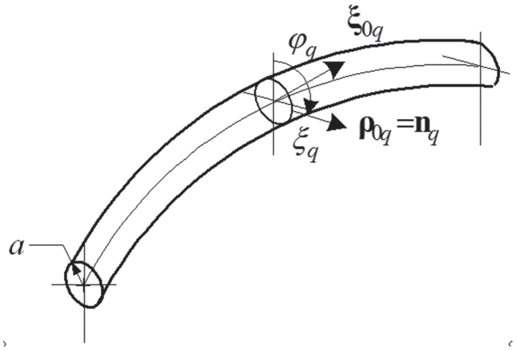


Рис. 3. Введенная локальная система координат

Так как поверхностная плотность эквивалентного магнитного тока имеет только одну составляющую $J_\phi^{\text{м}}(q,t)$, то применив к (45) преобразование Фурье, получим:

$$\mathbf{E}_2(p,\omega) = \int\limits_L J_\phi^{\text{м}}(q,\omega)\mathbf{G}_\phi^{\text{м}}(p,q)d\xi_q, \qquad (51)$$

где $\mathbf{G}_\phi^{\text{м}}(p,q) = \dfrac{1}{4\pi}\int\limits_0^{2\pi} rot_p\left\{\phi_{0q}G(p,q)\right\}ad\phi_q$ — векторная функция Грина кольцевого магнитного тока с равномерным распределением вдоль ϕ_{0q}, $J_\phi^{\text{м}}(q,\omega)$ — комплексная амплитуда плотности магнитного тока, которая определяется соотношением:

$$J_\phi^{\text{м}}(q,\omega) = \Im\left[J_\phi^{\text{м}}(q,t)\right] = \Im[\hat{Z}\{q, J_\xi(q,t)\}]. \qquad (52)$$

Для того, чтобы получить окончательные соотношения для расчета $\mathbf{E}_2(p,t)$ следует учесть (50) и определиться с выбором системы базисных функций $\{\hat{\mathbf{\Phi}}_m(q)\}$, которая используется для аппроксимации тока в нелинейной части интегрального оператора $\aleph\{-\hat{\mathbf{i}}(q,\tau)\}$ в (19). Как было сказано ранее, в качестве таких функций целесообразно использовать систему кусочно-постоянных базисных функций, т. е. функций, определенных следующим образом:

$$\hat{\mathbf{\Phi}}_m(\xi) = \begin{cases} 1 \text{ при } \quad \xi_q - \Delta_l^m \le \xi \le \xi_q + \Delta_l^m \\ 0 \text{ на остальных участках проводников.} \end{cases}$$

В этом случае плотность тока $J_\xi(q,t)$ не зависит от продольной координаты в пределах каждого из интервалов $\Delta_l^m\ \forall\, m = \overline{1,M}$ и (51) с учетом (50) преобразуется к виду:

$$\mathbf{E}_2(p,\omega) = \sum_{m=1}^{M}\Im\left[\hat{Z}\{\xi_m, \frac{i_m(t)}{2\pi a}\}\right]\int\limits_{\Delta_l^m}\mathbf{G}_\phi^{\text{м}}(p,q)d\xi_q =$$

$$= \sum_{m=1}^{M}\Im\left[\hat{Z}\{\xi_m, \frac{i_m(t)}{2\pi a}\}\right]\mathbf{F}_m^{\text{м}}(p,\omega). \qquad (53)$$

В полученном соотношении функция $\mathbf{F}_m^{\text{м}}(p,\omega)$ представляет собой напряженность электрического поля в точке p создаваемого ϕ-й компонентой поверхностного магнитного тока единичной амплитуды, протекающего по образующей цилиндра радиусом a и длиной Δ_l^m. Ось цилиндра ориентирована вдоль ξ_{0q}. Применив к (53) обратное преобразование Фурье, получим:

$$\mathbf{E}_2(p,t) = \Im^{-1}\left[\sum_{m=1}^{M}\Im\left[\hat{Z}\{\xi_m, \frac{i_m(t)}{2\pi a}\}\right]\mathbf{F}_m^{\text{м}}(p,\omega)\right] =$$

$$= \sum_{m=1}^{M}\mathbf{F}_m^{\text{м}}(q,t) * \hat{Z}\{\xi_m, \frac{i_m(t)}{2\pi a}\}. \qquad (54)$$

Окончательное выражение для определения $\mathbf{E}_2(p,t)$ получим, применив операцию дискретной свертки, по аналогии с (48):

$$\mathbf{E}_2^{(g)}(p,t) = \sum_{m=1}^{M}\sum_{h=0}^{g}\mathbf{F}_m^{\text{м}(g-h)}(p)\hat{Z}\{\xi_m, \frac{i_m^{(h)}}{2\pi a}\}\Delta t =$$

$$= \sum_{h=0}^{g}\left\langle\mathbf{F}^{\text{м}(g-h)}(p)\,\hat{Z}(i^{(h)})\right\rangle\Delta t. \qquad (55)$$

Векторы $\mathbf{F}^{\text{м}(g-h)}(p)\rangle$ и $\hat{Z}\rangle$ определены следующим образом:

$$\mathbf{F}^{(g-h)}(p)\rangle = \begin{bmatrix}\mathbf{F}_1^{(g-h)}(p)\\ \mathbf{F}_2^{(g-h)}(p)\\ \vdots\\ \mathbf{F}_M^{(g-h)}(p)\end{bmatrix}, \hat{Z}(i^{(h)})\rangle = \begin{bmatrix}\hat{Z}\{\xi_1, \frac{i_1^{(h)}}{2\pi a}\}\\ \hat{Z}\{\xi_2, \frac{i_2^{(h)}}{2\pi a}\}\\ \vdots\\ \hat{Z}\{\xi_M, \frac{i_M^{(h)}}{2\pi a}\}\end{bmatrix}. \qquad (56)$$

Следовательно, напряженность полного поля, излучаемого АНПИ, определяется соотношением:

$$\mathbf{E}^{(g)}(p,t) = \mathbf{E}_1^{(g)}(p,t) + \mathbf{E}_2^{(g)}(p,t) =$$

$$= \sum_{h=0}^{g}\left\langle\mathbf{F}^{(g-h)}(p)\,i^{(h)}\right\rangle\Delta t -$$

$$-\sum_{h=0}^{g}\left\langle\mathbf{F}^{\text{м}(g-h)}(p)\,\hat{Z}(i^{(h)})\right\rangle\Delta t, \qquad (57)$$

в котором $\mathbf{F}^{(g-h)}(p)\rangle$ и $\mathbf{F}^{\text{м}(g-h)}(p)\rangle$ — векторные пространственно-временные импульсные характеристики АНПИ.

Таким образом, получены соотношения для расчета пространственно-временного распределения поля, создаваемого АНПИ, которые описывают поле в любой точке V_2, т. е. в области вне излучателя и вне области сторонних токов.

Совместно с уравнениями состояния АНПИ, которые получены в п. 2, они являются математической моделью АНПИ, описывающей нестационарный режим таких электродинамических устройств.

На основе полученной математической модели АНПИ был разработан алгоритм расчета электродинамических характеристик проволочных излучающих систем произвольной конфигурации, поверхностный импеданс которых имеет нелинейные свойства и разработаны соответствующие программные продукты. За основу был взят алгоритм и пакет программ анализа проволочных излучателей произвольной конфигурации WIRE, разработанный на кафедре ОРТ ХНУРЭ [16].

Верификация разработанного пакета проводилась путем сравнения полученных нами результатов анализа проволочных излучателей с соответствующими расчетными данными других авторов. При выборе тестовых примеров учитывались следующие особенности, которым должен удовлетворять разработанный пакет программ. Во-первых, для таких структур должны быть известны их электродинамические характеристики, полученные другими методами (авторами) в широком частотном диапазоне. Во-вторых, это должны быть структуры, обладающие поверхностным импедансом, значение которого может изменяться в широких пределах. Примером таких структур являются структуры, выполненные из углеродных нанотрубок (УНТ). Учитывая все сказанное выше, в качестве тестовой задачи была выбрана задача анализа передающих свойств вибраторов из УНТ в широком частотном диапазоне и при значительных вариациях поверхностного импеданса. Результаты тестирования пакета описаны в работе [17]. Они подтвердили достоверность пакета и возможность применения его для моделирования проволочных структур в широком частотном диапазоне и обладающих существенным поверхностным импедансом. Кроме того, в работе [18] приведены результаты исследования хаотического режима АНПИ с использованием предложенных модели и пакета программ.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Получены уравнения состояния, описывающие нестационарный режим АНПИ, и позволяющие описать присущие таким антеннам нелинейные эффекты, связанные с образованием новых спектральных составляющих в их отклике, а также нелинейную зависимость параметров АНПИ от уровня ее возбуждения. Предложен и обоснован алгоритм определения параметров линейной подсхемы АНПИ в пространственно-временной области по вычисленным электродинамическим характеристикам излучающей структуры в пространственно-частотной области.

2. Рассмотрены особенности определения выходных параметров, описывающих нестационарный режим антенн с нелинейными свойствами поверхностного импеданса. Получены векторы пространственно-временных импульсных характеристик АНПИ, которые, по-сути, являются векторами выходных параметров, а также соотношения для вычисления пространственно-временного распределения поля, создаваемого АНПИ.

3. Модифицирован пакет программ расчета электродинамических характеристик тонкопроволочных структур произвольной конфигурации с учетом требований к определению параметров линейной подсхемы АНПИ в пространственно-временной области. Одним из достоинств данного пакета программ является возможность использования его как самостоятельного продукта, например, для расчета электродинамических характеристик наноструктур произвольной конфигурации, в составе которых могут быть элементы как с линейными, так и с нелинейными характеристиками.

Литература

[1] *Taflove A., Hagness S.G.* Computational electrodynamics: the finite-difference time-domain method. Boston-London: Artech House Inc., 2000. 852 p.

[2] *Шифрин Я.С., Лучанинов А.И., Омаров М.А.* Анализ антенн с распределенной нелинейностью // Антенны. Сб. статей. – М.: ИПРЖР, 2000. – Вып. 1(44). – С. 70–83.

[3] *Петров Б.М., Семенихина Д. В., Панычев А. И.* Эффект нелинейного рассеяния. – Таганрог.: Из-во Гос. радиотехн. ун-та, 1997. – 202 с.

[4] *Каценеленбаум Б.З.* Высокочастотная электродинамика. – М.: Наука, 1966. – 240 с.

[5] *Welch W.J.* Reciprocity theorems for electromagnetic fields whose time dependence is arbitrary // IRE Trans. on Antennas and Propagation. – 1960. Vol. 8, №. 1. – P. 68–73.

[6] *Goubau G.* A reciprocity theorems for non-periodic fields // IRE Trans. on Antennas and Propagation. – 1960. Vol. 8, № 3. – P. 339–342.

[7] *Фельд Я.Н.* Теоремы и задачи нестационарных процессов электродинамики // Радиотехника и электроника. – 1993. Т. 38. № 1. – С. 38–48.

[8] Вычислительные методы в электродинамике / под ред. *Р. Митры*. – М.: Мир, 1977. – 476 с.

[9] *Семенихина Д.В., Петров Б.М.* Интегральные соотношения нестационарного рассеяния полей на нелинейных контактах // Рассеяние электромагнитных волн. – Таганрог, ТРТИ, 1989. – С. 29–34.

[10] *Cheo B. R.-S.* A Reciprocity Theorem for Electromagnetic Field with General Time Dependence // IRE Trans. on Antennas and Propagation. – 1965. Vol. 13, № 2. – P. 278–284.

[11] *Васильев Е.Н.* Возбуждение тел вращения / Е.Н. Васильев. – М.: Радио и связь, 1987. – 272 с.

[12] *Luchaninov A.I., Omarov M.A., Gavva D.S.* Basic and Weight Functions of the Problem of Nonlinear Surface Impedance Antenna Analysis by the Moment Method // Telecommunications and Radio Engineering. – 2002. Vol. 58. № 9&10. – P. 57–63.

[13] *Djordjevic A.R., Sarkar T.K.* Transient analysis of electromagnetic systems with multiple lumped nonlinear loads // IEEE Trans. – 1985. Vol. 33. № 5. – P. 533–539.

[14] *Шифрин Я.С., Лучанинов А.И.* Антенны с нелинейными элементами // Глава X в кн: Справочник по антенной технике. Т. 1. / Под ред. *Л.Д. Бахраха и Е.Г. Зелкина*. – М.: Изд-во ИПРЖР, 1997. – С. 207–235.

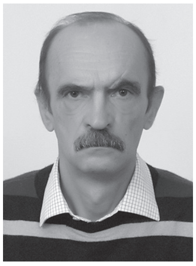
[15] *Крымский В.В., Литвинова Е.В., Шабурова Н.А.* Воздействие импульсных электромагнитных полей на свойства веществ [Электронный ресурс] // Режим доступа : http://model.exponenta.ru /20120907.html. – 07.09.2012. –Загл. с экрана.

[16] *Лучанинов А.И., Гавва Д.С., Омаров М.А.* Пакет программ "WIRE" для моделирования тонкопроволочных антенн произвольной конфигурации с линейным и нелинейным свойствами поверхностного импеданса // Прикладная радиоэлектроника. – 2002. Т. 1. № 2. – С. 225–230.

[17] *Luchaninov A.I., Medvedev E.A., Owaid S.R.* The Pocklington equation application to analysis of antennas made of carbon nanotubes // Telecommunications and Radio Engineering. – 2014. Vol. 73, № 15. – P. 1313–1325.

[18] *Лучанинов А.И., Гавва Д.С., Уайд С.Р.* Хаотические процессы в тонкопроволочных излучателях с нелинейными свойствами поверхностного импеданса // Scientific Journal "ScienceRise". – 2014. № 2(2). – С. 90–98.

Поступила в редколлегию 17.03.2015



Лучанинов Анатолий Иванович, доктор физико-математических наук, профессор, профессор кафедры основ радиотехники Харьковского национального университета радиоэлектроники. Научные интересы: нелинейные процессы в радиофизике, математическое моделирование нелинейных электродинамических устройств, теория и техника антенн и микроволновых устройств.

Гавва Дмитрий Сергеевич, кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры основ радиотехники Харьковского национального университета радиоэлектроники. Научные интересы: математическое моделирование антенн и устройств микроволновой техники, САПР радиоэлектронных устройств.

УДК 519.396.6

Аналіз нестаціонарного режиму антен та розсіювачів з розподіленою нелінійністю / А.І. Лучанінов, Д.С. Гавва // Прикладна радіоелектроніка: на-ук.-техн. журнал. – 2015. – Том 14. – № 1. – С. 87–97.

Розглянуто задачу аналізу нестаціонарного режиму тонкопроводових електродинамічних структур, до складу яких входять нелінійні елементи із зосередженими або розподіленими параметрами. З використанням методу нелінійних інтегральних рівнянь отримано рівняння стану та вихідні рівняння таких пристроїв.

Ключові слова: антена, розсіювач, нелінійний елемент, інтегральні рівняння, числовий розв'язок.

Іл.: 3. Бібліогр.: 18 найм.

UDC 519.396.6

Analysis of non-stationary regime of antennas and scatterers with distributed nonlinearity / A.I. Luchaninov, D.S. Gavva // Applied Radio Electronics: Sci. Journ. – 2015. – Vol. 14. – № 1. – P. 87–97.

The paper considers the problem of analyzing the non-stationary regime of thin-wire electrodynamic structures, which include lumped or distributed nonlinear elements. Using the method of nonlinear integral equations, the state and output equations of such devices are obtained.

Keywords: antenna, scatterer, nonlinear element, integral equations, numerical solution.

Fig.: 3. Ref.: 18 items.