

УДК 621.391

# ТЕНЗОРНАЯ МОДЕЛЬ МНОГОПУТЕВОЙ МАРШРУТИЗАЦИИ С ГАРАНТИЯМИ КАЧЕСТВА ОБСЛУЖИВАНИЯ ОДНОВРЕМЕННО ПО МНОЖЕСТВУ РАЗНОРОДНЫХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ



[А.В. ЛЕМЕШКО, О.Ю. ЕВСЕЕВА](#)

Харьковский национальный  
университет радиоэлектроники

**Abstract** – Flow model for multipath routing with guaranteed the quality of service (QoS) is proposed. The novelty of the model consists in the updated version of flow conservation law, which is taking into account the possible packet loss caused by buffer overflow at the network routers. The accounting such losses is related to revise conditions associated with the quality of service. By using tensor approach analytical boundary conditions were obtained. The conditions allow ensuring different parameters of the quality of service (rate, average delay and packet loss probability) at the same time. In addition, proposed model provides minimal value of average end-to-end packet delay where delays along all paths are same. As a result jitter caused by the multipath routing (difference between delays along different paths) is minimized. The developed conditions for QoS ensuring have invariant form which do not depend on the used at the interface. Changing the traffic models and/or packet servicing algorithm is related to a modification of the metric only within the same conditions. Proposed model was demonstrated by numerical example, where the process of packet servicing at the interfaces was modeled as queuing system M/M/1/N. The results confirmed the effectiveness of the model for solving multipath routing problem with QoS.

**Анотація** – Запропоновано потокову модель багатошляхової маршрутизації з гарантіями якості обслуговування. Завдяки тензорному підходу та використанню оновленої версії умов збереження потоку, що враховують можливі втрати пакетів, викликані переповненням буфера черг на маршрутизаторах ТКС, вдалося отримати в аналітичному вигляді умови забезпеченням якості обслуговування одночасно за множиною різномірних показників – швидкості передачі, середньої затримки та ймовірності втрат пакетів. Крім того, в рамках запропонованого рішення забезпечується мінімальна і рівна для всіх розрахованих шляхів середня затримка, що сприяє мінімізації джиттера пакетів, обумовленого реалізацією багатошляхової стратегії маршрутизації.

**Аннотация** – Предложена потоковая модель многопутевой маршрутизации с гарантиями качества обслуживания. Благодаря тензорному подходу и использованию обновленной версии условий сохранения потока, учитывающих возможные потери пакетов, вызванные переполнением буфера очереди на маршрутизаторах ТКС, удалось получить в аналитическом виде условия обеспечением качества обслуживания одновременно по множеству разнородных показателей – скорости передачи, средней задержке и вероятности потерь пакетов. Также в рамках предложенного решения обеспечивается минимальная и равная для всех рассчитываемых путей средняя задержка, что способствует минимизации джиттера пакетов, обусловленного реализацией многопутевой стратегии маршрутизации.

## Введение

Отличительной чертой развития современных мультисервисных телекоммуникационных систем (ТКС) является постоянное усовершенствование средств обеспечения качества обслуживания (Quality of Service, QoS). Именно уровень поддержки функций качества обслуживания является основным критерием конкурентного выбора той или иной телекоммуникационной технологии для ее использования в

существующих и проектируемых ТКС. Для решения задач, связанных с обеспечением качества обслуживания, все шире задействуются технологические возможности практически всех уровней эталонной модели взаимодействия открытых систем (ЭМВОС) – OSI (Open Systems Interconnection). А в связи с востребованностью в настоящее время гарантии качества обслуживания из конца в конец (end-to-end QoS) на первое место выходят задачи управления трафиком на сетевом уровне ЭМВОС, ключевой из которых заслуженно является задача маршрутизации [1, 2].

Важно отметить, что при обслуживании современного, преимущественно мультимедийного, трафика необходимо обеспечить гарантии качества обслуживания одновременно по нескольким разнородным показателям – скорости передачи, средней задержке, джиттера и вероятности потерь пакетов. При этом в зависимости от типа (класса) услуги требования к численным значениям тех или иных QoS-показателей могут существенно отличаться [3, 4]. В рамках известных протокольных решений средства маршрутизации учитывают QoS-показатели в основном на этапе формирования маршрутных метрик. Примером тому может служить метрика протокола IGRP (Interior Gateway Routing Protocol), рассчитываемая на основе постоянного мониторинга пропускной способности, задержек и уровня потерь пакетов в каналах ТКС [2]. Однако алгоритм DUAL, а также алгоритмы поиска кратчайшего пути Беллмана-Форда и Дийкстры, положенные в основу большинства существующих маршрутных протоколов, имеют важный недостаток: они обеспечивают расчет кратчайшего маршрута лишь по одной, пусть даже композитной, метрике. Тем самым не гарантируются требуемые численные значения ни одного из ключевых показателей QoS в отдельности. Причина подобного явления лежит в плоскости применяемых математических моделей для описания процесса маршрутизации в ТКС. И как показал проведенный анализ [5-7], графовые модели поиска кратчайшего пути не отвечают современным требованиям как с точки зрения QoS, так и ряда других реалий – потокового характера современного трафика, возможностей относительно реализации многопутевых решений, т.к. балансировка нагрузки по множеству маршрутов также способствует повышению качества обслуживания в сети в целом. Это обуславливает пересмотр и совершенствование существующих протоколов маршрутизации в сторону расширения их функций по поддержке QoS и балансировке нагрузки потокового характера. В этой связи актуальной научной и практической задачей представляется разработка новых или усовершенствование известных потоковых (flow based) моделей маршрутизации, отвечающих сформулированным выше требованиям.

## I. Анализ известных решений в области математического моделирования задач маршрутизации в телекоммуникационной сети

Важно отметить, что в настоящее время известно достаточно большое число потоковых моделей маршрутизации, которые в зависимости от полноты учета структурно-функционального построения ТКС представлены линейными [8, 9], нелинейными алгебраическими [10, 11], диофантовыми [12], дифференциально-разностными

[13-15] и тензорными [16, 17] уравнениями состояния ТКС. Вопросам обзора и сравнительного анализа различных моделей и методов маршрутизации посвящено достаточно много публикаций отечественных [5-7] и зарубежных [18, 19] авторов. Согласно результатам анализа установлено, что общей тенденцией при использовании подобных моделей и методов является значительное расширение возможностей по анализу процессов маршрутизации в ТКС на основе более полного учета особенностей процессов обеспечения качества обслуживания и балансировки нагрузки.

При этом некоторое усложнение математических моделей маршрутизации, вызываемое реализацией нестандартных теоретических подходов и приводящее к повышению вычислительной сложности конечных протокольных решений, в целом оправдывается применением новых технологических парадигм построения перспективных ТКС. К числу подобных концепций стоит отнести появление и активное внедрение идей программно-конфигурируемых сетей (Software Define Networking, SDN) [20]. В рамках SDN предполагается, что задачи, возлагаемые на современные маршрутизаторы, заметно упрощаются, т.к. часть из них перекладывается на сетевую операционную систему, развертываемую на специальных маршрутных серверах. Поскольку производительность подобных северов заметно превосходит возможности маршрутизаторов сети, проблема относительно минимизации вычислительной сложности маршрутных решений отходит на второй план, уступая место требованиям относительно повышения общего уровня системности и согласованности решений комплекса задач по управлению трафиком, обеспечения качества обслуживания.

На фоне известных решений в области моделирования и решения как задач маршрутизации [11, 16, 21], так и других задач управления трафиком [22-24], хорошо себя зарекомендовал тензорный подход, позволяющий максимально целостно и взаимодополняюще использовать информацию об особенностях структурного и функционального построения ТКС. В ходе тензорного моделирования ТКС топологическая информация выступает дополнительным источником как для составления функциональных уравнений поведения сети, так и для их решения. К числу недостатков известных решений по тензорному моделированию задач маршрутизации стоит отнести то, что в рамках условий сохранения потока в узлах и в сети в целом, которые подлежали тензорному обобщению, в явном виде не учитываются потери пакетов ввиду переполнения создаваемых на узлах ТКС очередей. В этой связи целью данной статьи является вывод условий обеспечения качества обслуживания одновременно по нескольким разнородным – скоростным, времененным показателям QoS и показателям надежности при решении задач многопутевой маршрутизации, основываясь на модификации тензорной модели ТКС.

## II. Потоковая модель маршрутизации с учетом потерь пакетов в телекоммуникационной сети

В рамках разрабатываемой модели маршрутизации структура ТКС описывается с помощью одномерной сети  $S = (U, V)$ , где  $U = \{u_i, i = \overline{1, m}\}$  – множество нуль-

мерных симплексов – узлов (маршрутизаторов) сети, а  $V = \{v_z = (i, j); z = \overline{1, n}; i, j = \overline{1, m}; i \neq j\}$  – множество одномерных симплексов – ветвей сети, где ветвь  $v_z = (i, j)$  моделирует  $z$ -й канал связи (КС), который соединяет  $i$ -й и  $j$ -й маршрутизаторы ТКС. Таким образом, в данной работе в зависимости от аспекта рассмотрения процессов, протекающих в ТКС, характеристики и параметры, относящиеся к каналам связи сети, будут обозначаться одинарным или двойным индексом. В первом случае, когда канал рассматривается как самостоятельный объект, будет применять сквозная нумерация ветвей (каналов), а во втором, когда важен учет места КС в сети, – нумерация будет проходить через номера узлов. Например, для каждого КС, моделируемого ветвью  $v_z = (i, j) \in V$ , пропускная способность, измеряемая в пакетах в секунду (1/c), будет обозначаться как через  $\varphi_z$ , так и через  $\varphi_{(i, j)}$ .

Каждый маршрутизирующий узел сети имеет несколько интерфейсов, через которые он передает пакеты инцидентным ему узлам-соседям. Причем номера интерфейсов для каждого отдельно взятого узла соответствуют номерам подключаемых через них соседних узлов. Результатом решения задачи маршрутизации является расчет множества маршрутных переменных  $x_{(i, j)}^k$ , каждая из которых характеризует долю интенсивности  $k$ -го трафика, направленного с  $i$ -го на  $j$ -й узел через соответствующий, т.е.  $j$ -й интерфейс. В процессе функционирования ТКС на интерфейсах узлов (маршрутизаторов) могут возникать потери пакетов, которые обусловлены перегрузкой создаваемых на них очередей. Обозначим через  $p_{(i, j)}^k$  – вероятность потерпеть пакетов  $k$ -го трафика на  $j$ -м интерфейсе  $i$ -го узла по причине его перегрузки. Тогда выражение  $x_{(i, j)}^k (1 - p_{(i, j)}^k)$  (рис. 1) характеризует долю интенсивности  $k$ -го трафика, протекающего в канале  $(i, j) \in V$ , а произведение  $x_{(i, j)}^k p_{(i, j)}^k$  численно определяет долю интенсивности  $k$ -го трафика, получившего отказ в обслуживании на  $j$ -м интерфейсе  $i$ -го узла.

Для учета возможных потерь пакетов на узлах ТКС условие сохранения потока в рамках предлагаемой модели маршрутизации принимает вид:

$$\begin{cases} \sum_{j:(i, j) \in V} x_{(i, j)}^k = 1 & \text{при } k \in K, i = s_k; \\ \sum_{j:(i, j) \in V} x_{(i, j)}^k - \sum_{j:(j, i) \in V} x_{(j, i)}^k (1 - p_{(j, i)}^k) = 0 & \text{при } k \in K, i \neq s_k, d_k; \\ \sum_{j:(j, i) \in V} x_{(j, i)}^k (1 - p_{(j, i)}^k) = \varepsilon^k & \text{при } k \in K, i = d_k, \end{cases} \quad (1)$$

где  $K$  – множество трафиков в сети;  $s_k$  – узел-отправитель и  $d_k$  – узел-получатель для пакетов  $k$ -го трафика;  $\varepsilon^k$  – доля  $k$ -го трафика, обслуженного сетью, т.е. пакеты которого доставлены от узла-отправителя до узла-получателя.

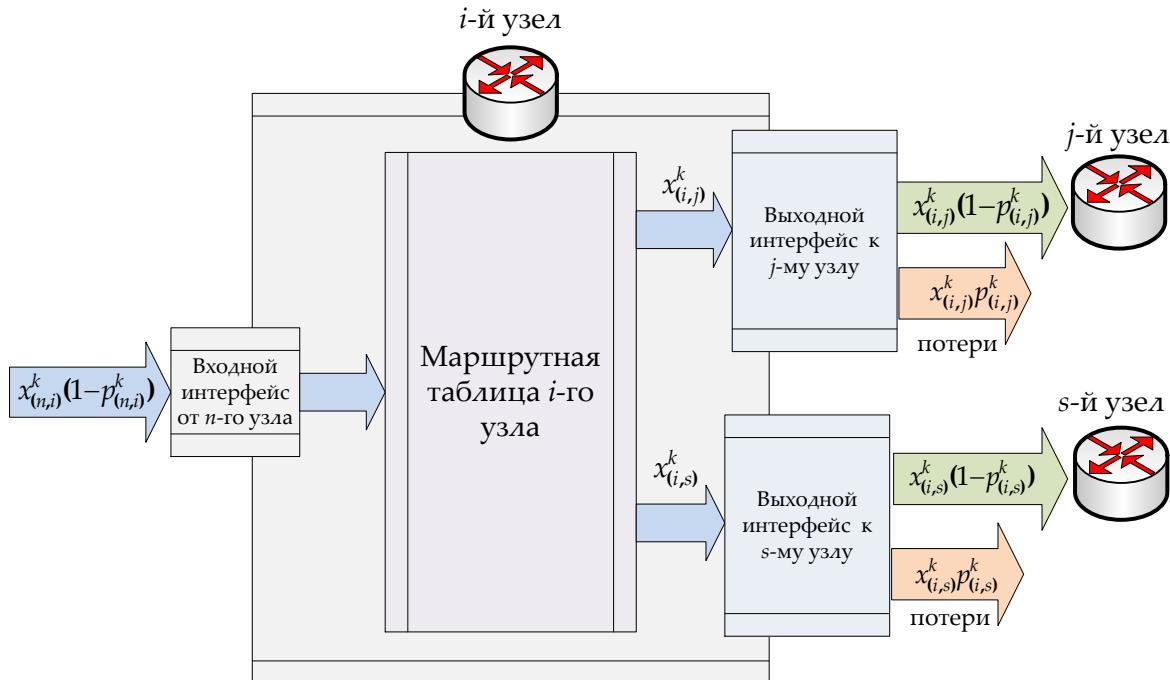


Рис. 1. Упрощенная архитектура  $i$ -го узла сети при маршрутизации  $k$ -го трафика

В ходе расчетов интерфейс, функционирующий в соответствии со схемой Tail Drop, можно представить, например, в виде системы массового обслуживания с отказами вида  $M/M/1/N$  [9], в рамках которой вероятность потерь пакетов может быть рассчитана как

$$p = p(q < \Theta_{\text{буф}}) = \frac{(1-\rho)(\rho)^N}{1-(\rho)^{N+1}}, \quad (2)$$

где  $\rho = \frac{\lambda}{\varphi}$  – коэффициент загруженности канала;  $q$  – текущая средняя длина очереди;  $N = \Theta_{\text{буф}} + 1$  – максимальное количество пакетов, которое может находиться на интерфейсе, включая буфер ( $\Theta_{\text{буф}}$ ) и сам канал;  $\lambda$  – пакетная интенсивность суммарного трафика в рассматриваемом канале, 1/с. Для наглядности индексы, характеризующие принадлежность интерфейса тому или иному узлу (маршрутизатору), и номер трафика в выражении (2) опущены. С учетом возможных потерь пакетов интенсивность трафика в канале  $(i, j) \in V$  в рамках введенных выше обозначений рассчитывается как

$$\lambda_{(i,j)} = \sum_{k \in K} \lambda_k^{(mp\delta)} x_{(i,j)}^k (1 - p_{(i,j)}^k), \quad (3)$$

где  $\lambda_k^{(mp\delta)}$  – средняя интенсивность  $k$ -го трафика, поступающего в сеть на обслуживание, которая задает QoS-требования по скорости передачи пакетов.

Стоит отметить, что отбрасывание пакетов из очереди на каждом из интерфейсов узла может происходить не только ввиду ее фактического переполнения, ре-

ализуя схему Tail Drop, но и превентивно – в соответствии с механизмами активного управления очередями (Active Queue Management, AQM) [3].

Для реализации многопутевой стратегии маршрутизации с балансировкой нагрузки на управляющие переменные накладываются ограничения вида

$$0 \leq x_{(i,j)}^k \leq 1. \quad (4)$$

Для обеспечения управляемости процессом борьбы с перегрузкой каналов и очередей, т.е. для выполнения условия  $\rho < 1$ , в структуру модели вводятся следующие ограничения:

$$\sum_{k \in K} \lambda_k^{(mp\delta)} x_{(i,j)}^k < \varphi_{(i,j)}, \quad (i,j) \in E. \quad (5)$$

По причине случайного характера современного, преимущественно мультимедийного, трафика выполнение условий (5) является лишь необходимым, но далеко не достаточным условием отсутствия потерь пакетов на узлах ТКС ввиду возможного переполнения очередей.

## II. Тензорная геометризация телекоммуникационной сети

Для тензорного описания ТКС введем анизотропное пространство-структур, образованное множеством замкнутых и разомкнутых путей (контуров и узловых пар). Размерность такого пространства, являясь структурным инвариантом, определяется общим количеством ветвей в сети и равна  $n$  [16, 17, 25]. В этой связи множество структур, отвечающих различным вариантам соединения  $n$  ветвей, может трактоваться как множество частных систем координат во введенном  $n$ -мерном пространстве. Преобразование структуры сети с сохранением изначального числа ветвей или переход от одного множества независимых путей к другому можно трактовать как преобразование системы координат. Таким образом, каждый независимый путь определяет в рамках рассматриваемого пространства-структуры координатную ось.

Пусть сеть  $S$  связная, т.е. содержит одну связную компоненту, тогда цикломатическое число  $\mu(S)$  и ранг  $\phi(S)$  сети определяют в ней соответственно число базисных контуров и узловых пар, обусловливая справедливость следующих выражений:

$$\phi(S) = m - 1, \quad \mu(S) = n - m + 1, \quad n = \phi(S) + \mu(S). \quad (6)$$

Для примера произведем выбор координатных путей в сети (рис. 2). К контурам сети относится множество  $\{\pi_i, i = \overline{1, \mu}\}$ , к узловым парам  $\{\eta_j, j = \overline{1, \phi}\}$ , где  $n = 6$ ,  $m = 5$ ,  $\mu = 2$  и  $\phi = 4$ . Узел  $u_1$ , относительно которого определяются остальные пары узлов, назовем опорным. Перечисленные контуры и узловые пары определяют в  $n$ -мерном пространстве базис, отвечающей структуре сети, изображенной на рис. 2. Через базисные пути можно выразить любой другой путь сети, причем алгебраическая сумма путей – это путь, проходящий по всем слагаемым суммы в соответствии с их ориентацией [16, 17, 25].

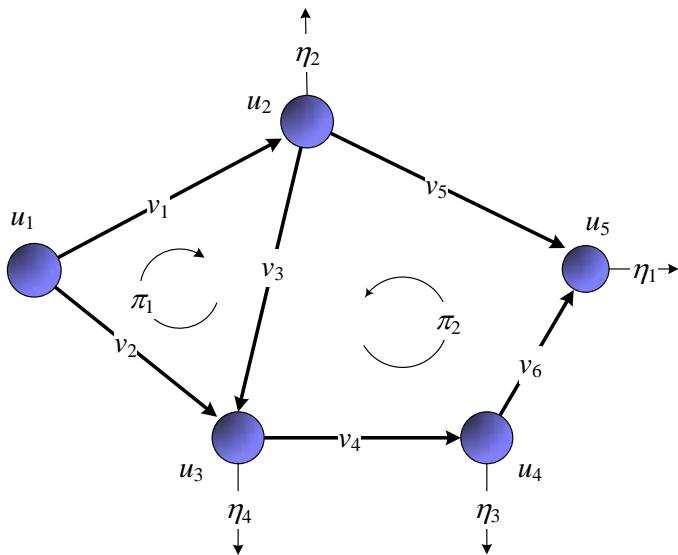


Рис. 2. Пример одномерной сети

Для последующей формализации решения маршрутных задач во введенном  $n$ -мерном пространстве тензорное описание ТКС произведем с помощью смешанного двухвалентного тензора (один раз ко- и один раз контравариантного)

$$Q = T \otimes \Lambda, \quad (7)$$

где  $\otimes$  – знак прямого тензорного умножения, а компоненты тензора  $Q$  представляют собой одновалентный ковариантный тензор средних задержек пакетов  $T$  и одновалентный контравариантный тензор величин пакетной интенсивности трафика  $\Lambda$ . Тогда в индексной форме выражение (7) принимает вид

$$q_j^i = \tau_j \lambda^i, \quad i, j = \overline{1, n}, \quad (8)$$

где  $\tau_j$  – задержка передачи пакета в  $j$ -м координатном пути ( $c$ );  $\lambda^i$  – пакетная интенсивность трафика, передаваемого по  $i$ -му базисному пути ( $1/c$ ).

При рассмотрении тензора (7) во внимание будут принятые следующие две системы координат (СК): система координат ветвей сети и система координат контуров и узловых пар. В рамках данных СК, как будет показано ниже, будут задаваться исконые или известные проекции различных компонентов тензора  $Q$ , опираясь на которые можно получить решение поставленной задачи. Вариантность компонентов тензора (8) обосновывается в работах [16, 17, 25], где показано, что характеристики, которые при переходе от одной СК к другой преобразуются в соответствие с законом сохранения потока, например, интенсивность трафика, – контравариантные величины, а параметры, преобразующиеся в соответствие с аддитивным законом, например, средняя задержка пакетов, – ковариантные величины.

В рамках выбранного примера, когда интерфейс моделируется в виде системы массового обслуживания с отказами вида  $M/M/1/N$  [9], средняя задержка пакетов в произвольном канале связи ТКС аппроксимируется выражением

$$\tau = \frac{\rho - \rho^{N+2} - (N+1)\rho^{N+1}(1-\rho)}{\lambda(1-\rho^{N+1})(1-\rho)}. \quad (9)$$

Для последующего тензорного обобщения выражение (9) запишем в форме

$$\tau_i^v = \frac{\rho_i^v - (\rho_i^v)^{N_i^v+2} - (N_i^v + 1)(\rho_i^v)^{N_i^v+1}(1-\rho_i^v)}{(1-(\rho_i^v)^{N_i^v+1})(1-\rho_i^v)(\lambda_i^v)^2} \lambda_i^v, \quad i = \overline{1, n}, \quad (10)$$

где  $i$  – номер канала связи в ТКС, а индекс  $v$  указывает на то, что все параметры выражения (10) отнесены к ветвям сети.

В соответствии с постулатом второго обобщения Г. Крона [25] систему уравнений (10) можно заменить следующим векторных уравнением

$$\Lambda_v = G_v T_v, \quad (11)$$

где

$$\Lambda_v = \begin{bmatrix} \lambda_v^1 \\ \vdots \\ \lambda_v^i \\ \vdots \\ \lambda_v^n \end{bmatrix} \quad \text{и} \quad T_v = \begin{bmatrix} \tau_1^v \\ \vdots \\ \tau_i^v \\ \vdots \\ \tau_n^v \end{bmatrix}$$

– проекции тензоров  $\Lambda$  и  $T$  в системе координат ветвей сети, представленные в виде векторов, соответственно интенсивностей трафиков и средних задержек пакетов в ветвях сети размера  $n$ ;  $G_v = \|g_v^{ij}\|$  – диагональная матрица размера  $n \times n$ , элементы главной диагонали которой рассчитываются согласно выражениям (10), отнесенных к соответствующим ветвям сети  $\{v_i, i = \overline{1, n}\}$ , т.е.

$$g_v^{ij} = \frac{(1-(\rho_i^v)^{N_i^v+1})(1-\rho_i^v)(\lambda_i^v)^2}{\rho_i^v - (\rho_i^v)^{N_i^v+2} - (N_i^v + 1)(\rho_i^v)^{N_i^v+1}(1-\rho_i^v)}. \quad (12)$$

Поскольку рассматриваемые системы координат ветвей, контуров и узловых пар сети введены для одного и того же  $n$ -мерного пространства, существуют однозначные правила преобразования координат любых геометрических объектов при переходе из одного базиса в другой. Для тензоров по определению [25] правила координатного преобразования носят линейный характер и формализуемы с помощью невырожденной квадратной матрицы размера  $n \times n$  [16, 21]:

$$\Lambda_v = C \Lambda_{\pi}, \quad (13)$$

где  $\Lambda_{\pi}$  – представленная в виде вектора размера  $n$  проекция тензора  $\Lambda$  в системе координат контуров и узловых пар. В свою очередь, вектор  $\Lambda_{\pi}$  имеет составляющие

$$\Lambda_{\pi} = \begin{bmatrix} \Lambda_{\pi} \\ \vdots \\ \Lambda_{\eta} \end{bmatrix}; \quad \Lambda_{\pi} = \begin{bmatrix} \lambda_{\pi}^1 \\ \vdots \\ \lambda_{\pi}^j \\ \vdots \\ \lambda_{\pi}^{\mu} \end{bmatrix}; \quad \Lambda_{\eta} = \begin{bmatrix} \lambda_{\eta}^1 \\ \vdots \\ \lambda_{\eta}^p \\ \vdots \\ \lambda_{\eta}^{\phi} \end{bmatrix}, \quad (14)$$

где  $\Lambda_{\pi}$  – вектор интенсивности трафика, протекающего в контурах сети, размера  $\mu$ ;  $\Lambda_{\eta}$  – вектор интенсивности трафика, поступающего на ее узлы или убывающего через них к абонентам сети, размера  $\phi$ ;  $\lambda_{\pi}^j$  – интенсивность трафика в контуре  $\pi_j$  сети;  $\lambda_{\eta}^p$  – интенсивность внешнего трафика, поступающего в сеть и убывающего из сети через узловую пару  $\eta_p$ .

Проекция тензора средних задержек  $T$  в системе координат контуров и узловых пар представлена вектором  $T_{\pi}$ , имеющим размер  $n$  и следующую структуру:

$$T_{\pi} = \begin{bmatrix} T_{\pi} \\ \vdots \\ T_{\eta} \end{bmatrix}; \quad T_{\pi} = \begin{bmatrix} \tau_1^{\pi} \\ \vdots \\ \tau_j^{\pi} \\ \vdots \\ \tau_{\mu}^{\pi} \end{bmatrix}; \quad T_{\eta} = \begin{bmatrix} \tau_1^{\eta} \\ \vdots \\ \tau_p^{\eta} \\ \vdots \\ \tau_{\phi}^{\eta} \end{bmatrix}, \quad (15)$$

где  $\tau_j^{\pi}$ ,  $\tau_p^{\eta}$  – средние задержки пакетов в контуре  $\pi_j$  и между парой узлов  $\eta_p$  сети соответственно. Векторы  $T_{\pi}$  и  $T_{\eta}$  имеют размеры  $\mu$  и  $\phi$  соответственно. Ковариантный характер тензора задержек  $T$  обуславливает следующий закон координатного преобразования:

$$T_v = A \cdot T_{\pi}, \quad (16)$$

где  $A$  – матрица ковариантного преобразования размера  $n \times n$ , связанная с матрицей  $C$  условием ортогональности  $CA^t = I$ ;  $I$  – единичная матрица размерности  $n \times n$ ,  $[.]^t$  – операция транспонирования.

Выражение (11), полученное для СК ветвей, в соответствии с постулатом второго обобщения Г. Крона сохраняет свой вид неизменным и в СК контуров и узловых пар:

$$\Lambda_{\pi} = G_{\pi} \cdot T_{\pi}. \quad (17)$$

Тогда согласно обратному тензорному признаку тензор  $G$  представляет собой дважды контравариантный метрический тензор, проекции которого при смене координатной системы его рассмотрения преобразуются следующим образом:

$$G_{\pi} = A^t G_v A, \quad (18)$$

где  $G_{\pi}$  – проекция тензора  $G$  в системе координат контуров и узловых пар.

Выражения (6)-(18) составляют основу тензорной модели ТКС, представленной в СК контуров и узловых пар, в рамках которой имеет место следующая алгебраическая диаграмма (рис. 3).

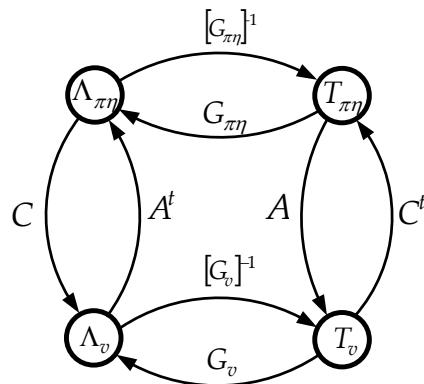


Рис. 3. Фрагмент алгебраической диаграммы тензорной модели ТКС, представленной в СК контуров и узловых пар

### III. Формализация условий обеспечения качества обслуживания одновременно по множеству разнородных показателей

Рассмотрим в рамках тензорной модели (6)-(18) задачу вывода условий обеспечения качества обслуживания в ТКС. В качестве исходных данных выступают:

- 1) исходная структура ТКС, что позволяет сформировать матрицы координатного преобразования  $A$  и  $C$ ;
- 2) пропускные способности каналов связи и размеры буферной емкости на узлах сети, модели самого трафика и процесса его обслуживания, которые определяют содержание матриц проекций метрического тензора в СК ветвей (12);
- 3) направление передачи трафика с указанием истока и стока в сети;
- 4) численные значения основных показателей качества обслуживания: требуемая интенсивность трафика  $\lambda^{(mp\delta)}$ , допустимая межконцевая средняя задержка  $\tau_{(don)}$  и вероятность потерь пакетов  $p_{(don)}$ . Условимся, что при нумерации узловых пар сети первый индекс отводится для полюсной пары.

Запишем выражение (17) с учетом (14) и (15) в следующем виде

$$\begin{vmatrix} \Lambda_\pi \\ \Lambda_\eta \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} G_{\pi\eta}^{(1)} & | & G_{\pi\eta}^{(2)} \\ G_{\pi\eta}^{(3)} & | & G_{\pi\eta}^{(4)} \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} T_\pi \\ T_\eta \end{vmatrix}, \quad (19)$$

где  $\begin{vmatrix} G_{\pi\eta}^{(1)} & | & G_{\pi\eta}^{(2)} \\ G_{\pi\eta}^{(3)} & + & G_{\pi\eta}^{(4)} \end{vmatrix} = G_{\pi\eta}$ , причем  $G_{\pi\eta}^{(1)}, G_{\pi\eta}^{(4)}$  – квадратные подматрицы размера  $\mu \times \mu$  и  $\phi \times \phi$  соответственно,  $G_{\pi\eta}^{(2)}$  – подматрица размера  $\mu \times \phi$ ,  $G_{\pi\eta}^{(3)}$  – подматрица размера  $\phi \times \mu$ .

Исходя из физического смысла компонентов  $T_\pi$ , потребуем выполнения следующего условия

$$T_\pi = 0, \quad (20)$$

что гарантирует отсутствие петель в маршрутах и одинаковую среднюю задержку пакетов вдоль каждого из них.

Тогда из выражения (19) согласно (20) имеет место соотношение

$$\Lambda_\eta = G_{\pi\eta}^{(4)} T_\eta. \quad (21)$$

Представим векторы  $\Lambda_\eta$  и  $T_\eta$  из (21) в следующем виде

$$\Lambda_\eta = \begin{vmatrix} \lambda_{(\eta)}^1 \\ \vdots \\ \lambda_{(\eta)}^p \\ \vdots \\ \lambda_\eta^\phi \end{vmatrix}, \quad \Lambda_{\eta-1} = \begin{vmatrix} \lambda_\eta^2 \\ \vdots \\ \lambda_\eta^p \\ \vdots \\ \lambda_\eta^\phi \end{vmatrix}, \quad T_\eta = \begin{vmatrix} \tau_1^{(\eta)} \\ \vdots \\ T_{\eta-1} \end{vmatrix}, \quad T_{\eta-1} = \begin{vmatrix} \tau_2^\eta \\ \vdots \\ \tau_p^\eta \\ \vdots \\ \tau_\phi^\eta \end{vmatrix}. \quad (22)$$

При этом координаты вектора  $\Lambda_\eta$  указывают на интенсивность трафика между опорным узлом сети и другими, неопорными узлами данной пары. Для транзитных узлов, не являющихся конечными адресатами, координаты подвектора  $\Lambda_{\eta-1}$  (22), т.е. величины  $\lambda_\eta^j$ , должны определяться для каждого отдельно взятого неопорного  $j$ -го узла суммарную по всем его интерфейсам интенсивность потерь пакетов. Для узла-получателя одна из координат (как правило, первая) вектора  $\Lambda_\eta$  определяет интенсивность обслуженного сетью трафика

$$\lambda_{(\eta)}^1 = \lambda^{\langle mp\delta \rangle} - \lambda^{\langle nom \rangle}, \quad (23)$$

где

$$\lambda^{\langle nom \rangle} = \sum_{j=2}^{\phi} \lambda_\eta^j \quad (24)$$

– суммарная интенсивность потерянных на всех интерфейсах маршрутизаторов ТКС пакетов в сети.

Применимально к модели маршрутизации, представленной выражениями (1)-(5), для узла  $u_i$  интенсивность потерянных пакетов рассчитывается согласно формуле

$$\lambda_i^i = \sum_{j=1}^{R_i} \sum_{k \in K} \lambda_k^{\langle mp\delta \rangle} x_{(i,j)}^k p_{(i,j)}^k,$$

где  $R_i$  – общее число выходных интерфейсов на маршрутизирующем узле  $u_i$ .

Тогда условие обеспечения качества обслуживания по показателю надежности доставки пакетов имеет вид

$$\sum_{j=2}^{\phi} \lambda_{\eta}^j \leq \lambda^{\langle mpr \rangle} p_{\langle don \rangle}. \quad (25)$$

По условиям задачи также частично известны компоненты вектора  $T_{\eta}$ : первая координата  $\tau_1^{(\eta)}$  определяет результирующую межконцевую среднюю задержку пакетов трафика, которая должна быть не более допустимой, т.е.  $\tau_1^{(\eta)} \leq \tau_{\langle don \rangle}$ . При этом остальные элементы вектора  $T_{\eta}$  являются неизвестными.

Тогда выражение (21) с учетом (22) может быть преобразовано к виду

$$\begin{vmatrix} \lambda_{(\eta)}^1 \\ \vdots \\ \Lambda_{\eta-1} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} G_{\eta}^{(4,1)} & | & G_{\eta}^{(4,2)} \\ \vdots & + & \vdots \\ G_{\eta}^{(4,3)} & | & G_{\eta}^{(4,4)} \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \tau_1^{(\eta)} \\ \vdots \\ T_{\eta-1} \end{vmatrix}, \quad (26)$$

где  $\begin{vmatrix} G_{\eta}^{(4,1)} & | & G_{\eta}^{(4,2)} \\ \vdots & + & \vdots \\ G_{\eta}^{(4,3)} & | & G_{\eta}^{(4,4)} \end{vmatrix} = G_{\eta}^{(4)}$ , причем  $G_{\eta}^{(4,1)}$  – первый элемент матрицы  $G_{\eta}^{(4)}$ .

Согласно выражению (26) имеют место следующие равенства:

$$\lambda_{(\eta)}^1 = G_{\eta}^{(4,1)} \tau_1^{(\eta)} + G_{\eta}^{(4,2)} T_{\eta-1}; \quad (27)$$

$$\Lambda_{\eta-1} = G_{\eta}^{(4,3)} \tau_1^{(\eta)} + G_{\eta}^{(4,4)} T_{\eta-1}. \quad (28)$$

Рассчитав из уравнения (28) вектор  $T_{\eta-1}$

$$T_{\eta-1} = \left[ G_{\eta}^{(4,4)} \right]^{-1} \left( \Lambda_{\eta-1} - G_{\eta}^{(4,3)} \tau_1^{(\eta)} \right) \quad (29)$$

и подставив его в уравнение (27), получаем

$$\lambda_{(\eta)}^1 = G_{\eta}^{(4,1)} \tau_1^{(\eta)} + G_{\eta}^{(4,2)} \left[ G_{\eta}^{(4,4)} \right]^{-1} \left( \Lambda_{\eta-1} - G_{\eta}^{(4,3)} \tau_1^{(\eta)} \right). \quad (30)$$

Тогда с учетом условий (23) и (25), а также требования  $\tau_1^{(\eta)} \leq \tau_{\langle don \rangle}$ , получаем следующее неравенство

$$\lambda^{\langle mpr \rangle} (1 - p_{\langle don \rangle}) \leq G_{\eta}^{(4,2)} \left[ G_{\eta}^{(4,4)} \right]^{-1} \Lambda_{\eta-1} + \left( G_{\eta}^{(4,1)} - G_{\eta}^{(4,2)} \left[ G_{\eta}^{(4,4)} \right]^{-1} G_{\eta}^{(4,3)} \right) \tau_{\langle don \rangle}. \quad (31)$$

Неравенство (31) совместно с выражением (25) являются искомыми условиями обеспечения качества обслуживания по разнородным показателям – скоростным ( $\lambda^{\langle mpr \rangle}$ ), временными ( $\tau_{\langle don \rangle}$ ) и показателям надежности ( $p_{\langle don \rangle}$ ). Кроме того, требование относительно равенства нулю контурных задержек (20) обеспечивает минимальную и равную для всех рассчитываемых путей среднюю задержку пакетов [7, 16], что способствует минимизации джиттера задержки, обусловленного реализацией многопутевой стратегии маршрутизации.

Условие (31) является более общим по сравнению с ранее известными QoS-условиями, полученными с помощью тензорного подхода [11, 16, 21-24]. Действительно, если принять гипотезу, что потери пакетов на транзитных маршрутизаторах ТКС отсутствуют ( $\Lambda_{\eta-1} = 0$ ), а следовательно межконцевая вероятность потерь пакетов равна нулю ( $p_{(\text{丢包})} = 0$ ), то имеет место равенство  $\lambda_{(\eta)}^1 = \lambda^{(mp\delta)}$ , а условие (31) принимает ранее известную форму [11, 16, 21-24]:

$$\lambda^{(mp\delta)} \leq \left( G_{\eta}^{(4,1)} - G_{\eta}^{(4,2)} [G_{\eta}^{(4,4)}]^{-1} G_{\eta}^{(4,3)} \right) \tau_{(\text{丢包})}. \quad (32)$$

#### IV. Пример решения задачи маршрутизации в рамках предложенной модели

В ходе анализа маршрутных решений важную роль играет выбор критерия оптимальности получаемых решений. Ввиду того, что все QoS-требования введены в предлагаемую модель на уровне формализации условий-ограничений (25) и (31), целесообразно чтобы критерий оптимальности был связан с эффективностью использования доступных сетевых ресурсов, например, пропускной способности каналов связи. Тогда одной из формой искомого критерия может выступать условие

$$\min_x \sum_{(i,j) \in V} a_{(i,j)} \lambda_{(i,j)}, \quad (33)$$

где  $a_{(i,j)}$  – метрика канала связи  $(i,j)$ .

Подобная постановка оптимизационной задачи с критерием (33) и ограничениями (1)-(5), (20), (25) и (31) характерна для класса задач нелинейного программирования ввиду нелинейности большинства условий, например, (1) или (31).

В качестве примера рассмотрим структуру ТКС (рис. 4), для которой проведена предварительная геометризация (рис. 2).

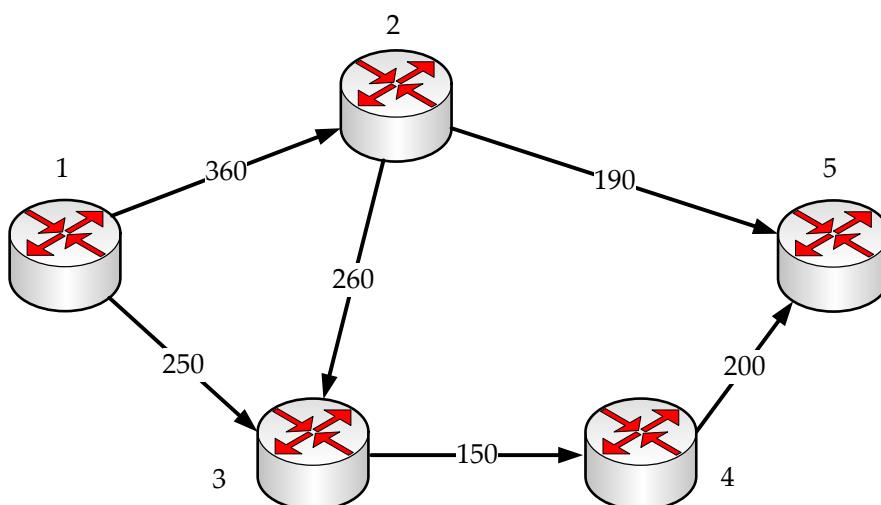


Рис. 4. Исходная структура ТКС и пропускные способности ее каналов связи

В разрывах каналов связи указаны их пропускные способности (1/с). Необходимо обеспечить передачу пакетов трафика между первым и пятым маршрутизаторами при соблюдении следующих QoS-требований:  $\lambda^{(mpb)} = 300$  1/с,  $\tau_{(don)} = 53$  мс и  $p_{(don)} = 0,03$  при условии, что емкость буфера на каждом из интерфейсов маршрутизаторов сети составляет 14 пакетов ( $N = 15$ ). Результаты решения задачи с помощью модели (1)-(33) представлены на рис. 5, на котором в разрывах каналов связи указаны (сверху вниз) интенсивность протекающего в них трафика и средняя задержка пакетов (мс). Интенсивности потерянных пакетов на интерфейсах маршрутизаторов показаны прерывистой линией.

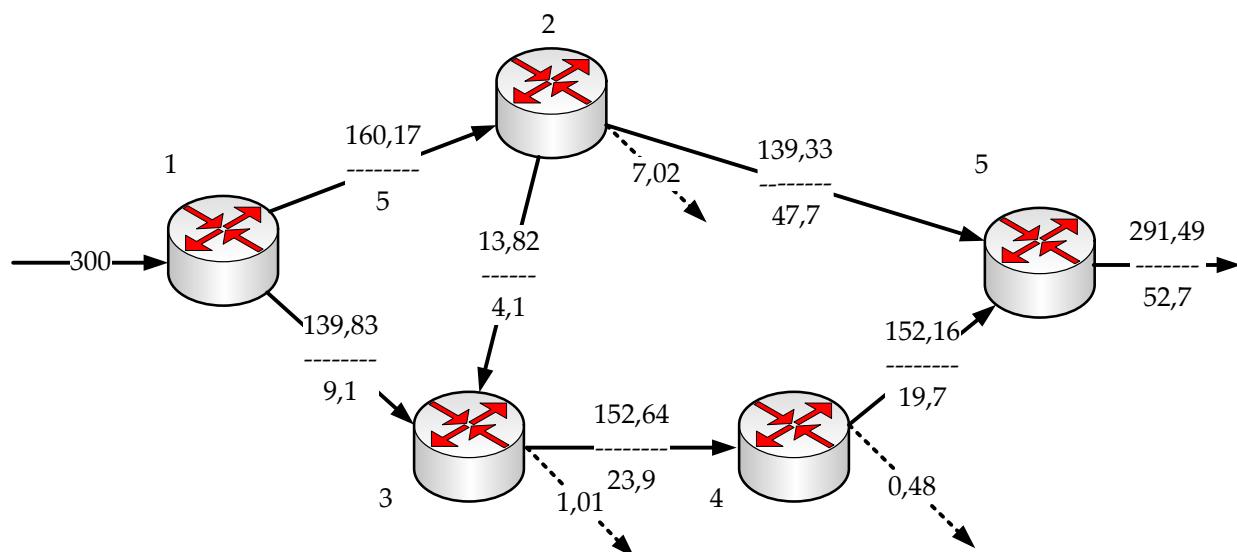


Рис. 4. Результирующий порядок маршрутизации пакетов в сети

В результате полученного распределения трафика в ТКС рассчитано три пути: 1-2-5; 1-2-3-4-5; 1-3-4-5 (по номерам маршрутизаторов). Вдоль каждого из путей средняя задержка пакетов была одинаковой и составляла 52,7 мс. Рассчитав суммарные потери на маршрутизаторах ТКС (рис. 4), можно утверждать, что вероятность потерять пакетов в сети в целом составила 0,0284. Таким образом, все требования относительно обеспечения заданных численных значений разнородных QoS-показателей выполнены.

## Выводы

В статье предложена потоковая модель многопутевой маршрутизации с гарантиями качества обслуживания. Новизна модели состоит, во-первых, в переходе к обновленной версии условий сохранения потока (1), учитывающих возможные потери пакетов, вызванные переполнением буфера очереди на маршрутизаторах ТКС. Во-вторых, учет подобных потерь повлек пересмотр ограничений, связанных с обеспечением качества обслуживания. Благодаря тензорной формализации модели ТКС

удалось получить в аналитическом виде условия обеспечения качества обслуживания одновременно по множеству разнородных показателей – скорости передачи, средней задержке и вероятности потерь пакетов. Кроме того, в рамках предложенного решения, как и в большинстве ранее известных тензорных моделях [21-24], обеспечивается минимальная и равная для всех рассчитываемых путей средняя задержка пакетов, что способствует минимизации джиттера пакетов, обусловленного реализацией многопутевой стратегии маршрутизации.

Работа модели продемонстрирована на численном примере, когда процесс обслуживания пакетов на интерфейсах моделировался СМО  $M/M/1/N$ . Результаты расчета подтвердили эффективность модели с точки зрения реализации многопутевой маршрутизации с поддержкой функций качества обслуживания. Важно отметить, что полученные условия обеспечения качества обслуживания (31) по своей форме являются инвариантными и не зависят от используемых моделей трафика и обслуживания пакетов на интерфейсах маршрутизаторов ТКС. Изменение модели обслуживания пакетов повлечет лишь модификацию метрики (12), вводимой при геометризации сети.

### Список литературы:

1. Остерлох Х. Маршрутизация в IP-сетях. Принципы, протоколы, настройка. – С.Пб.: BHV-С.Пб., 2002. – 512 с.
2. Medhi D., Ramasamy K. Network routing: algorithms, protocols, and architectures. Morgan Kaufmann, 2007. – 788 р.
3. Вегенша Ш. Качество обслуживания в сетях IP: Пер. с англ. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2003. – 386 с.
4. Recommendation ITU-T Y.1541. Network performance objectives for IP-based services. – Geneva: ITU-T, 2012. – 57 р.
5. Евсеева О.Ю. Обзор технологических и теоретических решений в области маршрутизации на основе качества обслуживания [Электронний ресурс] / О.Ю. Евсеева, С.В. Гаркуша // Проблеми телекомуникацій. – 2012. – № 3 (8). – С. 24 – 46. – Режим доступу до журн.: [http://pt.journal.kh.ua/2012/3/1/123\\_evseeva\\_review.pdf](http://pt.journal.kh.ua/2012/3/1/123_evseeva_review.pdf).
6. Поповский В.В., Лемешко А.В., Мельникова Л.И., Андрушко Д.В. Обзор и сравнительный анализ основных моделей и алгоритмов многопутевой маршрутизации в мультисервисных телекоммуникационных сетях // Прикладная радиоэлектроника. - 2005. - Том.4. - Вып. № 4. - С. 372-382.
7. Лемешко О.В., Дробот О.А., Симоненко Д.В. Результати порівняльного аналізу потокових моделей маршрутизації в телекомуникаційних мережах // Збірник наукових праць Харківського університету Повітряних Сил. Вип. 1(13), 2007. – С. 66-69.
8. Seok Yo., Lee Yo., Choi Ya. Dynamic constrained multipath routing for MPLS networks // Proc. of IEEE ICCCN. Scottsdale. – 2001. – Vol.2., №1. – P. 348-353.
9. Вишневский В.М. Теоретические основы проектирования компьютерных систем. – М.: Техносфера, 2003. – 512 с.
10. Gallager R.G. A minimum delay routing algorithm using distributed computation // IEEE Trans. on communications. – 1975. – Vol. 25, №1. – P.73-85.

11. Лемешко А.В., Дробот О.А. Модель многопутевой QoS-маршрутизации в мультисервисной телекоммуникационной сети // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. – 2006. – Вып. 144. – С. 16-22.
12. Корзун Д.Ж., Гуртов А.В. Использование линейных диофантовых уравнений для моделирования маршрутизации в самоорганизующихся сетях // Электросвязь. – 2006. – № 6. – С.34-38
13. Segall A. The modeling of adaptive routing in data-communications networks // IEEE Trans. on communications. – 1975. – Vol. 25. №1. – P. 85-95.
14. Лемешко А.В. Динамическая модель балансировки буферных и канальных ресурсов транспортной сети телекоммуникационной системы [Электронный ресурс] / А.В. Лемешко, Д.В. Симоненко // Проблеми телекомунікацій. – 2010. – № 2 (2). – С. 42 – 49. – Режим доступа.: [http://pt.journal.kh.ua/2010/2/2/102\\_lemeshko\\_dynamic.pdf](http://pt.journal.kh.ua/2010/2/2/102_lemeshko_dynamic.pdf).
15. Поповский В.В., Лемешко А.В., Евсевея О.Ю. Динамическое управление ресурсами ТКС: математические модели в пространстве состояний // Наукові записки УНДІЗ. – 2009. – №1(9). – С. 3-26.
16. Лемешко А.В. Тензорная модель многопутевой маршрутизации агрегированных потоков с резервированием сетевых ресурсов, представленная в пространстве с кривизной // Праці УНДІРТ. Випуск №4 (40). – Одеса: Видання УНДІРТ, 2004. – С. 12-18.
17. Лемешко А.В., Евсевея О.Ю. Тензорная геометризация структурно-функционального представления телекоммуникационной системы в базисе межполюсных путей и внутренних разрезов // Наукові записки УНДІЗ. – Вип. 1(13). – 2010. – С. 14-26.
18. Alkahtani A., Woodward M., Al-Begain K. An Overview of QoS Routing in Communication Networks // 4<sup>th</sup> conference PGNet, 16 – 17 June 2003: proceedings of the conference. – P. 236–244.
19. Lee G. M. A survey of multipath routing for traffic engineering // Lecture Notes in Computer Science (LNCS). – Springer-Verlag, 2005. – Vol. 3391. – P. 264 – 274.
20. Барсков А. Cisco и SDN // Журнал сетевых решений/LAN. – 2013. – № 02. – Режим доступа: <http://www.osp.ru/lan/2013/02/13033667>.
21. Lemeshko A. V. Probabilistic-Temporal Model of QoS-Routing with Precomputation of Routes under the Terms of Non-Ideal Reliability of Telecommunication Network // Telecommunications and Radio Engineering. – Vol. 66, Issue 13. – 2007. – P. 1151-1166.
22. Евсевея О.Ю. Тензорная модель гарантированного обеспечения нормированных показателей качества обслуживания в ТКС // Наукові записки УНДІЗ. – 2008. – 3(5). – С. 71-81.
23. Лемешко А.В. Обеспечение гарантированного качества обслуживания при решении задач управления трафиком в инфокоммуникационных сетях военного назначения / А.В. Лемешко, Ю.Н. Добрышкин, К.С. Васюта // Збірник наукових праць ХУ ПС. – Х.: ХУ ПС. – Вип. 1(4). – 2009. – С. 130-136.
24. Дробот О.А. Комплексная модель обеспечения гарантированного качества обслуживания с реализацией динамических стратегий распределения сетевых ресурсов // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. – 2007. – Вып. 148. – С.43 – 54.
25. Крон Г. Тензорный анализ сетей. – М.: Сов. радио, 1978. – 719 с.