УДК 681.2.089

ИССЛЕДОВАНИЕ ПОГРЕШНОСТЕЙ ИДЕНТИФИКАЦИИ ПЕРЕХОДНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК СРЕДСТВ ИЗМЕРИТЕЛЬНОЙ ТЕХНИКИ МЕТОДОМ МОМЕНТОВ

Захаров И.П., кафедра метрологии и измерительной техники Харьковского национального университета радиоэлектроники, г. Харьков

Сергиенко М.П., кафедра метрологии и измерительной техники Харьковского национального университета радиоэлектроники, г. Харьков

Метод моментов является одним из распространенных методов идентификации переходных характеристик (ПХ) средств измерительной техники (СИТ), однако в работах, посвященных этому методу [1-4] практически не рассмотрен вопрос его точности. Целью настоящего доклада является исследование систематической и случайной составляющих погрешности идентификации ПХ методом моментов и их минимизация.

Метод моментов заключается в описании динамических свойств СИТ ограниченным числом (обычно не более трех) начальных моментов α_j нормированной переходной характеристики $h(t)$

$$\alpha_j = \int_0^\infty t^{j-1}\left[1-h(t)\right]dt. \quad (1)$$

В результате обработки экспериментально полученной ПХ СИТ по формуле (1) находят числовые значения начальных моментов, посредством которых можно определить оценки параметров ПХ в зависимости от выбора аппроксимирующей ее модели.

Для наиболее распространенных апериодических СИТ переходная характеристика описывается выражением

$$h(t) = \begin{cases} 0, \ t<0; \\ 1-\sum_{m=1}^{M} A_m \exp\left(-\frac{t}{\tau_m}\right), \ t \ge 0, \end{cases} \quad (2)$$

где A_m, τ_m - амплитуды и постоянные времени ПХ СИТ: для каждой определенной модели ПХ амплитуды можно выразить через постоянные времени.

С учетом этого выражения начальные моменты ПХ могут быть определены как

$$\alpha_j = \sum_{m=1}^{M} A_m \int_0^\infty t^{j-1} \exp\left(-\frac{t}{\tau_m}\right) dt. \quad (3)$$

Поскольку $\int_0^\infty t^{j-1} \exp\left(-\frac{t}{\tau_m}\right) dt = \tau_m^j (j-1)!$, то

$$\alpha_J = (j-1)! \sum_{m=1}^{M} A_m \tau_m^j. \quad (4)$$

Идентификация заключается в нахождении постоянных времени, посредством которых описывается ПХ СИТ

$$\tau_m = f_m(\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m), \quad (5)$$

где функция f_m определяется моделью ПХ.

Формулы для определения начальных моментов и постоянных времени апериодических СИТ с разными передаточными функциями (не выше второго порядка) приведены в табл.1 [4].

Таблица 1 – Расчет постоянных времени апериодических СИТ

Передаточная функция $H(s)$	Переходная характеристика $h(t)$	Начальные моменты α_j	Постоянные времени τ_m
$\frac{1}{\tau s+1}$	$1-e^{-\frac{t}{\tau}}$	$\tau^j (j-1)!$	$\tau=\alpha_1$
$\frac{1}{(\tau_1 s+1)(\tau_2 s+1)}$	$1-\frac{\tau_1}{\tau_1-\tau_2}e^{-\frac{t}{\tau_1}}-\frac{\tau_2}{\tau_2-\tau_1}e^{-\frac{t}{\tau_2}}$	$\frac{(j-1)!}{\tau_1-\tau_2}\left(\tau_1^{j+1}-\tau_2^{j+1}\right)$	$\tau_{1,2}=\frac{\alpha_1\pm\sqrt{4\alpha_2-3\alpha_1^2}}{2}$
$\frac{1}{(\tau s+1)^2}$	$1-\left(1+\frac{t}{\tau}\right)e^{-\frac{t}{\tau}}$	$(j-1)!\tau_j(j+1)$	$\tau=\frac{\alpha_1}{2}$
$\frac{\tau_3 s+1}{(\tau_1 s+1)(\tau_2 s+1)}$	$1-\frac{\tau_1-\tau_3}{\tau_1-\tau_2}e^{-\frac{t}{\tau_1}}-\frac{\tau_2-\tau_3}{\tau_2-\tau_1}e^{-\frac{t}{\tau_2}}$	$\frac{(j-1)!}{\tau_1-\tau_2}\left[(\tau_1-\tau_3)\tau_1^j-(\tau_2-\tau_3)\tau_2^j\right]$	$\tau_{1,2}=\frac{1}{4(\alpha_2-\alpha_1^2)}\left[\alpha_3-2\alpha_1\alpha_2\pm\right.$ $\pm(\alpha_3^2-12\alpha_1\alpha_2\alpha_3-12\alpha_1^2\alpha_2^2+$ $\left.+16\alpha_2^3+8\alpha_1^3\alpha_3)^{\frac{1}{2}}\right]$; $\tau_3=\frac{\alpha_3-4\alpha_1\alpha_2+2\alpha_1^3}{2(\alpha_2-\alpha_1^2)}$
$\frac{\tau_2 s+1}{(\tau_1 s+1)^2}$	$1-\left(1+\left(1-\frac{\tau_2}{\tau_1}\right)\frac{t}{\tau_1}\right)e^{-\frac{t}{\tau_1}}$	$\tau_1^j(j-1)!\left[1+j\left(1-\frac{\tau_2}{\tau 1}\right)\right]$	$\tau_1=\alpha_1\pm\sqrt{\alpha_1^2-\alpha_2}$; $\tau_2=\alpha_1\pm2\sqrt{\alpha_1^2-\alpha_2}$

Обычно для реализации (1) применяют формулы численного интегрирования, поскольку измерение ПХ осуществляется стандартными АЦП методом дискретизации по времени.

Погрешность идентификации ПХ СИТ содержит систематическую и случайную составляющие.

Систематическая погрешность идентификации ПХ СИТ вызвана следующими причинами:

- ограничением времени измерения;
- применением при вычислении начальных моментов по дискретным значениям ПХ алгоритмов численного интегрирования.

Исследования систематической составляющей погрешности идентификации ПХ СИТ, аппроксимируемых ПХ апериодических звеньев первого и второго порядков, показали, что при правильном выборе времени измерения возможно получение минимальных значений систематической погрешности (в ряде случаев можно добиться полного ее отсутствия). При этом имеет значение выбор формулы численного интегрирования, поскольку для различных аппроксимирующих функций при использовании некоторых формул численного интегрирования метод моментов недейственен (исследования были проведены для трех формул прямоугольников и формулы трапеций).

Таким образом, можно улучшить результат измерения постоянных времени, если по их предварительно определенным значениям подобрать оптимальное значение времени измерения и провести повторное измерение.

Случайная составляющая погрешности идентификации ПХ СИТ вызвана наличием аддитивного шума в испытательном сигнале, а также шумом квантования АЦП.

Исследование этой составляющей погрешности заключается в определении отношения приведенного среднеквадратического отклонения (СКО) постоянной времени $\tilde{\sigma}_{\tau_m} = \dfrac{\sigma_{\tau_m}}{\tau_m}$ к СКО аддитивного шума (СКО ПХ) σ_C.

СКО постоянных времени

$$\sigma_{\tau_m} = \sqrt{\sum_{j=1}^{J} \left(\frac{\partial \tau_m}{\partial \alpha_j} \right)^2 \sigma_{\alpha_j^2}}, \tag{6}$$

где $\sigma_{\alpha_j} = \sqrt{\sum_{i=1}^{N} \left(\dfrac{\partial \alpha_j}{\partial C(i\Delta t)} \right)^2 \sigma_C^2}$ - СКО начальных моментов:

N - количество дискретов;

Δt - период дискретизации ПХ СИТ;

$C(i\Delta t) = 1 - h(i\Delta t)$.

Исследования показали, что отношение $\dfrac{\tilde{\sigma}_{\tau_m}}{\sigma_C}$ различно в зависимости от выбранной формулы численного интегрирования и индивидуально для каждой аппроксимирующей ПХ формулы. Так для апериодического звена первого порядка зависимость отношения $\dfrac{\tilde{\sigma}_{\tau_m}}{\sigma_C}$ линейно возрастает при увеличении количества дискретов. Для СИТ, аппроксимируемых ПХ второго порядка, существуют соотношения между постоянными времени и временем измерения, при которых отношение $\dfrac{\tilde{\sigma}_{\tau_m}}{\sigma_C}$ принимает минимально возможные значения.

Таким образом, в зависимости от цели проведения измерения и требуемой точности его результата, можно минимизировать систематическую или случайную составляющую погрешности идентификации ПХ СИТ. Минимизация осуществляется путем расчета по предварительно измеренной в дискретных точках ПХ постоянных времени в соответствии с табл.1 и подборе необходимого количества дискретов, формулы интегрирования и оптимального времени измерения, после чего проводят повторное измерение и обработку результатов.

Список литературы:

1. Вайсбанд М.Д., Проненко В.И. Техника выполнения метрологических работ. К.: Техніка, 1986. – 168 с.

2. Дехтяренко П.И., Коваленко В.П. Определение характеристик звеньев систем автоматического регулирования. М.: Энергия, 1973. – 120 с.

3. Грановский В.А. Динамические измерения: Основы метрологического обеспечения. – Л.: Энергоатомиздат, 1984. – 220 с.

4. Захаров И.П., Штефан Н.В. Идентификация динамических характеристик апериодических измерительных преобразователей мощности СВЧ// Радиотехника. 1997. Вып. 104. С.47 – 55