

УДК 004.021:519.878

**И. В. Гребенник¹, Л. Н. Ребезюк², Е. Л. Ребезюк³**¹ ХНУРЭ, г. Харьков, Украина, grebennik@kture.kharkov.ua² ХНУРЭ, г. Харьков, Украина, rebezyuk@kture.kharkov.ua³ ХНУРЭ, г. Харьков, Украина, stdep@kture.kharkov.ua

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ СИНТЕЗА ПОМЕХОУСТОЙЧИВЫХ МЕТОДОВ ОДНОМЕРНОГО ПОИСКА

На основе математической модели случайных возмущений и математического описания задачи поиска экстремума унимодальной функции в условиях действия случайных возмущений сформулирована и описана математическая постановка задачи синтеза помехоустойчивых методов одномерного поиска в условиях действия случайных возмущений.

ОДНОМЕРНЫЙ ПОИСК, СЛУЧАЙНЫЕ ВОЗМУЩЕНИЯ, ПОМЕХОУСТОЙЧИВЫЕ МЕТОДЫ, ТОЧКИ ЭКСПЕРИМЕНТОВ, ИНТЕРВАЛ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ, РЕШАЮЩАЯ ФУНКЦИЯ

Введение

При решении задач оптимизации, а также при создании помехоустойчивых преобразователей формы информации компенсационного типа, являющихся неотъемлемой частью любой системы автоматизированного или автоматического управления, возникает необходимость решения задачи поиска в условиях действия случайных возмущений. При этом процесс поиска осуществляется детерминированными методами поиска точки экстремума унимодальной функции.

Классические методы одномерного поиска: дихотомии, золотого сечения не являются помехоустойчивыми и к настоящему времени не создано метода поиска в условиях действия случайных возмущений, накладываемых на процесс поиска.

Кроме этого функционирование в условиях действия случайных возмущений (помех) любой системы автоматизированного или автоматического управления сопровождается сбоями, которые не всегда могут быть обнаружены методами информационной и структурной избыточности.

В этой связи возникает необходимость в особой организации проектирования таких систем, которая смогла бы на этапе их функционирования выявлять не обнаруженные традиционными методами искажения информации под воздействием случайных возмущений. Такая организация проектирования систем и их функционирование предполагает использование специальных методов поиска, подавляющих действие случайных возмущений (помех) определенного вида и корректирующих случайное блуждание точки экстремума унимодальной функции, и вводить наряду с различными видами избыточности программную (процедурную) избыточность.

Таким образом, возникает задача разработки специальных методов поиска точки экстремума унимодальной функции в условиях действия случайных возмущений, накладываемых на процесс поиска, и, прежде всего, описать и сформулировать

математическую постановку задачи синтеза помехоустойчивых методов одномерного поиска в условиях действия случайных возмущений.

При этом необходимо учесть, что принцип алгоритмического подавления случайных возмущений (помех) будет определяться видом возмущения (помехи), накладываемого на искомую точку, принадлежащую отрезку единичной длины.

1. Виды случайных возмущений и их математическое описание

Известно [1], что случайные возмущения, которые в технике обработки и преобразования информации выступают в качестве помех, можно объединить в такие группы: импульсные, флюктуационные и синусоидальные помехи. Кроме того, “по характеру воздействия на полезный сигнал помехи подразделяются на аддитивные и мультипликативные. Подавляющая часть встречающихся на практике помех принадлежит к группе аддитивных помех” [1]. Поэтому в статье в основном будут рассмотрены алгоритмические методы подавления аддитивных помех.

Алгоритмическое подавление помех (подавление, обусловленное специальной процедурой поиска точки x^*) основано на учете особых проявлений помех той или иной группы. Так, при синтезе помехоустойчивых к импульсным помехам алгоритмов использовано то, что для помех этого класса характерно наличие интервалов времени, в которых $\xi(t) = 0$. При синтезе помехоустойчивых к синусоидальным помехам алгоритмов использовано то, что для двух соседних интервалов времени $\xi(t) = -\xi \cdot (t + \Delta t)$.

Для флюктуационных помех так же, как и для импульсных помех, можно выделить такие моменты времени, когда $\xi(t) = 0$, а, следовательно, и для них существуют алгоритмические методы подавления. В дальнейшем, под импульсной помехой будем понимать помеху, для которой существуют такие моменты времени, когда $\xi(t) = 0$.

Известно [2, 3], что случайную импульсную последовательность наиболее полно можно описать длительностью импульса, амплитудой, полярностью импульса и интервалом (паузой) между двумя соседними импульсами. Случайная импульсная последовательность может содержать импульсы с различными амплитудами, длительностями и паузами.

Очевидным является тот факт, что наибольшую неопределенность в результат поиска вносит импульс с наибольшей амплитудой и наибольшей длительностью. Нетрудно также убедиться в том, что чем меньше пауза между импульсами, тем сложнее ее подавлять.

Разделим импульсные случайные последовательности на однополярные и двухполярные. Под однополярной импульсной последовательностью будем понимать последовательность, состоящую либо только из импульсов отрицательной полярности, либо только из импульсов положительной полярности. Каждую последовательность охарактеризуем максимально возможной амплитудой $a_{\max}$, максимально возможной длительностью $I_{\max}$, минимально возможной паузой между двумя соседними импульсами $H_{\min}$.

Выразим $a_{\max}$, $I_{\max}$, $H_{\min}$ через безразмерные величины:

$$\begin{aligned} a &= a_{\max} / h; \\ \ell &= I_{\max} / \Delta t; \\ H &= H_{\min} / \Delta t. \end{aligned}$$

где Δt — длительность шага алгоритма; h — дискретность преобразования интервала $(0, 1)$.

Однополярную последовательность с параметрами a, ℓ, H обозначим — $A_1(a, \ell, H)$; двухполярную последовательность обозначим — $A_2(a, \ell, H)$.

2. Особенности одномерного поиска в условиях действия случайных возмущений

Обнаружить импульсную помеху можно путем сопоставления результатов экспериментов на соседних шагах поиска. Действительно, если $\ell = 1$, $H \uparrow 0$, то выполняя эксперименты на двух соседних шагах поиска в одних и тех же точках, получим следующие исходы:

$$\begin{aligned} \text{а) } f_j(x_{\gamma_1}^j) &= \max_{\rho=1, k} \{f_j(x_{\rho}^j)\}; \\ f_{j+1}(x_{\gamma_1}^{j+1}) &= \max_{\rho=1, k} \{f_{j+1}(x_{\rho}^{j+1})\}; \\ \gamma_1 &= \overline{1, k}; j = \overline{1, i-1}; x_{\rho}^j = x_{\rho}^{j+1}; x_{\gamma_1}^j = x_{\gamma_1}^{j+1}; \\ \text{б) } f_j(x_{\gamma_1}^j) &= \max_{\rho=1, k} \{f_j(x_{\rho}^j)\}; \\ f_{j+1}(x_{\gamma_2}^{j+1}) &= \max_{\rho=1, k} \{f_{j+1}(x_{\rho}^{j+1})\}; \\ \gamma_2 &= \overline{1, k}; \gamma_1 \neq \gamma_2; x_{\rho}^j = x_{\rho}^{j+1}. \end{aligned}$$

Исход а) возможен только при отсутствии помехи; исход б) возникает в тех случаях, когда либо на j -м шаге алгоритма, либо на $(j+1)$ -м шаге действовала помеха. Причем, если возникает исход а), то новым интервалом неопределенности относительно x^* будет интервал $[x_{\gamma_1-1}^1, x_{\gamma_1+1}^1]$. Если возникает исход б), то ни интервал $[x_{\gamma_1-1}^1, x_{\gamma_1+1}^1]$, ни интервал $[x_{\gamma_2-1}^{j+1}, x_{\gamma_2+1}^{j+1}]$ не могут быть новыми интервалами неопределенности относительно x^* по той причине, что возникшее противоречие свидетельствует только о действии помехи на одном из соседних шагов алгоритма и не указывает, на каком шаге действовала помеха.

В том случае, когда $\ell > 1$, необходимо сопоставить результаты экспериментов на j -м, $(j+1)$ -м, ..., $(j+\ell)$ -м шагах алгоритма. При совпадении результатов экспериментов необходимо выделить новый интервал неопределенности; при возникновении противоречий — повторить эксперименты.

Нетрудно заметить, что совпадение результатов экспериментов говорит о том, что в интервале времени $(j \cdot \Delta t, (j+\ell+1) \cdot \Delta t)$ отсутствовало случайное возмущение, т.е. $\xi(t) = 0$. Следовательно, алгоритмические методы подавления импульсных помех сводятся к нахождению таких интервалов времени, для которых $\xi(t) = 0$. Этот подход к подавлению импульсных помех называется принципом “повторных сравнений” и реализует подход с использованием многократных сравнений измеряемой и компенсирующей величин в теории преобразования информации [2].

При этом известные классические методы одномерного поиска, такие как метод дихотомии и золотого сечения [4], не используют принцип “повторных сравнений” и поэтому обладают большим быстродействием, но низкой помехоустойчивостью, т.е. устойчивостью к воздействию случайных возмущений.

Если при выборе x_{ρ}^j использовать только принцип “повторных сравнений”, то наряду с возрастанием помехоустойчивости новых методов поиска будет наблюдаться значительное уменьшение их быстродействия [2]. В данной работе рассматриваются помехоустойчивые методы поиска, обладающие оптимальным быстродействием и заданной помехоустойчивостью.

Решающую функцию помехоустойчивых методов поиска строят на основании принципа “пересечения” [5,6] и принципа “повторных сравнений”. В первом случае решение о новом интервале неопределенности принимают без учета предыдущих шагов поиска. Подобная ситуация возникает всегда после выполнения первого шага алгоритма, а также при совершении $(\rho + z_3)$ -го его шага в том случае, когда $z_3 < \ell$ (действие помехи не окончено),

где $(\rho + z_3) \leq i$. Во втором случае решение о новом интервале неопределенности принимают с учетом предыдущих шагов поиска (действие помехи окончено). Решающую функцию в первом случае обозначим совокупностью символов d_j^1 , а во втором случае — совокупностью d_j^2 .

3. Математическая постановка задачи синтеза помехоустойчивых методов одномерного поиска

В рамках введенных понятий, принципа “пересечения” [6], минимаксного критерия оптимальности и основных положений теории поиска [7,8] задачу синтеза помехоустойчивых к $A_v(a, \ell, H)$ -последовательности ($v=1,2$) методов поиска x^* сформулируем в таком виде.

Дан класс F таких унимодальных функций одной переменной, для которых

$$f: I \rightarrow R, I \in [0,1], f(x^*) = \max_x \{f(x)\}; x^* \in [0,1].$$

Точка x^* (ее координата) в процессе поиска не меняет своего местоположения, на процесс поиска накладывается только $A_v(a, \ell, H)$ -последовательность.

Поиск x^* осуществляется методом, состоящим из i шагов и формирующим одновременно k точек экспериментов. Эксперимент на j -м шаге алгоритма описывается разбиением $[\tilde{x}_{q_{(j-1)}-1}^{j-1}, \tilde{x}_{q_{(j-1)}+1}^{j-1}]$ на k новых полуоткрытых интервалов:

$$A_j = \left\{ [\tilde{x}_{q_{(j-1)}-1}^{j-1}, x_2^1], [x_1^j, x_3^j], \dots, [x_{k-1}^j, \tilde{x}_{q_{(j-1)}+1}^{j-1}] \right\},$$

где $x^* \in [\tilde{x}_{q_{(j-1)}-1}^{j-1}, \tilde{x}_{q_{(j-1)}+1}^{j-1}]$, и заключаются первоначально в наблюдении (вычислении или формулировании) $f(x_{q_1}^j)$, где $q_1 = \overline{1, k}$, $(x_{q_1}^j - q_1)$ -я точка эксперимента на j -м шаге метода поиска; $x_{q_1}^j \in [\tilde{x}_{q_{(j-1)}-1}^{j-1}, \tilde{x}_{q_{(j-1)}+1}^{j-1}]$, а затем в нахождении $f_j(x_{q_1}^j) = \max_{q_1} \{f_j(x_{q_1}^j)\}$.

Множеством значений экспериментов, свободных от ошибок, является множество $z = \{1, 2, \dots, k\}$, элементы которого формируются согласно правилу:

$$\exists A_j[f(x), k] = q: \Leftrightarrow f_j(x_{q_1}^j) = \max_{\rho} \{f_j(x_{\rho}^j)\},$$

где $q \in z$; $\exists A_j[f(x), k]$ — условная запись элемента q множества z , заданного на разбиении A_j , которое в свою очередь зависит от функции f и количества одновременно формируемых точек эксперимента k .

Под действием импульсных помех вместо $\exists A_j$ будем наблюдать случайные величины:

$$Y A_j[f(x), A_v(a, \ell, H), h] = Y_j \in \psi = \{1, 2, \dots, k\}.$$

Решающие функции d_j^1 и d_j^2 формируют интервал неопределенности относительно x^*

соответственно на j -м и $(j - \ell - 1)$ -м шагах алгоритма:

$$d_j^1: Y_j \rightarrow A_j, [x_{q_{j-1}}^j, x_{q_{j+1}}^j] \subset [\tilde{x}_{q_{j-1}}^j, \tilde{x}_{q_{j+1}}^j] \subset A_j^1;$$

$$d_j^2: \{Y_{j-\ell-1}, Y_{j-\ell}, \dots, Y_j\} \rightarrow A_{j-\ell-1},$$

где $[\tilde{x}_{q_{j-1}}^j, \tilde{x}_{q_{j+1}}^j]$ — полуоткрытый интервал неопределенности относительно x^* , сформированный на основании Y_j функцией d_j^1 ; d_j^2 — функция, устанавливающая на основании последовательности случайных величин, содержащей $(\ell + 1)$ член, правильность сделанного на $(j - \ell - 1)$ -м шаге метода поиска вывода об интервале неопределенности относительно x^* .

Задача состоит в том, чтобы для любых $i > 1, k \geq 1, \varepsilon > 0$ (ε — минимально допустимое расстояние между точками двух соседних экспериментов), заданных параметров $A_v(a, \ell, H)$ — последовательности, синтезировать помехоустойчивый метод поиска (найти такие d_j^1, d_j^2, A_j, A_j^1), для которого имеет место ε -минимальная стратегия (1):

$$\max_{f \in F} \{\ell_i(f, z_1^*)\} \leq \min_{z_1 \in M_1} \max_{f \in F} \{\ell_i(f, z_1)\} + \varepsilon. \quad (1)$$

Задача синтеза корректирующих методов поиска x^* формулируется в таком виде.

Дан класс F таких унимодальных функций одной переменной, для которых

$$f: I \rightarrow R, I = [0,1]; f(x^*) = \max_x \{f(x)\}, x^* \in [0,1].$$

Случайное блуждание точки x^* описывается параметрами γ_- , γ_+ , другие случайные возмущения отсутствуют. Поиск осуществляется методом, состоящим из i шагов и формирующим одновременно k точек экспериментов. Эксперимент на j -м шаге описывается разбиением A_j и заключается в вычислении либо формировании $f(x_{q_1}^j)$, где $q_1 = \overline{1, k}$, а затем — в нахождении $f(x_{q_1}^j) = \max_{q_1} \{f(x_{q_1}^j)\}$.

Выводы

Алгоритмическое подавление помех, т.е. подавление, обусловленное специальной процедурой поиска точки экстремума унимодальной функции в условиях действия определенных видов случайных возмущений, основано на учете особых проявлений помех той или иной группы.

Анализ видов случайных возмущений и их проявлений позволил математически описать случайные возмущения в виде однополярной и двухполярной последовательностей с параметрами a, ℓ, H .

В рамках теории поиска детерминированными методами рассмотрены особенности общей схемы одномерного поиска точки экстремума унимодальной функции в условиях действия определенных видов случайных возмущений, которые приводят к случайному блужданию точки экстремума. Решающую функцию помехоустойчивых методов

поиска строят на основании принципа “пересечения” и принципа “повторных сравнений”.

На основании принципа “пересечения”, минимаксного критерия оптимальности и основных положений теории поиска приведено описание математической постановки задачи синтеза помехоустойчивых методов одномерного поиска в условиях действия случайных возмущений, которое позволяет разработать методы поиска, обладающие оптимальным быстродействием и заданной помехоустойчивостью.

Список литературы: 1. Кузьмин И. В., Кедров В. А. Основы теории информации и кодирования. — К.: Вища школа, 1977. — 289 с. 2. Алипов Н. В. Об одном подходе к решению задачи синтеза помехоустойчивых алгоритмов аналого-цифрового преобразования // Электронное моделирование. — 1986. — №1, с.25-31. 3. Венскаускас К. К., Малахов Л. М. Импульсные помехи и их воздействие на системы радиосвязи (обзор) // Зарубежная радиоэлектроника. — 1978. — №1. — С. 95-125. 4. Васильев Ф. П. Методы оптимизации. — М.: Факториал пресс, 2002. — 824 с. 5. Алипов Н. В. Принцип “пересечения” и его применение при алгоритмическом синтезе преобразователей информации // Проблемы создания преобразователей информации. Сборник тезисов докладов IV Всесоюзного симпозиума. — Киев, Наукова думка. — 1980. — Ч. 1. — С. 10-12. 6. Гребенник И. В., Ребезюк Л. Н., Ребезюк Е. Л. Математическая модель задачи одномерного поиска в условиях случайных возмущений // Броника интеллекта: научн.-техн. журнал. — Харьков: ХНУРЭ, 2013. — №1 (66). — С. 139-144. 7. Альсведе Р., Вегнер И. Задачи поиска. — М.: Мир, 1982. — 365 с. 8. Уайлд Д. Дж. Методы поиска экстремума: Пер. с англ. — М.: Наука, 1967. — 267 с.

Поступила в редколлегию 12.03.2014

УДК 004.021:519.878

Математична постановка задачі синтезу завадостійких методів одновимірного пошуку / І.В. Гребенник, Л.М. Ребезюк, О.Л. Ребезюк // Біоніка інтелекту: наук.-техн. журнал. — 2014. — № 1 (82). — С. 29–32.

Розглянуті види випадкових збурень та їх проявів, що дозволило математично описати випадкові збурення у вигляді однополярної та двополярної послідовності.

На основі аналізу особливостей загальної схеми одновимірного пошуку точки екстремуму унімодальної функції в умовах дії певних видів випадкових збурень наведено опис математичної постановки задачі синтезу завадостійких методів одновимірного пошуку в умовах дії випадкових збурень, що дозволяє розробити методи пошуку, які мають оптимальну швидкодію та задану завадостійкість.

Бібліогр.: 8 найм.

UDC 004.021:519.878

Mathematical formulation of problem synthesis of noise-proof methods one-dimensional search / I.V. Grebennik, L.M. Rebezyuk, O.L. Rebezyuk // Bionics of Intelligence: Sci. Mag. — 2014. — № 1 (82). — P. 29–32.

The types of random perturbations and their manifestations, which allowed to mathematically describe random perturbations in the form of unipolar and bipolar sequence.

On the basis of analyzing the general scheme of the one-dimensional search of the extremum point unimodal function under the action of certain types of random perturbations describes the mathematical formulation of the problem of synthesis of noiseproof methods one-dimensional search under the action of random perturbations, which allows the development of search methods, which have given the best performance and noise stability.

Ref.: 8 items.