УДК 519.6:514.1

ИНТЕРВАЛЬНОЕ КАСАНИЕ ТОЧЕК ИНТЕРВАЛЬНОГО ПРОСТРАНСТВА $\mathbf{I}_s^3\mathbf{R}$

РОМАНОВА Т.Е., РУДОЙ Д.С.

Вводится понятие интервального касания точек интервального пространства $\mathbf{I}_s^3\mathbf{R}$, необходимое для построения интервальной $\mathbf{\Phi}-$функции пары интервальных точечных множеств пространства $\mathbf{I}_s^3\mathbf{R}$.

Рассмотрим пространство центрированных интервалов $\mathbf{I}_s\mathbf{R}$ [1,2]:

$$\mathbf{I}_s\mathbf{R} = \left\{ \langle X \rangle = \langle x, \nu_x \rangle \middle| x = \frac{a+b}{2}, \nu_x = \frac{b-a}{2},\ \forall a,b \in \mathbf{R}^1 \right\},$$

где x – центр, а ν_x – радиус центрированного интервала $\langle X \rangle \in \mathbf{I_s R}$.

Воспользуемся определениями, приведенными в работах [3-5].

Определение 1. Интервальным расстоянием между точками $\langle X_1 \rangle, \langle X_2 \rangle$ в пространстве $\mathbf{I_s R}$ называется отображение $\boldsymbol{\rho}: \mathbf{I_s^2 R} \to \mathbf{I_s R}$ вида

$$\boldsymbol{\rho}(\langle X_1 \rangle, \langle X_2 \rangle) = \left\langle |x_1 - x_2|, \left|\nu_{x_1} + \nu_{x_2}\right| \right\rangle. \qquad (1)$$

Определение 2. Точки

$$\langle X_1 \rangle = \left\langle x_1, \nu_{x_1} \right\rangle \in \mathbf{I_s R},\ \langle X_2 \rangle = \left\langle x_2, \nu_{x_2} \right\rangle \in \mathbf{I_s R}$$

интервально касаются, если

$$|x_1 - x_2| = \left|\nu_{x_1} + \nu_{x_2}\right| . \qquad (2)$$

Как известно [1], прообраз точки

$$\langle X \rangle \in \mathrm{I_s R} = \left\{ \langle X \rangle \in \mathbf{I_s R} \ \middle|\ \nu_x \geq 0 \right\}$$

в пространстве $\mathbf{R}^1$ есть замкнутый интервал $X = [x - \nu_x, x + \nu_x]$ (рис. 1,а), а прообраз точки

$$\left\langle \overline{X} \right\rangle \in \overline{\mathrm{I_s R}} = \left\{ \langle x, -\nu_x \rangle \in \mathbf{I_s R} \ \middle|\ -\nu_x \leq 0 \right\}$$

в пространстве $\mathbf{R}^1$ есть замыкание дополнения интервала X до всего пространства $\mathbf{R}^1$, т.е. $\overline{X} = cl(\complement X)$, $\overline{X} = C_1 \cup C_2$, где

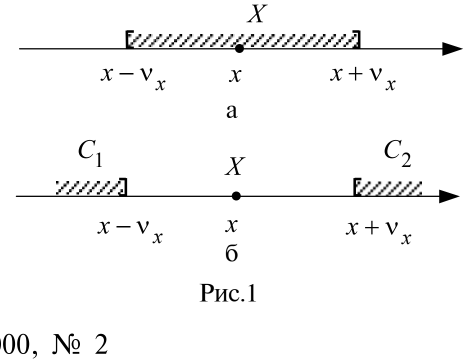

Рис.1

$$C_1 = \left\{ x' \in \mathbf{R}^1 \ \middle|\ x' \leq x - \nu_x \right\},\quad C_2 = \left\{ x' \in \mathbf{R}^1 \ \middle|\ x' \geq x + \nu_x \right\},$$

(рис. 1, б).

Очевидно, что

$$X \cup \overline{X} = \mathbf{R}^1,\quad X \cap \overline{X} = \{x - \nu_x, x + \nu_x\}.$$

В пространстве $\mathbf{R}^1$ прообраз точки $\langle X \rangle = \langle x, 0 \rangle \in \mathrm{I_s R}$ есть замкнутый интервал $X^0 = [x, x]$, т.е. собственно точка $x \in \mathbf{R}^1$; а прообраз $\overline{X}^0$ точки $\left\langle \overline{X} \right\rangle = \langle x, -0 \rangle \in \overline{\mathrm{I_s R}}$ совпадает с пространством $\mathbf{R}^1$, в этом случае

$$X^0 \cap \overline{X}^0 = \{x\};\ X^0 \cup \overline{X}^0 = R^1.$$

Геометрическая интерпретация некоторых случаев интервального касания точек пространства $\mathbf{I}_s\mathbf{R}$ приведена на рис.2:

в случае а – $X_i \cap X_j = \{x_i + \nu_{x_i}\} = \{x_j - \nu_{x_j}\}$,

в случае б – $\overline{X}_i \cap X_j = \{x_i + \nu_{x_i}\} = \{x_j + \nu_{x_j}\}$,

в случае в –

$$\overline{X}_i \cap \overline{X}_j = \{x_j - \nu_{x_j}\} \cup (C_{1i} \cup C_{2j}) = \\ = \{x_i + \nu_{x_i}\} \cup (C_{2j} \cup C_{1i}),$$

в случае г –

$$\overline{X}_i \cap X_j = \{x_j - \nu_{x_j}\} \cup [x_i + \nu_{x_i}, x_j + \nu_{x_j}] = \\ = \{x_i - \nu_{x_i}\} \cup [x_i + \nu_{x_i}, x_j + \nu_{x_j}].$$

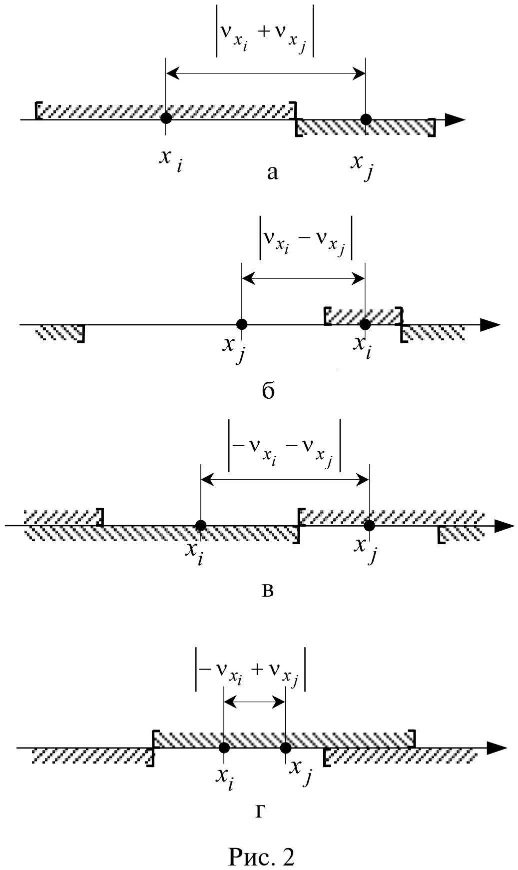

Рис. 2

Заметим, что распространяя понятие интервального касания точек подмножества $I_s R$ на подмножество $\overline{I_s R}$, в общем случае, теряется теоретико-множественный смысл касания замкнутых множеств пространства R^1 как прообразов точек $\langle X \rangle \in \mathbf{I_s R}$ (рис. 2, в, г).

Рассмотрим две произвольные точки Z_1, Z_2 двумерного интервального пространства $\mathbf{I}_s^2\mathbf{R} = \mathbf{I}_s\mathbf{R} \times \mathbf{I}_s\mathbf{R}$ [4]:

$$Z_i = \left(\langle X_i \rangle, \langle Y_i \rangle\right), \ \langle X_i \rangle, \langle Y_i \rangle \in \mathbf{I}_s\mathbf{R},$$

$$\langle X_i \rangle = \left\langle x_i, \nu_{x_i} \right\rangle, \ \langle Y_i \rangle = \left\langle y_i, \nu_{y_i} \right\rangle, \ i = 1,2.$$

Определение 3. Интервальным расстоянием между точками $Z_1, Z_2 \in \mathbf{I}_s^2\mathbf{R}$ называется отображение $\boldsymbol{\rho} : \mathbf{I}_\mathbf{s}^4\mathbf{R} \to \mathbf{I}_\mathbf{s}\mathbf{R}$ вида

$$\boldsymbol{\rho}(Z_1, Z_2) = \sqrt{\rho_x^2\left(\langle X_1 \rangle, \langle X_2 \rangle\right) + \rho_y^2\left(\langle Y_1 \rangle, \langle Y_2 \rangle\right)}, \quad (3)$$

где $\rho_x\left(\langle X_1 \rangle, \langle X_2 \rangle\right)$, $\rho_y\left(\langle Y_1 \rangle, \langle Y_2 \rangle\right)$ – интервальное расстояние между точками $\langle X_1 \rangle$, $\langle X_2 \rangle \in \mathbf{I}_s\mathbf{R}$ и точками $\langle Y_1 \rangle$ $\langle Y_2 \rangle \in \mathbf{I}_s\mathbf{R}$, соответственно.

Определение 4. Точки $Z_1, Z_2 \in \mathbf{I}_s^2\mathbf{R}$ интервально касаются, если выполняется условие:

$$\begin{cases} |x_1 - x_2| = \left|\nu_{x_1} + \nu_{x_2}\right|; \\ |y_1 - y_2| = \left|\nu_{y_1} + \nu_{y_2}\right|. \end{cases} \quad (4)$$

Очевидно, система (4) порождает следующие системы равенств:

$$\begin{cases} x_1 - x_2 = \nu_{x_1} + \nu_{x_2}; \\ y_1 - y_2 = \nu_{y_1} + \nu_{y_2}, \end{cases} \quad (4.1)$$

$$\begin{cases} x_1 - x_2 = -(\nu_{x_1} + \nu_{x_2}); \\ y_1 - y_2 = \nu_{y_1} + \nu_{y_2}, \end{cases} \quad (4.2)$$

$$\begin{cases} x_1 - x_2 = -(\nu_{x_1} + \nu_{x_2}); \\ y_1 - y_2 = -(\nu_{y_1} + \nu_{y_2}), \end{cases} \quad (4.3)$$

$$\begin{cases} x_1 - x_2 = \nu_{x_1} + \nu_{x_2}; \\ y_1 - y_2 = -(\nu_{y_1} + \nu_{y_2}). \end{cases} \quad (4.4)$$

Каждой системе соответствует определенное взаимное положение точек пространства $\mathbf{I}_s^2\mathbf{R}$.

Прообраз $[Z] \in \mathbf{R}^2$ точки $Z = \left(\langle X \rangle, \langle Z \rangle\right) \in \mathbf{I}_\mathbf{s}^2\mathbf{R}$ в пространстве $\mathbf{R}^2$ есть прямое произведение прообразов $X, Y \in \mathbf{R}^1$ точек $\langle X \rangle, \langle Y \rangle \in \mathbf{I_s R}$, т.е. $[Z] = X \times Y$.

Очевидны следующие комбинации принадлежности точек $\langle X \rangle, \langle Y \rangle \in \mathbf{I_s R}$ пространствам $\mathrm{I_s R}$, $\overline{\mathrm{I_s R}}$, а именно: $\langle X \rangle, \langle Y \rangle \in \mathrm{I_s R}$; $\langle X \rangle, \langle Y \rangle \in \overline{\mathrm{I_s R}}$; $\langle X \rangle \in \overline{\mathrm{I_s R}}$, $\langle Y \rangle \in \mathrm{I_s R}$; $\langle X \rangle \in \mathrm{I_s R}$, $\langle Y \rangle \in \overline{\mathrm{I_s R}}$.

Геометрическая интерпретация этих случаев приведена на рис. 3-6.

Если $\langle X \rangle, \langle Y \rangle \in \mathrm{I_s R}$, то прообразом точки $\overline{Z} = \left(\langle \overline{X} \rangle, \langle \overline{Y} \rangle\right) \in \mathbf{I}_\mathbf{s}^2\mathbf{R}$ в пространстве $\mathbf{R}^2$ является множество (рис.3)

$$[Z] = \{(x', y') \in \mathbf{R}^2 \mid (x - \nu_x \le x' \le x + \nu_x) \wedge$$
$$\wedge (y - \nu_y \le y' \le y + \nu_y)\}$$

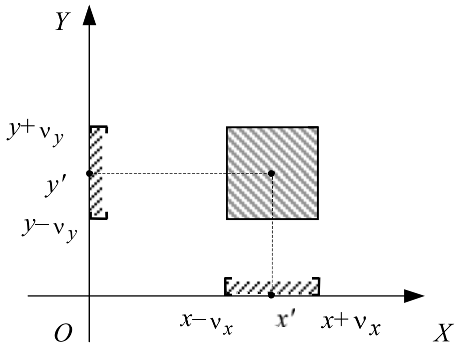

Рис. 3

Если $\langle X \rangle, \langle Y \rangle \in \overline{\mathrm{I_s R}}$, то прообразом точки $Z = \left(\langle X \rangle, \langle Y \rangle\right) \in \mathbf{I}_\mathbf{s}^2\mathbf{R}$ в пространстве $\mathbf{R}^2$ является множество

$$[\overline{Z}] = cl\,\mathrm{C}\,Z = \{(x', y') \in \mathbf{R}^2 \mid$$
$$\left(x' \ge x + \nu_x\right) \wedge \left(y' \ge y + \nu_y\right) \vee$$
$$\vee \ \left(x' \ge x + \nu_x\right) \wedge \left(y' \le y - \nu_y\right) \vee$$
$$\vee \ \left(x' \le x - \nu_x\right) \wedge \left(y' \le y - \nu_y\right) \vee$$
$$\left(x' \le x - \nu_x\right) \wedge \left(y' \ge y + \nu_y\right)\}$$ (рис. 4).

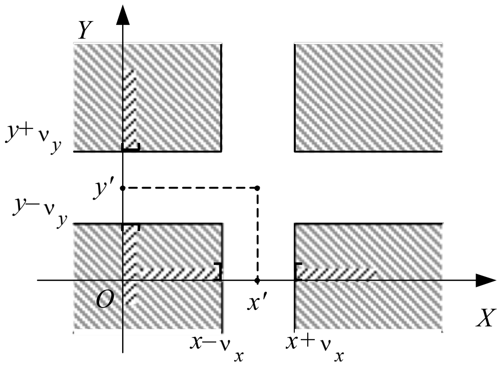

Рис. 4

Если $\langle X \rangle \in \overline{\mathrm{I_s R}}$, $\langle Y \rangle \in \mathrm{I_s R}$, то прообразом точки $Z = \left(\langle X \rangle, \langle Y \rangle\right) \in \mathbf{I}_\mathbf{s}^2\mathbf{R}$ в пространстве $\mathbf{R}^2$ является множество $\left[\overline{Z}\right]_x = C_1 \cup C_2$, где

$$C_1 = \{(x', y') \in \mathbf{R}^2 \mid (x' \le x - \nu_x) \wedge$$
$$\wedge (y - \nu_y \le y' \le y + \nu_y)\},$$

$$C_2 = \{(x', y') \in \mathbf{R}^2 \mid (x' \ge x + \nu_x) \wedge$$
$$\wedge (y - \nu_y \le y' \le y + \nu_y)\}, \text{ (рис. 5); /}$$

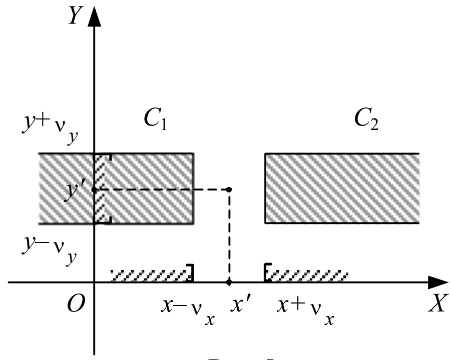

Рис. 5

Если $\langle X \rangle \in \mathrm{I_s R}$, $\langle Y \rangle \in \overline{\mathrm{I_s R}}$, то прообразом точки $Z = (\langle X \rangle, \langle Z \rangle) \in \mathbf{I_s^2 R}$ в пространстве $\mathbf{R}^2$ является множество $[\overline{Z}]_y = C_1 \cup C_2$, где

$$C_1 = \{(x', y') \in \mathbf{R}^2 \mid (x - \nu_x \le x' \le x + \nu_x) \wedge$$
$$\wedge (y' \ge y - \nu_y)\},$$

$$C_2 = \{(x', y') \in \mathbf{R}^2 \mid (x - \nu_x \le x' \le x + \nu_x) \wedge$$
$$\wedge (y' \le y - \nu_y)\}, \text{ (рис. 6).}$$

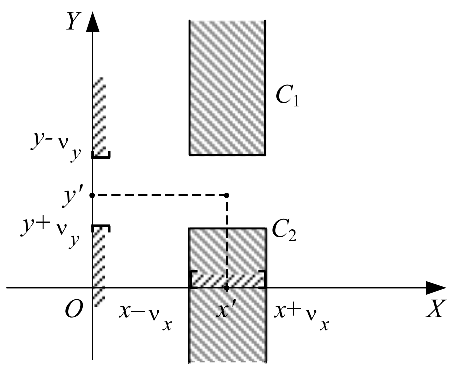

Рис. 6

Получаем десять случаев интервального касания точек в зависимости от их сочетаний:

Z_1, Z_2; $Z_1, \overline{Z}_2$; $\overline{Z}_1, \overline{Z}_2$; $Z_1, (\overline{Z}_2)_x$; $\overline{Z}_1, (\overline{Z}_2)_x$; $Z_1, (\overline{Z}_2)_y$; $\overline{Z}_1, (\overline{Z}_2)_y$; $(\overline{Z}_1)_x, (\overline{Z}_2)_x$; $(\overline{Z}_1)_y, (\overline{Z}_2)_y$; $(\overline{Z}_1)_x, (\overline{Z}_2)_y$.

Иллюстрации некоторых случаев приведены на рис. 7. Случай рис. 7,а соответствует интервальному касанию (4.3) точек Z_1, Z_2; случай рис.7,б – интервальному касанию (4.2) точек $Z_1, \overline{Z}_2$; случай рис.7,в – интервальному касанию (4.2) точек $\overline{Z}_1, \overline{Z}_2$; случай рис.7,г – интервальному касанию (4.3) точек $Z_1, (\overline{Z}_2)_x$.

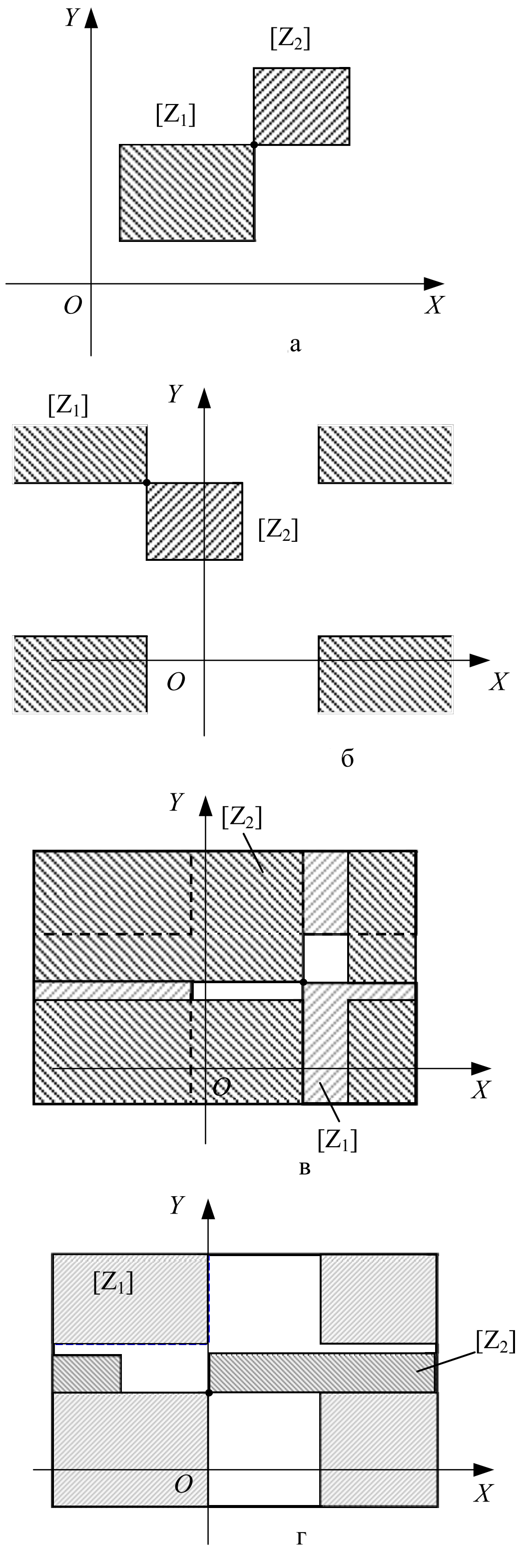

Рис. 7

Используя формулы (1)-(5), введем понятие интервального касания точек в трехмерном интервальном пространстве $\mathbf{I}_s^3\mathbf{R} = \mathbf{I}_s\mathbf{R} \times \mathbf{I}_s\mathbf{R} \times \mathbf{I}_s\mathbf{R}$.

Рассмотрим две произвольные точки $M_1, M_2 \in \mathbf{I}_s^3\mathbf{R}$,

$M_i = (\langle X_i \rangle, \langle Y_i \rangle, \langle Z_i \rangle), \langle X_i \rangle, \langle Y_i \rangle, \langle Z_i \rangle \in \mathbf{I}_s\mathbf{R}$, $i = 1{,}2$.

Определение 5. Точки M_1, M_2 пространства $\mathbf{I}_s^3\mathbf{R}$ интервально касаются, если их координаты удовлетворяют следующему условию:

$$\begin{cases} \left|x_1 - x_2\right| = \left|\nu_{x_1} + \nu_{x_2}\right|, \\ \left|y_1 - y_2\right| = \left|\nu_{y_1} + \nu_{y_2}\right|, \\ \left|z_1 - z_2\right| = \left|\nu_{z_1} + \nu_{z_2}\right|. \end{cases} \tag{5}$$

Определение 6. Интервальным расстоянием между точками M_1, M_2 в пространстве $\mathbf{I}_s^3\mathbf{R}$ называется отображение $\boldsymbol{\rho}:\mathbf{I}_\mathbf{s}^6\mathbf{R} \to \mathbf{I}_\mathbf{s}\mathbf{R}$ вида

$$\boldsymbol{\rho}(M_1, M_2) = \\ = \sqrt{\rho_x^2\left(\langle X_1\rangle, \langle X_2\rangle\right) + \rho_y^2\left(\langle Y_1\rangle, \langle Y_2\rangle\right) + \rho_z^2\left(\langle Z_1\rangle, \langle Z_2\rangle\right)},$$

где $\rho_u\left(\langle U_1\rangle, \langle U_2\rangle\right)$, – интервальное расстояние между точками $\langle U_1\rangle$, $\langle U_2\rangle \in \mathbf{I}_s\mathbf{R}$.

Рассмотрим геометрическую интерпретацию интервального касания точек пространства $\mathbf{I}_s^3\mathbf{R}$.

Прообраз $[M] \in R^3$ точки $M \in \mathbf{I}_s^3\mathbf{R}$ есть прямое произведение прообразов $[X], [Y], [Z]$ точек $\langle X\rangle, \langle Y\rangle, \langle Z\rangle \in \mathbf{I}_s\mathbf{R}$. В зависимости от принадлежности $\langle X\rangle, \langle Y\rangle, \langle Z\rangle$ множеству $\mathrm{I_s R}$ или $\mathrm{I_s R}$ существует восемь видов прообразов точек, которые обозначим так:

$$[M] = [X]\times[Y]\times[Z],\ \left[\overline{M}\right]_x = \left[\overline{X}\right]\times[Y]\times[Z],$$
$$\left[\overline{M}\right]_y = [X]\times\left[\overline{Y}\right]\times[Z],\ \left[\overline{M}\right]_z = [X]\times[Y]\times\left[\overline{Z}\right],$$
$$\left[\overline{M}\right]_{xy} = \left[\overline{X}\right]\times\left[\overline{Y}\right]\times[Z],\ \left[\overline{M}\right]_{xz} = \left[\overline{X}\right]\times[Y]\times\left[\overline{Z}\right],$$
$$\left[\overline{M}\right]_{yz} = [X]\times\left[\overline{Y}\right]\times\left[\overline{Z}\right],\ \left[\overline{M}\right] = \left[\overline{X}\right]\times\left[\overline{Y}\right]\times\left[\overline{Z}\right].$$

Таким образом, получим тридцать шесть случаев интервального касания интервальных точек в терминах прообразов:

$$[M_1],[M_2];\ [M_1],\left[\overline{M}2\right];\ [M_1],\left[\overline{M}2\right]_x;\ [M_1],\left[\overline{M}2\right]_y;$$
$$[M_1],\left[\overline{M}2\right]_z;\ [M_1],\left[\overline{M}2\right]_{xy};\ [M_1],\left[\overline{M}2\right]_{xz};\ [M_1],\left[\overline{M}2\right]_{yz};$$
$$\left[\overline{M}1\right]_x,\left[\overline{M}2\right]_x;\left[\overline{M}1\right]_x,\left[\overline{M}2\right]_y;\left[\overline{M}1\right]_x,\left[\overline{M}2\right]_z;\left[\overline{M}1\right]_x,\left[\overline{M}2\right]_{xy};$$
$$\left[\overline{M}1\right]_x,\left[\overline{M}2\right]_{xz};\ \left[\overline{M}1\right]_x,\left[\overline{M}2\right]_{yz};\ \left[\overline{M}1\right]_y,\left[\overline{M}2\right]_y;$$
$$\left[\overline{M}1\right]_y,\left[\overline{M}2\right]_z;\ \left[\overline{M}1\right]_y,\left[\overline{M}2\right]_{xy};\ \left[\overline{M}1\right]_y,\left[\overline{M}2\right]_{yz};$$
$$\left[\overline{M}1\right]_y,\left[\overline{M}2\right]_{xz};\ \left[\overline{M}1\right]_y,\left[\overline{M}2\right];\ \left[\overline{M}1\right]_z,\left[\overline{M}2\right]_z;$$
$$\left[\overline{M}1\right]_z,\left[\overline{M}2\right]_{xy};\left[\overline{M}1\right]_z,\left[\overline{M}2\right]_{xz};\left[\overline{M}1\right]_z,\left[\overline{M}2\right]_{yz};\left[\overline{M}1\right]_{xy},\left[\overline{M}2\right]_{xy};$$
$$\left[\overline{M}1\right]_{xy},\left[\overline{M}2\right]_{xz};\left[\overline{M}1\right]_{xy},\left[\overline{M}2\right];\left[\overline{M}1\right]_{xz},\left[\overline{M}2\right]_{xz};\left[\overline{M}1\right]_{xz},\left[\overline{M}2\right]_{yz};$$
$$\left[\overline{M}1\right]_{xz},\left[\overline{M}2\right];\ \left[\overline{M}1\right]_{yz},\left[\overline{M}2\right]_{yz};\ \left[\overline{M}1\right]_{yz},\left[\overline{M}2\right];\ \left[\overline{M}1\right],\left[\overline{M}2\right].$$

Раскрыв модуль в системе (5), получим следующие системы:

$$\begin{cases} x_1 - x_2 = \nu_{x_1} + \nu_{x_2}, \\ y_1 - y_2 = \nu_{y_1} + \nu_{y_2}, \\ z_1 - z_2 = \nu_{z_1} + \nu_{z_2}; \end{cases} \tag{5.1}$$

$$\begin{cases} x_1 - x_2 = -(\nu_{x_1} + \nu_{x_2}), \\ y_1 - y_2 = \nu_{y_1} + \nu_{y_2}, \\ z_1 - z_2 = \nu_{z_1} + \nu_{z_2}; \end{cases} \tag{5.2}$$

$$\begin{cases} x_1 - x_2 = -(\nu_{x_1} + \nu_{x_2}), \\ y_1 - y_2 = -(\nu_{y_1} + \nu_{y_2}), \\ z_1 - z_2 = \nu_{z_1} + \nu_{z_2}; \end{cases} \tag{5.3}$$

$$\begin{cases} x_1 - x_2 = \nu_{x_1} + \nu_{x_2}, \\ y_1 - y_2 = -(\nu_{y_1} + \nu_{y_2}), \\ z_1 - z_2 = \nu_{z_1} + \nu_{z_2}; \end{cases} \tag{5.4}$$

$$\begin{cases} x_1 - x_2 = \nu_{x_1} + \nu_{x_2}, \\ y_1 - y_2 = \nu_{y_1} + \nu_{y_2}, \\ z_1 - z_2 = -(\nu_{z_1} + \nu_{z_2}); \end{cases} \tag{5.5}$$

$$\begin{cases} x_1 - x_2 = -(\nu_{x_1} + \nu_{x_2}), \\ y_1 - y_2 = \nu_{y_1} + \nu_{y_2}, \\ z_1 - z_2 = -(\nu_{z_1} + \nu_{z_2}); \end{cases} \tag{5.6}$$

$$\begin{cases} x_1 - x_2 = -(\nu_{x_1} + \nu_{x_2}), \\ y_1 - y_2 = -(\nu_{y_1} + \nu_{y_2}), \\ z_1 - z_2 = -(\nu_{z_1} + \nu_{z_2}); \end{cases} \tag{5.7}$$

$$\begin{cases} x_1 - x_2 = \nu_{x_1} + \nu_{x_2}, \\ y_1 - y_2 = -(\nu_{y_1} + \nu_{y_2}), \\ z_1 - z_2 = -(\nu_{z_1} + \nu_{z_2}). \end{cases} \tag{5.8}$$

Полученным системам соответствуют различные виды интервального касания точек. Иллюстрации некоторых из них приведены на рис. 8, 9.

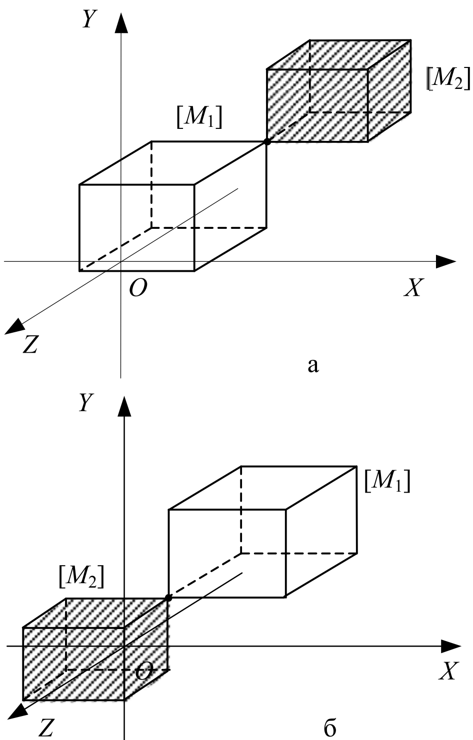

Рис. 8

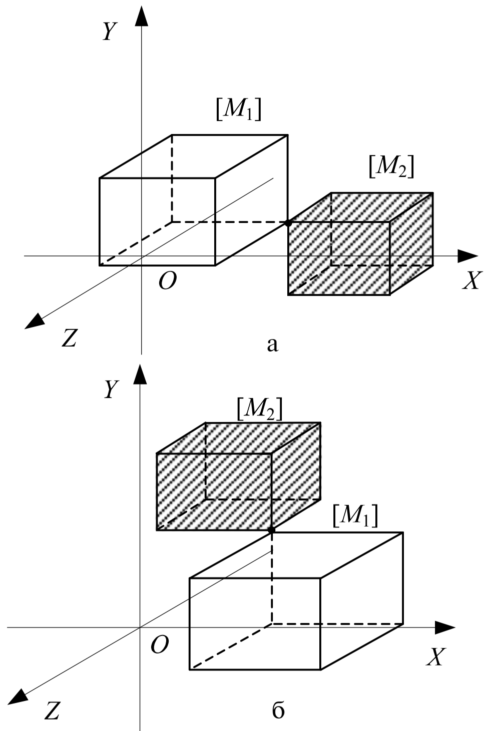

Рис. 9

Случай рис. 8,а соответствует интервальному касанию (5.3) точек M_1, M_2; случай рис. 8,б – интервальному касанию (5.7) точек $Z_1, \overline{Z}_2$; случай рис. 9,а – интервальному касанию (5.2) точек $\overline{Z}_1, \overline{Z}_2$; случай рис.9,б – интервальному касанию (5.4) точек $Z_1, \left(\overline{Z}_2\right)_x$.

Литература: 1. *Stoyan Yu.G.* The extended interval space and elementary mappings// Proceedings of the IMACS–GAMM International Symposium on Numerical Methods and Error Bounds, Oldenburg, Germany, 1995. P. 270–279. 2. *Стоян Ю.Г.* Метрическое пространство центрированных интервалов// Доклады НАН Украины, Сер. А, 1996. N 7. C. 23–25. 3. *Стоян Ю.Г.* Квазилинейные интервальные отображения. Интервальная метрика. Харьков, 1995. 23 с. (Препринт. НАН Украины. Ин–т проблем машиностроения; №387) 4. *Стоян Ю.Г.* Интервальное пространство $\mathbf{I}_s^2\mathbf{R}$. Интервальные уравнения// Доклады НАН Украины, Сер. А,1998. N 6. С. 109–116. 5. *Stoyan Yu.G., Romanova T.E.* Account of errors in optimization placement problem //Journal of mechanical engineering. 1998. Vol. 1, №2. С.31-40.

Поступила в редколлегию 02.03.2000

Рецензент: д-р физ.-мат. наук, проф. Яковлев С.В.

Романова Татьяна Евгеньевна, канд. физ.-мат. наук, старший научный сотрудник отдела математического моделирования и оптимального проектирования Института проблем машиностроения НАН Украины. Научные интересы: математическое моделирование. Адрес: Украина, 61046, Харьков, ул. Пожарского, 2/10, тел. 95-95-36.

Рудой Дмитрий Сергеевич, студент ХТУРЭ. Научные интересы: математическое моделирование. Адрес: Украина, 61202, Харьков, пр. Победы, 48-А, кв. 292.

УДК 519.673

СПЕЦИАЛИЗИРОВАННАЯ ИНТЕРАКТИВНАЯ СИСТЕМА ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ ТЕМПЕРАТУРНЫХ ПОЛЕЙ

ГРИЦЮК Е.М., ШЕВЧЕНКО Л.П.

Рассматриваются вопросы создания специализированных систем, основанных на знаниях. Предметной областью рассматриваемой системы является исследование температурных полей в телах сложной геометрической формы. Для этих исследований используется аппарат теории R-функций. Рассматриваются некоторые характеристики базы знаний системы, а также метод представления знаний.

Моделирование на ЭВМ процессов теплопроводности является важной задачей, решаемой при проектировании изделий в машиностроительной, энергетической, атомной промышленности, в технологических процессах химической, строительной, текстильной и других ее отраслях. При решении этой задачи возникает необходимость в проведении расчетов температурных полей с учетом самых различных факторов физического и геометрического характера.

В большинстве случаев математические модели полей имеют вид краевых задач для дифференциальных уравнений с частными производными.

Рассмотрим температурное поле $u = u(x, y, z, t)$ в теле, занимающем область Ω в пространстве xOyz. Пусть $C = C(x, y, z, t)$ – функция, характеризующая удельную теплоемкость тела, $\rho = \rho(x, y, z, t)$ - его плотность, а $\theta = \theta(x, y, z, t)$ – плотность источников тепла внутри области Ω. Тогда во внутренних точках области Ω выполняется условие

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho C u) = \operatorname{div}(\lambda \operatorname{grad} u) + \theta, \qquad (1)$$

где λ – коэффициент теплопроводности. Если среда изотропна ρ, C, λ – константы, то уравнение принимает вид

$$\frac{\partial u}{\partial t} = a^2 \Delta u + f, \qquad (2),$$

здесь $a^2 = \lambda(\rho C)^{-1}$ – коэффициент теплопроводности по Максвеллу, $f = \theta(\rho C)^{-1}$, Δ – оператор Лапласа. Для стационарного температурного поля получим уравнение

$$\Delta u = -f a^{-2}. \qquad (3)$$

Картина температурного поля тела сложной геометрической формы зависит не только от теплофизических характеристик материала тела, но также от формы тела Ω, формы площадок контакта тел, составляющих тело, характера их теплового взаимодействия между собой и с внешней средой, а также начального распределения температуры в теле. Это отражается существованием бесчисленного множества решений, из которых единственное может быть выделено с помощью краевых и начальных условий. Например, краевые условия вида