

**ВЛИЯНИЕ НЕИДЕАЛЬНОСТИ
ИСПЫТАТЕЛЬНОГО СИГНАЛА
НА РЕЗУЛЬТАТ ИДЕНТИФИКАЦИИ
ПЕРЕХОДНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК
АПЕРИОДИЧЕСКИХ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ
ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ МЕТОДОМ
МОМЕНТОВ**

ЗАХАРОВ И.П., СЕРГИЕНКО М.П.

В работе исследуется влияние неидеальности испытательного сигнала на точность идентификации переходной характеристики измерительных преобразователей методом моментов. На примере аperiodических звеньев первого и второго порядка показаны способы и даны рекомендации для минимизации систематической и случайной погрешностей идентификации с учетом неидеальности испытательного сигнала.

Метрологическое обеспечение измерительных преобразователей (ИП) включает идентификацию их динамических характеристик [1]. Существуют различные методы идентификации, однако их погрешности состоят из двух составляющих: погрешности регистрации динамической характеристики и погрешности, возникающей вследствие неидеальности испытательного сигнала (ИС). Вторая составляющая при некоторых условиях может стать доминирующей, из чего следует необходимость ее исследования. Влияние неидеальности ИС на погрешность определения переходных характеристик ИП рассмотрено в [1].

Одним из наиболее эффективных методов идентификации переходных характеристик (ПХ) является метод моментов [2–4]. Систематическая и случайная составляющие погрешности регистрации этого метода исследованы в работах [5, 6].

Цель работы – исследование влияния неидеальности входного воздействия на результат идентификации ПХ аperiodических ИП методом моментов. Задача – уменьшение погрешности идентификации.

Актуальность данной задачи связана с широким применением аperiodических ИП в производственной и исследовательской практике, а также с постоянным повышением требований к точности результатов измерений.

Нормированная переходная характеристика аperiodических ИП в общем случае описывается выражением

$$h(t) = \begin{cases} 0, & t < 0; \\ 1 - \sum_{m=1}^M A_m \exp\left(-\frac{t}{\tau_m}\right), & t \geq 0, \end{cases}$$

где A_m , τ_m – амплитуды и постоянные времени

ПХ, причем $\sum_{m=1}^M A_m = 1$.

Приведенному выражению для ПХ соответствует передаточная характеристика в виде

$$W(s) = \sum_{m=1}^M \frac{A_m}{(\tau_m s + 1)} = \frac{\sum_{m=1}^M A_m \prod_{\substack{k=1 \\ k \neq m}}^M (\tau_k s + 1)}{\prod_{m=1}^M (\tau_m s + 1)}.$$

На практике испытательный сигнал является приближением к характеристическому сигналу (единичной ступенчатой функции при определении переходной характеристики). Распространенным является случай [1], когда испытательный сигнал описывается выражением

$$x(t) = 1(t) \cdot \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau_0}\right) \right],$$

и его можно рассматривать как переходную характеристику некоторого эквивалентного формирующего звена с передаточной функцией

$$X(s) = \frac{1}{\tau_0 s + 1}.$$

Общая передаточная функция формирующего звена и ИП в этом случае определяется по формуле

$$Y(s) = W(s) \cdot X(s),$$

а сигнал на выходе ИП представляет собой обратное преобразование Лапласа

$$y(t) = \begin{cases} 0, & t < 0; \\ L^{-1}\left\{\frac{1}{s} Y(s)\right\}, & t \geq 0. \end{cases}$$

В таблице приведены передаточные функции аperiodических ИП не выше второго порядка и соответствующие им ПХ.

Параметры ПХ ИП в соответствии с методом моментов [2–4] определяются с помощью начальных моментов α_j , определяемых выражением

$$\alpha_j = \int_0^{\infty} t^{j-1} [1 - h(t)] dt, \quad j = 1, 2, \dots, M.$$

Постоянные времени аperiodических ИП находятся через измеренные начальные моменты α_j согласно таблице.

Рассмотрим погрешность метода моментов, обусловленную неидеальностью входного воздействия для ИП, передаточная функция которых описывается первым и вторым выражениями из таблицы.

Для ИП, передаточная функция которого описывается первой формулой, общая передаточная функция формирующего звена и ИП будет иметь вид

$$H^*(s) = \frac{1}{(\tau_1 s + 1)(\tau_0 s + 1)}.$$

Этому выражению соответствует $\alpha_1 = \tau_1 + \tau_0$, поэтому абсолютная систематическая погрешность определения постоянной времени в этом случае будет равна

$$\Delta\tau_1 = \tau_0.$$

Таблица

Передаточная функция $H(s)$	Переходная характеристика $h(t)$	Начальные моменты α_j	Постоянные времени τ_m
$\frac{1}{\tau_1 s + 1}$	$1 - e^{-\frac{t}{\tau_1}}$	$\alpha_1 = \tau_1$	$\tau_1 = \alpha_1$
$\frac{1}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}$	$1 - \frac{\tau_1}{\tau_1 - \tau_2} e^{-\frac{t}{\tau_1}} - \frac{\tau_2}{\tau_2 - \tau_1} e^{-\frac{t}{\tau_2}}$	$\alpha_1 = \tau_1 + \tau_2$ $\alpha_2 = \tau_1^2 + \tau_1 \tau_2 + \tau_2^2$	$\tau_{1,2} = \frac{\alpha_1 \pm \sqrt{4\alpha_2 - 3\alpha_1^2}}{2}$
$\frac{1}{(\tau_1 s + 1)^2}$	$1 - \left(1 + \frac{t}{\tau_1}\right) e^{-\frac{t}{\tau_1}}$	$\alpha_1 = 2\tau_1$	$\tau_1 = \frac{\alpha_1}{2}$
$\frac{\tau_3 s + 1}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}$	$1 - \frac{\tau_1 - \tau_3}{\tau_1 - \tau_2} e^{-\frac{t}{\tau_1}} - \frac{\tau_2 - \tau_3}{\tau_2 - \tau_1} e^{-\frac{t}{\tau_2}}$	$\alpha_1 = \frac{(\tau_1 - \tau_3)\tau_1 - (\tau_2 - \tau_3)\tau_2}{\tau_1 - \tau_2}$ $\alpha_2 = \frac{(\tau_1 - \tau_3)\tau_1^2 - (\tau_2 - \tau_3)\tau_2^2}{\tau_1 - \tau_2}$ $\alpha_3 = \frac{2[(\tau_1 - \tau_3)\tau_1^3 - (\tau_2 - \tau_3)\tau_2^3]}{\tau_1 - \tau_2}$	$\tau_{1,2} = \frac{1}{4(\alpha_2 - \alpha_1^2)} [\alpha_3 - 2\alpha_1\alpha_2 \pm (\alpha_3^2 - 12\alpha_1\alpha_2\alpha_3 - 12\alpha_1^2\alpha_2^2 + 16\alpha_2^3 + 8\alpha_1^3\alpha_3)^{\frac{1}{2}}]$ $\tau_3 = \frac{\alpha_3 - 4\alpha_1\alpha_2 + 2\alpha_1^3}{2(\alpha_2 - \alpha_1^2)}$
$\frac{\tau_3 s + 1}{(\tau_1 s + 1)^2}$	$1 - \left(1 + \left(1 - \frac{\tau_3}{\tau_1}\right) \frac{t}{\tau_1}\right) e^{-\frac{t}{\tau_1}}$	$\alpha_1 = \tau_1 \left[1 + \left(1 - \frac{\tau_3}{\tau_1}\right)\right]$ $\alpha_2 = \tau_1^2 \left[1 + 2\left(1 - \frac{\tau_3}{\tau_1}\right)\right]$	$\tau_1 = \alpha_1 \pm \sqrt{\alpha_1^2 - \alpha_2}$ $\tau_3 = \alpha_1 \pm 2\sqrt{\alpha_1^2 - \alpha_2}$

Для ИП, передаточная функция которого описывается вторым выражением из таблицы, общая передаточная функция формирующего звена и ИП будет иметь вид

$$H^*(s) = \frac{1}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)(\tau_0 s + 1)}.$$

Этому выражению соответствуют [2]

$$\alpha_1 = \frac{\tau_1^3(\tau_2 - \tau_0) - \tau_2^3(\tau_1 - \tau_0) + \tau_0^3(\tau_1 - \tau_2)}{(\tau_1 - \tau_2)(\tau_1 - \tau_0)(\tau_2 - \tau_0)};$$

$$\alpha_2 = \frac{\tau_1^4(\tau_2 - \tau_0) - \tau_2^4(\tau_1 - \tau_0) + \tau_0^4(\tau_1 - \tau_2)}{(\tau_1 - \tau_2)(\tau_1 - \tau_0)(\tau_2 - \tau_0)}.$$

Подставляя эти значения моментов в выражение для измерения постоянных времени

$$\tau_{1,2} = \frac{\alpha_1 \pm \sqrt{4\alpha_2 - 3\alpha_1^2}}{2}$$

и вычитая из него истинные значения τ_1 и τ_2 , можно найти соответствующие значения абсолютной погрешности их определения.

$$\Delta\tau_1 = \frac{1}{2}(\tau_0 - \tau_1 + \tau_2 + (\tau_0^2 + \tau_1^2 + \tau_2^2 - 2(\tau_0\tau_1 + \tau_0\tau_2 + \tau_1\tau_2))^{1/2});$$

$$\Delta\tau_2 = \frac{1}{2}(\tau_0 + \tau_1 - \tau_2 - (\tau_0^2 + \tau_1^2 + \tau_2^2 - 2(\tau_0\tau_1 + \tau_0\tau_2 + \tau_1\tau_2))^{1/2}).$$

Зависимости относительных систематических погрешностей определения τ_1 и τ_2 для разных соотношений τ_2/τ_1 и τ_0/τ_1 показаны на рис.1.

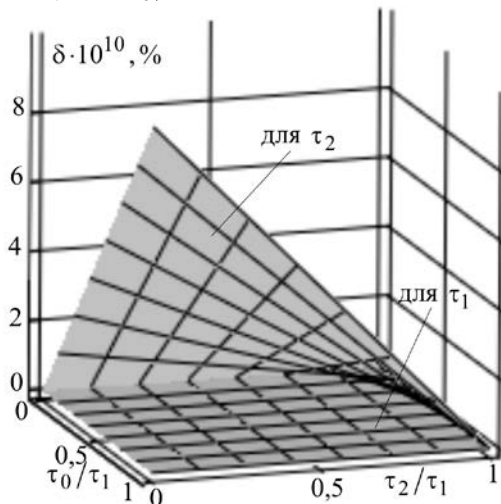


Рисунок 1 – Относительные систематические погрешности определения постоянных времени

При практической реализации метода моментов, когда измерение производится дискретно, начальные моменты определяются по формуле численного интегрирования

$$\alpha_{j\text{изм}} = \left(\frac{T}{N}\right)^j \sum_{i=1}^N i^{j-1} \left[1 - y\left(\frac{iT}{N}\right)\right],$$

где T – время измерения выходного сигнала;

N – количество отсчетов.

В этом случае, когда время измерения ПХ ИП и количество отсчетов ограничено, то из-за несоответствия $\alpha_{\text{изм}}$ и α_j , дополнительно к погрешности неидеальности ИС, возникает погрешность регистрации.

В этом случае общая относительная систематическая погрешность идентификации имеет минимумы при определенных соотношениях между постоянными времени ИП, постоянной времени формирующего звена τ_0 , временем измерения ПХ ИП и количества отсчетов.

Для ИП, передаточная функция которых описывается первой формулой из таблицы, минимальные значения относительная систематическая погрешности определения τ_1 и соответствующие им значения отношений T/τ_1 имеют вид, приведенный на рис. 2.

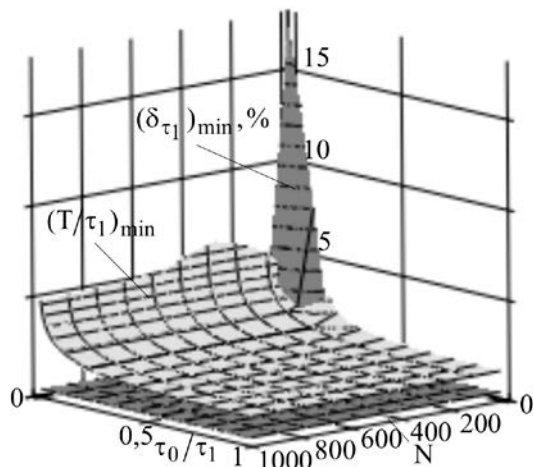


Рисунок 2 – Минимальные значения погрешности определения τ_1 и соответствующие им значения отношений T/τ_1

Для ИП, передаточная функция которых описывается второй формулой из таблицы, вследствие необходимости вычисления квадратного корня при определении постоянных времени, метод моментов может оказаться несостоятельным при определенных соотношениях между τ_1 , τ_2 и τ_0 , времени измерения ПХ и количества отсчетов. Зависимости минимально допустимых значений T/τ_1 от соотношений τ_2/τ_1 и τ_0/τ_1 для разного числа отсчетов приведены на рис.3.

Систематические погрешности определения постоянных времени τ_1 и τ_2 с учетом неидеальности ИС при определенных соотношениях τ_2/τ_1 , T/τ_1 , τ_0/τ_1 и количестве отсчетов могут отсутствовать. Зависимость между этими соотношениями для количества отсчетов $N=100$ показана на рис.4.

Следует отметить, что при увеличении отношения τ_0/τ_1 существенно увеличивается необходимое время измерения выходного сигнала, применение кото-

рого исключает систематическую составляющую погрешности. Это может сделать поставленную цель практически нереализуемой аппаратными методами.

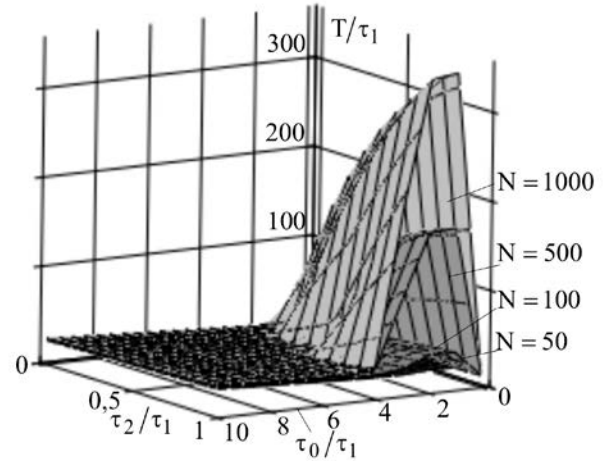


Рисунок 3 – Минимальные возможные значения отношений T/τ_1 для разных τ_2/τ_1 и τ_0/τ_1

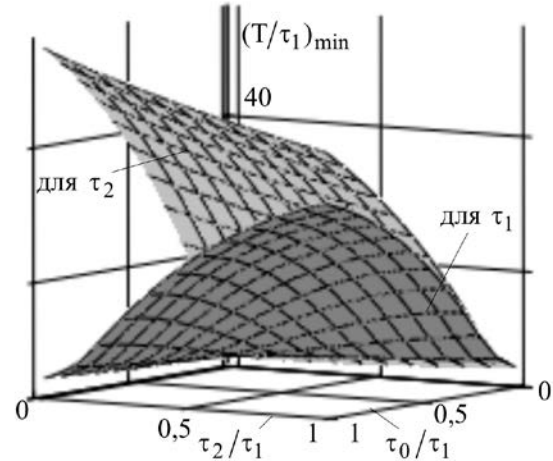


Рисунок 4 – Соотношения τ_2/τ_1 , T/τ_1 и τ_0/τ_1 , при которых систематическая погрешность определения постоянных времени равна нулю

Как показали исследования, погрешность, вызванная неидеальностью ИС, может вносить в общую систематическую погрешность идентификации до 98 %.

Случайная погрешность (среднее квадратическое отклонение (СКО) постоянных времени) рассчитывается как результат косвенных измерений путем дифференцирования уравнения измерения по всем составляющим

$$\sigma_{\tau_m} = \sqrt{\sum_{j=1}^J \left(\frac{\partial \tau_m}{\partial \alpha_j} \right)^2 \sigma_{\alpha_j}^2},$$

$$\text{где } \sigma_{\alpha_j} = \sqrt{\sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial \alpha_j}{\partial C} \left(\frac{iT}{N} \right) \right)^2 \sigma_C^2};$$

$$C\left(\frac{iT}{N}\right) = 1 - y\left(\frac{iT}{N}\right);$$

σ_{α_j} , σ_C – СКО начальных моментов и СКО

выходного сигнала (СКО шумов в испытательном сигнале и шумов квантования АЦП) соответственно.

Отношение приведенного СКО постоянной времени $\tilde{\sigma}_{\tau_m} = \sigma_{\tau_m} / \tau_m$ к СКО выходного сигнала σ_C может увеличиться в десятки раз.

Для ИП, передаточная функция которых описывается первым уравнением из таблицы, случайная составляющая прямо пропорциональна времени измерения ПХ и определяется так же, как и без учета неидеальности ИС, по формуле

$$\frac{\tilde{\sigma}_{\tau_1}}{\sigma_C} = \frac{T}{\tau_1 \sqrt{N}}.$$

Отношения приведенных СКО постоянных времени к СКО аддитивного шума при аппроксимации ПХ ИП второй формулой из таблицы, определяются выражениями

$$\frac{\tilde{\sigma}_{\tau_1}}{\sigma_C} = \frac{T}{N \tau_1} \left[\left(\frac{1}{2} - \frac{3B_1}{2\sqrt{4B_2 - 3B_1^2}} \right)^2 N + \frac{B_3}{4B_2 - 3B_1^2} \right]^{\frac{1}{2}};$$

$$\frac{\tilde{\sigma}_{\tau_2}}{\sigma_C} = \frac{T}{N \tau_2} \left[\left(\frac{1}{2} + \frac{3B_1}{2\sqrt{4B_2 - 3B_1^2}} \right)^2 N + \frac{B_3}{4B_2 - 3B_1^2} \right]^{\frac{1}{2}},$$

$$\text{где } B_1 = \sum_{i=1}^N C \left(\frac{iT}{N} \right); B_2 = \sum_{i=1}^N i C \left(\frac{iT}{N} \right); B_3 = \sum_{i=1}^N i^2.$$

Эти отношения при определенных соотношениях τ_2/τ_1 , T/τ_1 , τ_0/τ_1 и количестве отсчетов принимают минимальные значения (рис.5).

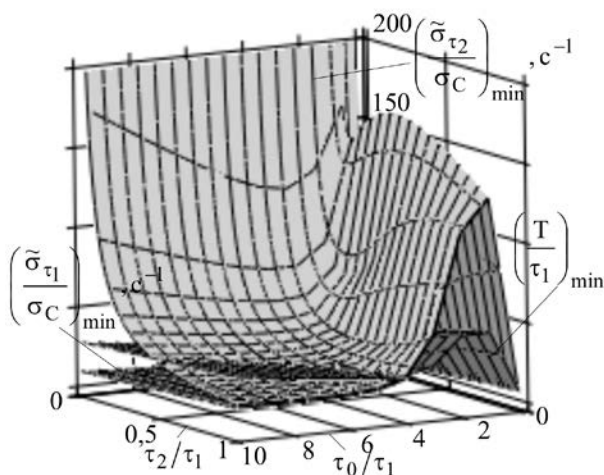


Рисунок 5 – Минимальные отношения $\tilde{\sigma}_{\tau}/\sigma_C$ и соответствующие им T/τ_1 для разных соотношений τ_2/τ_1 , τ_0/τ_1 и $N=100$

Таким образом, проведенные исследования позволили выявить границы применимости метода моментов с учетом неидеальности ИС и минимизировать систематическую и случайную составляющие погрешности идентификации ПХ аperiodических ИП путем выбора оптимальных значений времени измерения и количества отсчетов при априорно известных соотношениях между постоянными времени. Это поз-

воляет существенно повысить точность идентификации ПХ ИП методом моментов без дополнительных аппаратных затрат.

Литература:

- [1] Шумков Ю.С. Оценка погрешности определения динамических характеристик линейных аналоговых устройств// Техническая электродинамика. 2001, № 6. С. 72 – 76.
- [2] Вайсбанд М.Д., Проненко В.И. Техника выполнения метрологических работ. К.: Техніка. 1986. 168 с.
- [3] Захаров И.П., Штефан Н.В. Идентификация динамических характеристик апериодических измерительных преобразователей мощности СВЧ// Радиотехника. 1997. Вып.104. С. 47 – 55.
- [4] Дехтяренко П.И., Коваленко В.П. Определение характеристик звеньев систем автоматического регулирования. М.: Энергия. 1973. 120 с.
- [5] Захаров И.П., Сергиенко М.П. Исследование систематической погрешности идентификации динамических характеристик средств измерительной техники методом моментов// АСУ и приборы автоматики, 2004, № 128, С. 28 - 34.
- [6] Захаров И.П., Сергиенко М.П. Исследование характеристик случайной погрешности определения постоянных времени апериодических измерительных преобразователей// Радиотехника. 2004. Вып.139. С.45 – 49.
- [7] Грановский В.А. Динамические измерения: Основы метрологического обеспечения. Л.: Энергоатомиздат. 1984. 224 с.

СВЕДЕНИЯ

Захаров Игорь Петрович, к.т.н., доцент кафедры метрологии и измерительной техники ХНУРЭ: 61066, г. Харьков, пр. Ленина-14, тел. 702-13-31. Научные интересы – измерительная идентификация.

Сергиенко Марина Петровна, аспирант кафедры метрологии и измерительной техники ХНУРЭ: 61066, г. Харьков, пр. Ленина-14, тел. 702-13-31. Научные интересы - динамические измерения.

РЕФЕРАТЫ

УДК 681.2.089

Влияние неидеальности испытательного сигнала на результат идентификации переходных характеристик апериодических измерительных преобразователей методом моментов/ И.П. Захаров, М.П. Сергиенко// Прикладная радиоэлектроника. 2005. № 00. С 00-00.

В работе исследовано влияние неидеальности испытательного сигнала на точность результатов измерения постоянных времени апериодических измерительных преобразователей методом моментов. Показан подход к уменьшению систематической и случайной составляющих погрешности идентификации переходных характеристик измерительных преобразователей, основанный на оптимальном выборе времени измерения переходной характеристики и количества отсчетов в зависимости от априорно определенных соотношений между постоянными времени.

Табл.1. Ил.5. Библиогр.: 7 назв.

UDC 681.2.089

A test signal imperfection influence on the aperiodic measuring converter transfer characteristic identification

based on a method of moments / I.P. Zakharov, M.P. Sergienko // Applied Radio Electronics. 2005. № 00. P. 00-00.

The test signal imperfection influence on the accuracy of the aperiodic measuring converters' time constants measuring is researched in this work. The approach to decreasing of systematic and random components of measuring uncertainty is shown. It is based on the optimal choice of the transient characteristic's measuring duration and the number of readings which are depend on a time constants ratio.

Tab. 1. Fig. 5. Ref.: 7 items.