УДК 621.396.9:551.501.83

К ВОПРОСУ СОЗДАНИЯ ОБОБЩЕННОЙ СТАТИСТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ АКУСТИЧЕСКИХ ПОМЕХ

О.В. ЗУБКОВ

Рассматривается создание обобщенных математических моделей спектральной плотности мощности акустических помех в системах акустического зондирования атмосферы. Помехи отражения и переотражения от предыдущих зондирований не учитываются. Считается, что источники помех формируют случайные последовательности импульсов. Получено математическое выражение для спектральной плотности мощности помехи на входе приемника, учитывающее интенсивность помех и закон распределения, а также выражение для плотности вероятности амплитуды.

Creation of generalised mathematical models of power spectral density of acoustic disturbance in systems of atmosphere acoustic sounding is considered. The disturbance of reflection and rereflection from previous sounds are not taking into account. It is considered, that sources disturbance form random impulses sequences. A mathematical expression for power spectral density of disturbance at on the receiver input, including intensity of disturbance and a distribution law, and also expression for probability density of amplitudes are obtained.

ВВЕДЕНИЕ

В акустическом зондировании атмосферы, как в любом другом виде активной локации, большую роль играют различного рода помехи и шумы. Это обусловлено малым уровнем принимаемого эхо-сигнала вследствие малой доли рассеянной энергии в заданном направлении и существенного ослабления звукового сигнала на пути распространения до рассеивающего объема и обратно к приемнику. Помехи переотражения возникают за счет переотражений зондирующего сигнала от близкорасположенных местных предметов и могут эффективно подавляться различного рода защитными экранами вокруг акустических антенн. Помехи наложения возникают при импульсном режиме зондирования за счет наложений рассеянного сигнала из предыдущего периода посылки в последующий и могут быть устранены соответствующим выбором периода посылок. Все остальные виды помех можно отнести к разряду обычных шумов. Внутренние, аппаратурные, шумы возникают непосредственно в электроакустическом преобразователе антенны и в самом приемнике. Внешние шумы в свою очередь подразделяются на шумы естественного и искусственного происхождения.

Таким образом, работа акустического локатора в реальных условиях происходит при наличии внутренних, электрических, и внешних, звуковых, шумов, порождаемых источниками естественного и искусственного происхождения. Все это ставит вопрос о качественном и количественном описании шумов, на фоне которых принимается и обрабатывается сигнал.

Поэтому актуальной является задача создания обобщенной модели акустической помехи на входе локатора [1, 2].

1. РАЗРАБОТКА ОБОБЩЕННОЙ МОДЕЛИ АКУСТИЧЕСКОЙ ПОМЕХИ

Для описания воздействия суммарной акустической помехи на приемное устройство необходимо знать ее спектральную характеристику и закон распределения амплитуд.

С точки зрения электрической структуры сигнал помехи в приемнике вызывается случайной последовательностью импульсов, создаваемых различными источниками. Импульсы такой хаотической последовательности могут быть неперекрывающимися или перекрывающимися. Если неперекрывающиеся импульсы воздействуют на инерционную систему (приемное устройство), то на выходе такой системы получаются перекрывающиеся импульсы. Поэтому внешние акустические помехи можно классифицировать как «квазиимпульсный шум», означающий помеху промежуточного типа между двумя типами — «тепловым шумом», представляющим собой флуктуационной процесс, и чисто импульсным шумом.

Рассматриваемый случайный импульсный процесс может быть записан в виде суммы

$$\xi(t)=\sum_i \mathrm{N}_i\, a_i f_i(t-t_i), \qquad (1)$$

где N_i — число элементарных импульсов (возмущений), возникающих за достаточно малый интервал времени Δt_i, t_i — случайный момент появления i-го возмущения, имеющего детерминированную форму $a_i f_i(t-t_i)$, где $f_i(t-t_i)=0$ при $t<t_i$, а случайные амплитудные множители a_i и функции f_i учитывают неодинаковость всех элементарных возмущений по форме и интенсивности. Длительность каждого возмущения может быть как конечной, так и бесконечной. Случайные величины a_i, N_i и t_i считаются статистически взаимно независимыми.

Амплитудный спектр суммарной помехи, вызываемой случайными независимыми источниками, может быть найден при введении следующих упрощающих предположений:

1)все источники помех идентичны;

2)моменты появления импульсов помех распределены по закону Пуассона.

Текущий спектр импульсной последовательности (1) найдем, используя основные теоремы о спектрах: теорему запаздывания и теорему наложения [3].

Обозначим время сдвига начала i -го импульса относительно начала импульса, совпадающего с t=0 через τ_i , а случайные амплитуды через a_i . Тогда

$$S(j\omega)=a_0 S(j\omega)+a_1 S_0(j\omega)e^{-j\omega\tau_1}+\ldots+ +a_{\frac{\text{N}-1}{2}}s_0(j\omega)e^{-j\omega\tau_{\frac{\text{N}-1}{2}}}+a_1 s_0(j\omega)e^{j\omega\tau_1}+ +a_2 s_0(j\omega)e^{j\omega\tau_2}+\ldots+a_{\frac{\text{N}-1}{2}}s_0(j\omega)e^{j\omega\tau_{\frac{\text{N}-1}{2}}}. \quad (2)$$

Обозначая интервалы времени между моментами появления двух последовательных импульсов $\theta_i=\tau_i-\tau_{i-1}$, получим

$$S(j\omega)=a_0 S(j\omega)+a_1 S_0(j\omega)e^{-j\omega\theta_1}+ +\ldots+a_{\frac{\text{N}-1}{2}}S_0(j\omega)\prod_{i=1}^{\frac{\text{N}-1}{2}}e^{-j\omega\theta_i}+a_1 S_0(j\omega)e^{j\omega\theta_1}+ +\ldots+a_{\frac{\text{N}-1}{2}}S_0(j\omega)\prod_{i=1}^{\frac{\text{N}-1}{2}}e^{j\omega\theta_i}= =a_0 S_0(j\omega)+S_0(j\omega)\sum_{i=1}^{\frac{\text{N}-1}{2}}a_i\prod_i e^{-j\omega\theta_1}+ +S_0(j\omega)\sum_{i-1}^{\frac{\text{N}-1}{2}}a_i\prod_i e^{j\omega\theta_i}. \quad (3)$$

Математическое ожидание текущего спектра

$$\text{M}[S(j\omega)]=\bar{a}S_0(j\omega)+S_0(j\omega)\cdot M\left[\sum_{i-1}^{\frac{\text{N}-1}{2}}a_i\prod_i e^{-j\omega\theta_i}\right]+ +S_0(j\omega)\cdot M\left[\sum_{i=1}^{\frac{\text{N}-1}{2}}a_i\prod_i e^{j\omega\theta_i}\right]= =\bar{a}S_0(j\omega)\left\{1+\sum_{i=1}^{\frac{\bar{\text{N}}-1}{2}}M\left[\prod_i e^{-j\omega\theta_i}\right]+\sum_{i=1}^{\frac{\bar{\text{N}}-1}{2}}M\left[\prod_i e^{j\omega\theta_i}\right]\right\}, \quad (4)$$

где $\bar{a}$ — среднее значение амплитудного множителя, а $\bar{\text{N}}$ — среднее число импульсов на интервале наблюдения T.

Из статистической независимости $\bar{\theta}$ следует статистическая независимость любых значений $e^{-j\omega\theta_i}$ и $e^{j\omega\theta_i}$.

Следовательно,

$$M\left[\prod_i e^{-j\omega\theta_i}\right]=\prod_i M\left[e^{-j\omega\theta_i}\right]; \quad (5)$$

$$M\left[\prod_i e^{j\omega\theta_i}\right]=\prod_i M\left[e^{j\omega\theta_i}\right]; \quad (6)$$

$$M\left[S(j\omega)\right]=\bar{a}S_0(j\omega)\Big\{1+M\left[e^{-j\omega\theta_1}\right]+\ldots+ +\prod_{i=1}^{\frac{\bar{\text{N}}-1}{2}}M\left[e^{-j\omega\theta_i}\right]+M\left[e^{j\omega\theta_1}\right]+\ldots+\prod_{i=1}^{\frac{\bar{\text{N}}-1}{2}}M\left[e^{j\omega\theta_i}\right]\Big\}. \quad (7)$$

Если моменты появления импульсов распределены по закону Пуассона, то интервалы между моментами появления последовательных импульсов имеют экспоненциальное распределение [4] с плотностью вероятности

$$w(\theta)=\nu e^{-\nu\theta},$$

где v — среднее число появлений импульсов в единицу времени (параметр закона Пуассона).

Тогда

$$M\left[e^{-j\omega\theta_i}\right]=\int_0^\infty w(\theta)e^{-j\omega\theta}d\theta=\frac{v}{v+j\omega}, \quad (8)$$

$$M\left[e^{j\omega\theta_i}\right]=\frac{v}{v-j\omega}, \quad (9)$$

$$\prod_i M\left[e^{-j\omega\theta_i}\right]=\prod_i\frac{v}{v+j\omega}=\left(\frac{v}{v+j\omega}\right)^i,$$

$$\prod_i M\left[e^{j\omega\theta_i}\right]=\left(\frac{v}{v-j\omega}\right)^i.$$

$$M[S(j\omega)]=\bar{a}S_0(j\omega)\Bigg[1+\frac{v}{v+j\omega}+\ldots+ +\left(\frac{v}{v+j\omega}\right)^{\frac{\bar{\text{N}}-1}{2}}+\frac{v}{v-j\omega}+\ldots+\left(\frac{v}{v-j\omega}\right)^{\frac{\bar{\text{N}}-1}{2}}\Bigg]. \quad (10)$$

Пользуясь формулами для суммы геометрической прогрессии [5], получим

$$M\left[S(j\omega)\right]=\bar{a}S_0(j\omega)=\left[1+\frac{v}{v+j\omega}\cdot\frac{1-\left(\frac{v}{v+j\omega}\right)^{\frac{\bar{\text{N}}-1}{2}}}{1-\frac{v}{v+j\omega}}+ +\frac{v}{v-j\omega}\cdot\frac{1-\left(\frac{v}{v-j\omega}\right)^{\frac{\bar{\text{N}}-1}{2}}}{1-\frac{v}{v-j\omega}}\right]=$$

$$=\bar{a}S_0(j\omega)\left\{1-j\frac{\nu}{\omega}\left[\left(\frac{v}{v+j\omega}\right)^{\frac{\bar{\text{N}}-1}{2}}-\left(\frac{v}{v-j\omega}\right)^{\frac{\bar{\text{N}}-1}{2}}\right]\right\}=$$

$$=\bar{a}S_0(j\omega)\left\{1-j\frac{\nu}{\omega}\left[\left(\frac{v}{\sqrt{v^2+\omega^2}}\right)^{\frac{\bar{\text{N}}-1}{2}}e^{-j\frac{\bar{\text{N}}-1}{2}arctg\frac{\omega}{v}}- -\left(\frac{v}{\sqrt{v^2+\omega^2}}\right)^{\frac{\bar{\text{N}}-1}{2}}e^{j\frac{\bar{\text{N}}-1}{2}arctg\frac{\omega}{v}}\right]\right\}=$$

$$=\bar{a}S_0(j\omega)\left\{1+\frac{2\sin\left(\frac{\bar{\text{N}}-1}{2}arctg\frac{\omega}{v}\right)}{\frac{\omega}{v}\left[1+\left(\frac{\omega}{v}\right)^2\right]^{\frac{\bar{\text{N}}-1}{4}}}\right\}. \quad (11)$$

2. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ СПЕКТРАЛЬНОЙ ПЛОТНОСТИ МОЩНОСТИ АКУСТИЧЕСКИХ ПОМЕХ

Исследование частотной зависимости уровня акустических помех в самом общем виде может быть выполнено следующим образом.

Будем, как и ранее, описывать источник помехи импульсной последовательностью выбросов случайной амплитуды со средней частотой появления ν. Если принять, что распределение пульсирующих амплитуд стационарно и что амплитуды независимы, автокорреляционная функция импульсной последовательности может быть представлена как

$$R_{a_1,a_2}(\tau)=\int\limits_{-\infty}^{\infty}\int\limits_{-\infty}^{\infty}a_1a_2w(a_1,a_2)da_1da_2, \qquad (12)$$

где a_1 и a_2 — амплитуды импульсов, появляющихся в моменты времени t_1 и t_2 и $w(a_1,a_2)$ — совместная плотность вероятности появления a_1 при t_1 и a_2 при t_2.

Воздействие помех на приемные устройства происходит, если амплитуды случайного процесса превышают некоторый фиксированный минимальный порог детектирования. Используя теорию выбросов случайных процессов [5, 6], можно найти совместную плотность вероятности $w(a_1,a_2)$, разбивая ее на три независимых члена:

$$w(a_1,a_2)=w(a_1)\mathrm{P}_\Sigma(n\tau)w(a_2), \qquad (13)$$

где $w(a_1)$ и $w(a_2)$ — плотность вероятности для амплитуд импульсов a_1 и a_2, которые стационарны и независимы; $\mathrm{P}_\Sigma(n\tau)$ — вероятность появления не менее n выбросов за временной интервал τ.

Распределение числа появлений импульсов за временной интервал τ описывается распределением Пуассона в виде

$$P(i\tau)=\frac{(\nu\tau)}{i!}e^{-\nu\tau},$$

где ν — среднее число выбросов, i — число выбросов за время τ.

Поэтому

$$P_\Sigma(i\tau)=\sum_{i=0}^{n}P(i\tau)=\sum_{i=0}^{n}\frac{(\nu\tau)^i}{i!}e^{-\nu\tau}. \qquad (15)$$

Как известно [5]

$$\sum_{i=0}^{n}\frac{(\nu\tau)^i}{i!}e^{-\nu\tau}=\frac{1}{2}\left(1+e^{-2|\tau|\nu}\right). \qquad (16)$$

Учитывая (13) и (16), автокорреляционную функцию $R_{a_1,a_2}(\tau)$ можно выразить как:

$$R_{a_1,a_2}(\tau)=\int\limits_{-\infty}^{\infty}\int\limits_{-\infty}^{\infty}a_1a_2w(a_1)w(a_2)\cdot\frac{1}{2}\left(1+e^{-2|\tau|\nu}\right)da_1da_2=$$
$$=\frac{1}{2}\left(1+e^{-2|\tau|\nu}\right)\int\limits_{-\infty}^{\infty}\int\limits_{-\infty}^{\infty}a_1a_2w(a_1)w(a_2)da_1da_2. \qquad (17)$$

Спектральная плотность мощности процесса есть трансформанта Фурье от автокорреляционной функции

$$G(\omega)=F\ R_{a_1,a_2}(\tau)=\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{2}\left(1+e^{-2|\tau|\nu}\right)\times$$
$$\times\left[\int\limits_{-\infty}^{\infty}\int\limits_{-\infty}^{\infty}a_1a_2w(a_1)w(a_2)da_1da_2\right]e^{-j\omega\tau}d\tau. \qquad (18)$$

Внутренний двойной интеграл не зависит ни от времени, ни от частоты, поэтому он может рассматриваться как постоянный коэффициент.

$$G(\omega)=K\int\limits_{-\infty}^{\infty}\left(1+e^{-2\nu|\tau|}\right)\cdot e^{-j\omega\tau}d\tau=$$
$$=K\left(\int\limits_{-\infty}^{\infty}e^{-j\omega\tau}d\tau+\int\limits_{-\infty}^{0}e^{2\nu\tau}\cdot e^{-j\omega\tau}d\tau+\int\limits_{0}^{\infty}e^{-2\nu\tau}\cdot e^{-j\omega\tau}d\tau\right)=$$
$$=K\left[\delta(\omega)+\frac{1}{2\nu-j\omega}+\frac{1}{2\nu+j\omega}\right]=$$
$$=K\left[\delta(\omega)+\frac{4\nu}{4\nu^2+\omega^2}\right]. \qquad (19)$$

Спектральная плотность мощности случайной импульсной последовательности, как видно из (19), состоит из члена постоянного тока $\delta(\omega)$ и члена, который изменяется обратно пропорционально квадрату частоты при $\frac{\nu^2}{\omega^2}\ll 1$.

Для частотного диапазона выше 1 кгц $\frac{\nu^2}{\omega^2}\ll 1$ и

$$G(\omega)=\frac{K}{\omega^2}=K\omega^{-2}. \qquad (20)$$

Полученный результат хорошо согласуется с формулой, приведенной в [1], $G(f)=N_1f^{-b}\frac{B}{F}$ и результатами экспериментальных исследований, приведенных в этом же источнике.

3. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ АМПЛИТУДНЫХ ЗНАЧЕНИЙ АКУСТИЧЕСКИХ ПОМЕХ

Как уже указывалось ранее, внешние акустические помехи представляют собой хаотические последовательности импульсов со случайными амплитудами. Предположим, что большое число N независимых импульсов $\xi_1,...,\xi_N$ действует на некоторое приемное устройство в порядке возрастания их индексов. Обозначим через x_i суммарный эффект, достигнутый в результате действия импульсов $\xi_1,....,\xi_i$. В некоторых случаях можно считать, что прирост, вызванный импульсом ξ_{i+1}, достаточно мал и пропорционален ξ_{i+1} и некоторой функции $g(x_i)$

$$x_{i+1}-x_i=\xi_{i+1}g(x_i). \qquad (21)$$

Рассмотрим сумму

$$\xi_1+\xi_2+\ldots+\xi_N=\sum_{i=0}^{N-1}\frac{x_{i+1}-x_i}{g(x_i)}. \qquad (22)$$

Так как прирост от каждого импульса мал, то приближенно

$$\xi_1+\xi_2+\ldots+\xi_N=\int\limits_{x_0}^{x_N}\frac{dS}{g(S)}, \qquad (23)$$

где $x = x_N$ обозначает окончательный эффект, а x_0 — начальное значение.

Согласно центральной теореме Ляпунова при большом числе N независимых импульсов ξ_i сумма (23) будет распределена нормально. Полагая $g(S)=S$ (прирост от каждого импульса прямо пропорционален уже накопившемуся эффекту и воздействующему импульсу), получим, что величина ℓgx распределена нормально. Поэтому случайная величина x называется распределенной логарифмически нормально.

При исследованиях помех измеряемой величиной x является огибающая напряжения помехи в приемнике, обозначая которую через A, можно записать выражение для плотности вероятности

$$w(\ell gA)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{\ell gA}}e^{-\frac{\left(\ell gA-\overline{\ell gA}\right)^2}{2\sigma^2_{\ell gA}}}. \qquad (24)$$

Применимость логарифмически нормального закона для аппроксимации амплитудных характеристик импульсных помех на выходе избирательного устройства с переменной полосой пропускания отмечается также в работах [7, 8].

Во многих практических случаях расчетов помехоустойчивости приемников акустических локаторов удобно выражать уровни сигналов и помех в децибелах относительно некоторого фиксированного уровня. Найдем выражение для плотности вероятности логарифмически нормального закона распределения в этом случае.

Обозначая $\ell gA=z$, получим

$$w(z)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_z}e^{-\frac{(z-\bar{z})^2}{2\sigma_z^2}}.$$

Амплитуда напряжения сигнала в децибелах

$$y=20\ell gA.$$

Видно, что $y=Cx$.

В соответствии с задачей преобразования переменных [5], будем искать $w(y)$ по формуле:

$$w(y)=w\left[\varphi(y)\right]\varphi'(y), \qquad (25)$$

где $\varphi(y)=z, \quad z=\frac{1}{C}, \quad \varphi'(y)=\frac{1}{C}.$

$$w(y)=\frac{1}{C}\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_z}e^{-\frac{(y-\bar{y})^2}{2C^2\sigma_z^2}}. \qquad (26)$$

Учитывая одно из основных свойств дисперсии $D(Cz)=C^2D(z)$, найдем

$$\sigma_z^2=\frac{\sigma_y^2}{C^2}.$$

Подставим полученное значение в выражение (26):

$$w(y)=\frac{1}{C}\frac{1}{\sqrt{2\pi}\cdot\frac{\sigma_y}{C}}e^{-\frac{(y-\bar{y})^2}{2C^2\frac{\sigma_z^2}{C^2}}}=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_y}e^{-\frac{(y-\bar{y})^2}{2C^2\sigma_y^2}}. \qquad (27)$$

Заменяя y его значением в децибелах $y=A_{(\partial\delta)}$, окончательно имеем

$$w_{(A_{\partial\delta})}=\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2_{A_{\partial\delta}}}}e^{-\frac{\left(A_{\partial\delta}-\bar{A}_{\partial\delta}\right)^2}{2\sigma^2_{A_{\partial\delta}}}}. \qquad (28)$$

ВЫВОДЫ

На выходе измерителя акустических помех распределение выраженных в децибелах мгновенных значений огибающей суммарной помехи описывается нормальным законом. Последнее обстоятельство позволяет применить для обработки результатов наблюдений хорошо разработанные в математической статистике методы оценок нормально распределенной случайной величины.

Основной особенностью логарифмически нормального распределения является его асимметричность. Существенно также указать на то, что отношение действующего значения логарифмически нормального шума к среднему значительно больше, чем у релеевского или нормального шума.

Это объясняется тем, что в напряжении индустриальных акустических помех большие выбросы встречаются значительно чаще, чем в нормальном шуме. Некоторые типы индустриальных акустических помех как бы состоят из нормального шума, перемешанного с импульсным шумом, при этом частота следования импульсов последнего подчиняется случайному закону.

Представленные в работе результаты теоретических исследований представляют определенную основу для оптимизации выбора частот акустического зондирования и разработки алгоритмов обработки сигналов в акустических локаторах.

Литература.

[1] *Красненко Н.П.* Акустическое зондирование атмосферного пограничного слоя. – Томск: 2001. – 278 с.

[2] *Н.П. Красненко, Д.С. Раков.* Характеристики фонового окружающего шума в атмосфере и их взаимосвязь с параметрами среды. Акустические измерения и стандартизация. Ультразвук и ультразвуковые технологии. Атмосферная акустика. Акустика океана. Сборник трудов XVI сессии Российского акустического общества. Т. 2. – М.: ГЕОС, 2005. – 357 с.

[3] *Харкевич А.А.* Спектры и анализ. – М.: ГИФМЛ, 1962. – 272 с.

[4] *Каневский З.М.* Вероятностные задачи в радиотехнике. – М.: Энергия, 1966. – 161 с.

[5] *Левин Б.Р.* Теоретические основы статистической радиотехники, т.1. – М.: Сов. радио, 1966. – 453 с.

[6] *Тихонов В.И.* Статистическая радиотехника. – М.: Сов. радио, 1966. – 523 с.

[7] *Венчковский П.Б.* Помехи в каналах телемеханики. – М.: Энергия,1966. – 118 с.

[8] Певницкий В.П., Француз А.Г. О статистических распределениях амплитуд импульсов радиопомех. Создаваемых электроустройствами. «Электросвязь», 1958. № 9.

Поступила в редколлегию 23.12.2008

Зубков Олег Викторович, кандидат технических наук, доцент кафедры радиоэлектронных систем ХНУРЭ. Область интересов: обработка принимаемых сигналов в системах дистанционного зондирования атмосферы, автоматизированные системы управления технологическими процессами.