

# КОМПЬЮТЕРНАЯ ИНЖЕНЕРИЯ И ТЕХНИЧЕСКАЯ ДИАГНОСТИКА



УДК 681.323

## ИТЕРАЦИОННЫЙ АЛГОРИТМ СИНТЕЗА ИЗОБРАЖЕНИЯ В РАСТРОВОЙ ГРАФИКЕ РЕАЛЬНОГО МАСШТАБА ВРЕМЕНИ

ГУСЯТИН В.М.

Для метода обратного трассирования предлагается универсальный алгоритм поиска точки пересечения проекционного луча с поверхностями, заданными в неявной форме. Для реализации целесообразно использовать параллельно-конвейерные структуры с простыми арифметическими операциями сдвига, сравнения, сложения и выборки из памяти, число тактов которых определяется в основном точностью вычислений.

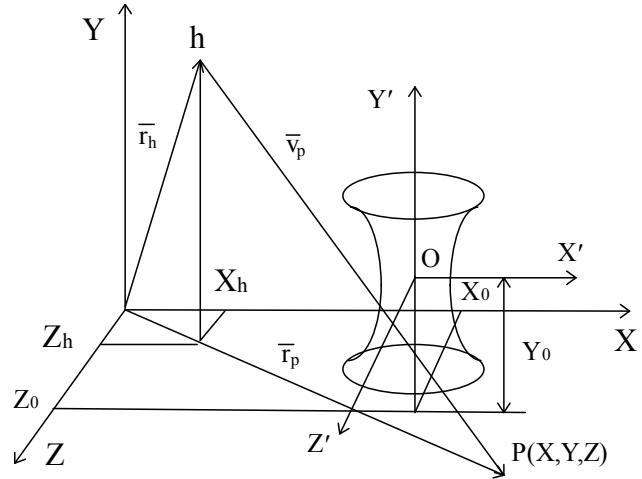
Синтез изображений высокой реалистичности в реальном масштабе времени (РМВ) является задачей, требующей для своего решения больших вычислительных мощностей. Поэтому поиск и разработка алгоритмов, снижающих подобные требования к вычислителям, являются актуальными.

При решении задачи синтеза методом обратного трассирования в растровой графике [1,2] необходимо найти точку пересечения проекционного луча (ПЛ) с поверхностями графического примитива (ГП), моделирующего какой-либо элемент сцены. Существующие алгоритмы разработаны для случая, когда имеется возможность аналитического решения исходной системы [1]. Параллельно-конвейерная структура аппаратной части, реализующей такие алгоритмы, содержит большое количество разнообразных операционных устройств для выполнения времяземких операций умножения, деления, извлечения корня и т.п., а также большое число тактов конвейера при задержках на один такт в пределах единиц наносекунд [3]. Такие сложные структуры предъявляют высокие требования к величине погрешности входных переменных для получения необходимой точности решения на выходе.

Построим итерационный алгоритм на основе математической модели, изложенной в [2].

На рисунке представлены геометрические элементы решаемой задачи. Введена правая система координат (с/к)  $XYZ$ , в которой задано положение центра проекции  $h(X_h, Y_h, Z_h)$ . Положение ГП опре-

делено в (с/к)  $X'Y'Z'$ , центр которой задан относительно (с/к)  $XYZ$  координатами  $X_0, Y_0, Z_0$ . Для определенности на рисунке показан однополостной гиперболоид. Показан также проекционный луч  $hP$ , где  $P$  есть точка пересечения проекционного луча с любой из базовых плоскостей. К базовым отнесем плоскости  $XY, XZ, YZ$ , в которых лежат оси (с/к)  $XYZ$ , а также любые другие плоскости, параллельные указанным. Базовые плоскости обычно ограничивают объем геометрически моделируемой сцены.



### Геометрические элементы задачи

В соответствии с [2] координаты точки пересечения  $P(X, Y, Z)$  проекционного луча с базовыми плоскостями могут быть найдены из векторного уравнения

$$\vec{r}_p = \vec{r}_h + \vec{v}_p \cdot t. \quad (1)$$

Далее распишем (1) через компоненты векторов этого уравнения на осях  $X, Y, Z$ :

$$X = X_h + X_p, \quad Y = Y_h + Y_p, \quad Z = Z_h + Z_p, \quad (2)$$

где  $X_p, Y_p, Z_p$  – проекции на оси (с/к)  $XYZ$  вектора  $\vec{v}_p$ , соответствующего на рисунке проекционному лучу  $hP$ .

Используя (2), запишем координаты произвольной точки на линии  $hP$  в параметрической форме:

$$x = X_h + X_p \cdot t, \quad y = Y_h + Y_p \cdot t, \quad z = Z_h + Z_p \cdot t, \quad (3)$$

где  $t$  – параметр;  $t \in \{0 \dots 1\}$ .

В дальнейшем поверхности, с которыми пересекается ПЛ в пределах одного ГП, считаем предварительно выделенными из всего множества поверхностей до начала работы итерационного алгоритма. Запишем уравнения поверхностей в общем виде:

$$F(X, Y, Z) = 0, \quad F_1(X, Y, Z) = 0, \quad F_2(X, Y, Z) = 0, \quad (4)$$

$$F_1(X, Y, Z) = 0, \quad F_2(X, Y, Z) = 0 \dots F_n(X, Y, Z) = 0. \quad (5)$$

Система (4) описывает ГП в виде поверхности вращения 2-го порядка  $F(X, Y, Z) = 0$ , ограниченной вдоль оси вращения плоскостями  $F_1$  и  $F_2$ . Система (5) описывает ГП (либо выпуклый многогранник, ограниченный плоскостями  $F_1 \dots F_n$ , либо, в простейшем случае, одну плоскость).

Решение систем уравнений (3), (4) или (3), (5) для нахождения точек пересечения  $P_1$  и  $P_2$  будем искать итерационным методом. Для этого параметр  $t$  запишем в виде

$$t_{k+1} = t_k + \xi_k \cdot \delta_k, \quad (6)$$

где  $k$  – номер шага итераций;  $k \in \{0, 1, 2 \dots n\}$ ;  $\xi_k$  – коэффициент, задающий направление движения на

$k$ -м шаге итераций,  $\xi_k \in \{1, -1\}$ ;  $\delta_k$  – величина  $k$ -го шага итераций

$$\delta_k = 2^{-k}. \quad (7)$$

С учетом (6) система (3) примет вид:

$$x_k = X_h + X_p \cdot t_k, y_k = Y_h + Y_p \cdot t_k, z_k = Z_h + Z_p \cdot t_k. \quad (8)$$

Для упрощения записи введем обозначения:  $F_i(x_k, y_k, z_k) = F_i(k)$ ;  $F_i(x_h, y_h, z_h) = F_i(h)$ , где  $i$  – номер поверхности.

Здесь следует подчеркнуть, что  $F_i(h)$  не изменяется в течение обработки одного кадра динамического изображения. Перед началом итерационного процесса для каждого пикселя изображения в соответствии с [2] вычисляются параметры ПЛ.

Один шаг итерационного процесса состоит из следующих вычислений:

1. Для выбранной поверхности  $F_i$  вычисляется  $F_i(h)$  и оцениваются отношения

$$F_i(h) \leq 0; F_i(h) > 0. \quad (9)$$

2. Определяется  $\xi_k$  по результатам предыдущего шага (см. далее).

3. Вычисляется  $t_k$  в соответствии с (6).

4. Для выбранной плоской поверхности вычисляется  $F_i(k)$  и оцениваются отношения

$$F_i(k) \leq 0; F_i(k) > 0. \quad (10)$$

Если выбранной оказывается поверхность вращения, то на каждом шаге вычисляются две величины  $F_k = F(t_k)$  и  $\tilde{F}_k = F_k(t_k \pm 2^{-n})$ . Выбор знака “±” не имеет принципиального значения. Для определенности в дальнейшем выберем знак “–”.

5. Определяется параметр  $\Delta F_k$ :

$$\Delta F_k = F_k - \tilde{F}_k \quad (11)$$

и оцениваются отношения

$$\Delta F_k \leq 0; \Delta F_k > 0. \quad (12)$$

Начальные условия для нулевого шага:  $k=0$ ,  $t_0=1$ ,  $\xi_0=0$ .

В пунктах 1–5 приведен возможный полный набор выполняемых операций на каждом шаге. Однако в зависимости от типа поверхности и результата вычислений на  $k$ -м шаге количество операций может изменяться в сторону уменьшения.

Важнейшим моментом в построении итерационного процесса является определение коэффициента  $\xi_k$ . Найдем условия для определения  $\xi_k$ . Они в существенной мере зависят от типа поверхности, которую пересекает ПЛ. Поэтому дальнейшее рассмотрение построения итерационного процесса выполним на конкретных примерах практически наиболее часто используемых поверхностей.

Пример 1. Пусть  $F(X'Y'Z')=0$  – плоскость, заданная в с/к  $X'Y'Z'$ . Рассмотрим два случая.

Случай 1. Плоскость  $F(X'Y'Z')=0$  пересекается ПЛ. Тогда нахождение точки пересечения хорошо сопоставляется с задачей поиска точки на отрезке  $hP$  длиной  $t_0=1$  в относительных единицах. Наиболее рациональным по аппаратным затратам и числу шагов для достижения заданной точности является метод дихотомии. В нашей задаче ищется экстремум-минимум модуля величины  $F(x_k, y_k, z_k) = F_i(k)$  за определенное число шагов. Значение этой величины  $F_k$  на  $k$ -м шаге удобно выбрать в качестве параметра-индикатора (ПИ), позволяющего оценить ситуацию в итерационном процессе и определить правильное направление следующего шага итерации. Оценку ПИ следует проводить с учетом параметра  $F_h$ , указывающего на положение центра проекции  $h$  по отно-

шению к плоскости. Параметр  $F_k$  в процессе итерации может принимать значения  $F_k > 0$ ,  $F_k < 0$ ,  $F_k = 0$ . Тогда в общем случае условия определения  $\xi_k$  имеют вид

$$\xi_k = \begin{cases} 1, F_k > \varepsilon \\ 0, |F_k| \leq |\varepsilon| \\ -1, F_k < -\varepsilon \end{cases}; \quad \xi_k = \begin{cases} 1, F_k < -\varepsilon \\ 0, |F_k| \leq |\varepsilon| \\ -1, F_k > \varepsilon \end{cases}$$

$$F_h > 0 \quad F_h < 0$$

где  $\varepsilon$  – допустимая абсолютная погрешность отключения от нуля величины  $F_k$  на последнем шаге итераций.

В случае, когда  $\xi_k=0$ , при использовании универсального вычислителя итерационный процесс можно завершить, так как координаты текущей точки  $x_k$ ,  $y_k$ ,  $z_k$ , вычисленные на этом шаге, соответствуют координатам точки пересечения с заданной плоскостью. Однако учитывая, что максимальная производительность достигается при параллельной конвейерной структуре вычислителя, случай  $\xi_k=0$  нарушает однородность структуры и ритм работы конвейера.

С учетом изложенного запишем условия определения  $\xi_k$  следующим образом:

$$\xi_k = \begin{cases} 1, F_k > 0 \\ -1, F_k \leq 0 \end{cases}; \quad \xi_k = \begin{cases} 1, F_k \leq 0 \\ -1, F_k > 0 \end{cases} ; \quad (13)$$

$$F_h > 0 \quad F_h < 0$$

В этом случае на последнем шаге итераций  $k_{max}=n$  будут получены координаты точки пересечения ПЛ с плоскостью  $F(X'Y'Z')$ , не ограниченной в пространстве. На практике ГП – плоскость, всегда ограничена в пространстве каким-либо образом. Поэтому для завершения итерационного процесса следует добавлять еще один шаг, на котором проверяется соответствие полученных координат  $X_n$ ,  $Y_n$ ,  $Z_n$  отношениям

$$\underline{X} \leq X_n \leq \bar{X}, \underline{Y} \leq Y_n \leq \bar{Y}, \underline{Z} \leq Z_n \leq \bar{Z}, \quad (14)$$

где  $\underline{X}$ ,  $\bar{X}$ ,  $\underline{Y}$ ,  $\bar{Y}$ ,  $\underline{Z}$ ,  $\bar{Z}$  – допустимые соответственно нижние и верхние значения вычисленных координат плоскости, ограниченной в пространстве.

Случай 2. Плоскость  $F(X'Y'Z')=0$  не пересекается ПЛ. Тогда одновременно на нулевом шаге выполняются отношения

$$F_h > 0, F_0 > 0, \text{ либо } F_h < 0, F_0 < 0. \quad (15)$$

В этом случае итерационный процесс завершается на подготовительном нулевом шаге.

Пример 2. Пусть  $F(X'Y'Z')=0$  – поверхность вращения 2-го порядка, центральная относительно с/к  $X'Y'Z'$ . Рассмотрим два случая.

Случай 1. Поверхность  $F(X'Y'Z')=0$  не пересекается ПЛ. Необходимым условием существования этого случая является выполнение (15), а также следующих неравенств на каждом шаге итерации в соответствии с (15):

$$F_h > 0, F_k > 0, \text{ либо } F_h < 0, F_k < 0. \quad (16)$$

Достаточным условием существования рассматриваемого случая является выполнение неравенства (16) в точке на ПЛ, наиболее близкой к поверхности  $F(X'Y'Z')=0$ . Для нахождения этой точки будем исследовать параметр-индикатор  $\Delta F_k$ . Таким образом, в рассматриваемом случае одновременно вычисляем две величины  $F_k$  и  $\tilde{F}_k$ , используя на каждом

шаге для этого метода дихотомии. Запишем условия определения  $\xi_k$ :

$$\begin{aligned} \xi_k = & \begin{cases} 1, \Delta F_k > 0 \\ -1, \Delta F_k \leq 0 \end{cases}; \quad \xi_k = & \begin{cases} 1, \Delta F_k \leq 0 \\ -1, \Delta F_k > 0 \end{cases} \\ F_h < 0 & \quad F_h > 0 \end{aligned} \quad (17)$$

Если по завершении итерационного процесса, т.е.  $k_{\max}=n$ , ни на одном из  $k$  шагов не нарушились пары неравенств (16), то ПЛ не пересекает поверхность.

**Случай 2.** Поверхность  $F(X'Y'Z')=0$  пересекается ПЛ. Итерационный процесс в этом случае строится следующим образом. Если на нулевом и последующих шагах пары неравенств (16) не нарушаются, то для нахождения  $\xi_k$  используются условия (17). Как только неравенства (16) на каком-либо шаге нарушились, то, начиная со следующего шага, в качестве ПИ выбираются две величины  $F_1(t_k)$  и  $F_2(t_k)$ , позволяющие одновременно с достижением  $k_{\max}=n$  вычислить две точки пересечения ПЛ с поверхностью: соответственно, ближнюю к  $h$  и дальнюю от  $h$ . Запишем условия определения  $\xi_k$ .

Для первой точки  $P_1$ :

$$\begin{aligned} \xi_k = & \begin{cases} 1, F_{1k} > 0 \\ -1, F_{1k} \leq 0 \end{cases}; \quad \xi_k = & \begin{cases} 1, F_{1k} \leq 0 \\ -1, F_{1k} > 0 \end{cases} \\ F_h > 0 & \quad F_h < 0 \end{aligned} \quad (18)$$

Для второй точки  $P_2$ :

$$\begin{aligned} \xi_k = & \begin{cases} 1, F_{2k} \leq 0 \\ -1, F_{2k} > 0 \end{cases}; \quad \xi_k = & \begin{cases} 1, F_{2k} \leq 0 \\ -1, F_{2k} > 0 \end{cases} \\ F_h > 0 & \quad F_h < 0 \end{aligned} \quad (19)$$

Из (18) и (19) следует, что для случая  $F_h < 0$  координаты точек  $P_1$  и  $P_2$  совпадают. В рассматриваемом итерационном процессе на последнем шаге итераций  $k_{\max}=n$  будут получены координаты точек пересечения  $P_1$  и  $P_2$  ПЛ с поверхностью. На практике длина поверхности вращения часто ограничивается плоскостями  $F_1$  и  $F_2$ .

**Пример 3.** Поверхность  $F(X'Y'Z')=0$ , длина которой ограничена вдоль оси вращения плоскостями  $F_1(X'Y'Z')=0$  и  $F_2(X'Y'Z')=0$ . Нахождение точек пересечения  $P_1$  и  $P_2$  ПЛ с ГП в рассматриваемом примере выполняется следующим образом. Для плоскостей  $F_1$  и  $F_2$  точки пересечения находят в соответствии с примером 1, а для поверхности вращения — в соответствии с примером 2. Итерационные процес-

сы могут выполняться одновременно. По завершении  $k_{\max}=n$  шагов необходимо выполнить еще один шаг, на котором устанавливаются истинные точки пересечения. На этом шаге выполняется проверка неравенств. Для координат точек пересечения ПЛ с плоскостями  $F_1$  и  $F_2$  проверяется выполнение неравенств

$F(X'_1, Y'_1, Z'_1) < 0, F(X'_2, Y'_2, Z'_2) < 0$ , (20)  
где  $X'_1, Y'_1, Z'_1$  и  $X'_2, Y'_2, Z'_2$  — координаты точек пересечения ПЛ с плоскостями соответственно  $F_1$  и  $F_2$ , подставленные в уравнение, описывающее поверхность вращения. Для координат точек пересечения ПЛ с поверхностью вращения  $F(X'Y'Z')=0$  проверяется выполнение какой-либо пары неравенств.

Для первой точки:

$F_1(X'_1, Y'_1, Z'_1) \leq 0, F_2(X'_1, Y'_1, Z'_1) \geq 0$ ,  
либо  $F_1(X'_1, Y'_1, Z'_1) \geq 0, F_2(X'_1, Y'_1, Z'_1) \leq 0$ , (21)  
где  $X'_1, Y'_1, Z'_1$  — координаты первой точки, подставленные в уравнения плоскостей  $F_1$  и  $F_2$ .

Для второй точки:

$F_1(X'_2, Y'_2, Z'_2) \leq 0, F_2(X'_2, Y'_2, Z'_2) \geq 0$ ,  
либо  $F_1(X'_2, Y'_2, Z'_2) \geq 0, F_2(X'_2, Y'_2, Z'_2) \leq 0$ , (22)  
где  $X'_2, Y'_2, Z'_2$  — координаты второй точки, подставленные в уравнения плоскостей  $F_1$  и  $F_2$ .

Совместный логический анализ неравенств (20), (21), (22) позволяет установить, на каких поверхностях оказались истинные точки пересечения.

В заключение отметим, что итерационный алгоритм хорошо реализуется однородной параллельно-конвейерной структурой, число тактов которой определяется требуемой точностью вычислений.

**Литература.** 1. Иванов В.П., Батраков А.С. Трехмерная компьютерная графика. М.: Радио и связь, 1995. 224 с. 2. Гусятин В.М. Математическая модель геометрических преобразований для специализированных растровой графики // Радиоэлектроника и информатика. 1997. №1. С. 86-87. 3. Башков Е.А., Зори С.А. Устройство синтеза реалистичных изображений устилающей поверхности Земли для систем визуализации тренажеров. Донецк: Сб. трудов ДонГТУ. 1996. С. 148-152.

Поступила в редакцию 14.09.98

Рецензент: д-р техн. наук Алипов Н.В.

**Гусятин Владимир Михайлович**, канд. техн. наук, доцент кафедры электронных вычислительных машин ХТУРЭ. Научные интересы: теория и практика построения специализированных растровых графических систем реального времени. Адрес: Украина, 310726, Харьков, пр. Ленина, 14, тел. 40-93-54, 66-61-22.

УДК 681.326

## БЕЗОПАСНОСТЬ В INTERNET. ВОЗМОЖНОСТИ НОВОГО ПРОТОКОЛА IPv6

ФРАДКОВ С.А.

Описываются новые возможности Internet-протокола IPv6, способствующие усилению безопасного обмена конфиденциальной информацией во всемирной Сети.

В августе 1990 г. на конференции IETF (Internet Engineering Task Force) в Ванкувере впервые обсуждалась проблема неспособности Internetправляться с экспоненциальным ростом числа подключенного к

сети оборудования. Изначально, в 1973 г., Internet должен был соединять около сотни компьютеров. Однако с каждым годом все более многочисленные категории пользователей начали подключаться к созданной сети. Вначале это были научные центры и университеты, потом, в 1992 г., Internet был открыт для коммерческой деятельности, расцвет которой мы можем сейчас наблюдать. Так как размер адреса Internet составляет 32 бита, то количество возможных адресов в нем теоретически равно  $2^{32}=4294967296$ . Но так как адреса выделяются не последовательно, а в пределах подсетей класса A (16777214 адресов), B (65534 адреса) и C (254 адреса), и так как количество подключенного оборудования удваивается ежегодно, то специалисты предсказывали полный крах всей сети в 1994 г. Опасения оказались преждевременными, но начиная с 1993 г. были предприняты срочные