

ИССЛЕДОВАНИЕ ТРАНСФОРМАЦИИ ПОГРЕШНОСТЕЙ ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК СРЕДСТВ ИЗМЕРИТЕЛЬНОЙ ТЕХНИКИ ПРИ ИХ ВЗАИМНОМ ПЕРЕСЧЕТЕ

В работе исследованы разные случаи взаимного пересчета полных динамических характеристик средств измерительной техники из динамических характеристик, измеренных в дискретных точках. Изучены возможные трансформации погрешностей измеренной характеристики при ее дальнейшем пересчете. Выводы, полученные в результате проведенного исследования позволяют оптимизировать измерительный эксперимент по анализу динамических свойств средств измерительной техники.

средство измерительной техники, полная динамическая характеристика, погрешность измерения, дискретное измерение, идентификация

Постановка проблемы. Динамические свойства средств измерительной техники (СИТ) описываются динамическими характеристиками (ДХ), которые являются одними из числа их нормируемых метрологических характеристик [1 – 6]. К полным ДХ, которые отражают динамические свойства линейных СИТ, относят дифференциальное уравнение, импульсную характеристику, переходную характеристику, комплексную частотную характеристику и передаточную функцию. Из них непосредственному измерению подлежат переходная и импульсная характеристики и комплексная частотная характеристика при измерении ее как совокупности амплитудно-частотной характеристики (АЧХ) и фазочастотной характеристики (ФЧХ). При этом зачастую возникает необходимость получения (либо пересчета) других ДХ по какой-либо измеренной характеристике. Взаимосвязь между полными ДХ подробно анализируется в [2].

Следует отметить, что в настоящее время с повышением точности и быстродействия СИТ наиболее распространенным является дискретное измерение ДХ, что способствует повышению точности их идентификации, и вопрос взаимного пересчета ДХ в этом случае остается актуальным. Это связано прежде всего с тем, что при косвенном определении ДХ по другой экспериментально полученной ДХ погрешности, появившиеся при измерении последней, трансформируются, что необходимо учитывать. При этом погрешность, имевшая аддитивный характер при измерении ДХ может быть как аддитивной, так и мультипликативной или смешанного вида после пересчета этой ДХ в другую.

Цель работы – исследование трансформации погрешностей измеренных в дискретных точках ДХ при их пересчете в другие ДХ

При дискретном измерении ограниченной по времени (частоте) ДХ при пересчете одной ДХ в другую интегрирование заменяется суммированием полученных дискретных отсчетов исходной ДХ. В этом случае вместо интегральных форм преобразований Фурье и Лапласа используются их дискретные формы. Для взаимного пересчета ДХ применяются следующие выражения.

Для определения переходной характеристики в дискретные моменты времени $i\Delta t$ ($i = 1, 2, \dots$; Δt – период дискретизации сигнала):

– по импульсной характеристике

$$h(i\Delta t) = \Delta t \sum_{n=1}^i g(n\Delta t), \quad (1)$$

где $g(n\Delta t)$ – импульсная характеристика СИТ, измеренная в дискретных точках $n\Delta t$ ($n = 1, 2, \dots, i$);

– по комплексной частотной характеристике – дискретное обратное преобразование Фурье от $W(j\omega)/(j\omega)$:

$$h(i\Delta t) = \frac{\Delta\omega}{2\pi} \sum_{n=1}^N \frac{W(jn\Delta\omega)}{jn\Delta\omega} e^{jn\Delta\omega\Delta t}, \quad (2)$$

где $\Delta\omega$ – период дискретизации по частоте;

$W(jn\Delta\omega)$ – комплексная частотная характеристика СИТ, определенная в $n\Delta\omega$ дискретных точках;

– по передаточной функции СИТ $W(p)$ – дискретное обратное преобразование Лапласа от $W(p)/p$

$$h(i\Delta t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{\alpha-j\infty}^{\alpha+j\infty} \frac{W(p)}{p} e^{ip\Delta t} dp = \frac{1}{2\pi j} \sum_{n=1}^N \frac{W(n\Delta p)}{n} e^{in\Delta p\Delta t}, \quad (3)$$

где Δp – период дискретизации переменной p оператора Лапласа.

Для определения импульсной характеристики:

– по переходной характеристике

$$g(i\Delta t) = \frac{h(i\Delta t) - h[(i-1)\Delta t]}{\Delta t}; \quad (4)$$

– по комплексной частотной характеристике – дискретное обратное преобразование Фурье от $W(j\omega)$

$$g(i\Delta t) = \frac{\Delta\omega}{2\pi} \sum_{n=1}^N W(jn\Delta\omega) e^{jin\Delta\omega\Delta t}; \quad (5)$$

– по передаточной функции – дискретное обратное преобразование Лапласа от $W(p)$

$$g(i\Delta t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{\alpha-j\infty}^{\alpha+j\infty} W(p) e^{ip\Delta t} dp = \frac{\Delta p}{2\pi j} \sum_{n=1}^N W(n\Delta p) e^{in\Delta p\Delta t}. \quad (6)$$

Для определения комплексной частотной характеристики:

– по переходной характеристике

$$W(jn\Delta\omega) = jn\Delta\omega\Delta t \sum_{i=1}^N h(i\Delta t) e^{-jin\Delta\omega\Delta t}; \quad (7)$$

– по импульсной характеристике – дискретное преобразование Фурье от $g(t)$

$$W(jn\Delta\omega) = \Delta t \sum_{i=1}^N g(i\Delta t) e^{-jin\Delta\omega\Delta t}. \quad (8)$$

– по совокупности АЧХ и ФЧХ

$$W(jn\Delta\omega) = A(n\Delta\omega) e^{-j\Phi(n\Delta\omega)}. \quad (9)$$

Для определения передаточной функции

– по переходной характеристике

$$W(p) = p\Delta t \sum_{i=1}^N h(i\Delta t) e^{-ip\Delta t}; \quad (10)$$

– по импульсной характеристике – дискретное преобразование Лапласа от $g(t)$

$$W(p) = \Delta t \sum_{i=1}^N g(i\Delta t) e^{-ip\Delta t}. \quad (11)$$

Поскольку пересчет характеристик осуществляется в дискретных точках (что может привести к появлению некорректных решений), проследим трансформацию погрешностей при пересчете ДХ по формулам (1) – (11). Представленную информацию необходимо использовать в совокупности с данны-

ми о точности используемых средств измерительной техники при выборе ДХ для пересчета в требуемую.

Переходная характеристика $h^*(i\Delta t)$ (1) с учетом погрешностей имеет вид

$$h^*(i\Delta t) = \Delta t \sum_{n=1}^i g^*(n\Delta t),$$

где $g^*(n\Delta t) = g(n\Delta t) + \Delta_g(n\Delta t)$ – импульсная характеристика, измеренная в дискретных точках с погрешностью $\Delta_g(n\Delta t)$.

Это выражение можно представить в виде

$$\begin{aligned} h^*(i\Delta t) &= \Delta t \sum_{n=1}^i [g(n\Delta t) + \Delta_g(n\Delta t)] = \\ &= \Delta t \sum_{n=1}^i g(n\Delta t) + \Delta t \sum_{n=1}^i \Delta_g(n\Delta t) = \\ &= h(i\Delta t) + \Delta t \sum_{n=1}^i \Delta_g(n\Delta t). \end{aligned} \quad (12)$$

Если погрешность $\Delta_g(n\Delta t)$ представляет собой случайную величину с математическим ожиданием

$$M[\Delta_g(n\Delta t)] = \frac{1}{i} \sum_{n=1}^i \Delta_g(n\Delta t) = 0, \text{ то последнее слагаемое в выражении (12) равно нулю, то есть погрешность измерения импульсной характеристики не влияет на погрешность переходной характеристики.}$$

Перед тем, как перейти к рассмотрению трансформации погрешностей при пересчете комплексной частотной характеристики $W(jn\Delta\omega)$ в переходную характеристику $h(i\Delta t)$ с использованием выражения (2), проанализируем выражение (9), поскольку в комплексном виде характеристику $W(jn\Delta\omega)$ можно получить только из экспериментально определенных АЧХ и ФЧХ. С учетом погрешностей при измерении АЧХ и ФЧХ комплексная частотная характеристика (9) имеет вид

$$W^*(jn\Delta\omega) = A^*(n\Delta\omega) e^{-j\Phi^*(n\Delta\omega)},$$

где $A^*(n\Delta\omega) = A(n\Delta\omega) + \Delta_A(n\Delta\omega)$ – АЧХ, измеренная в дискретных точках с погрешностью $\Delta_A(n\Delta\omega)$;

$\Phi^*(n\Delta\omega) = \Phi(n\Delta\omega) + \Delta_\Phi(n\Delta\omega)$ – ФЧХ, измеренная в дискретных точках с погрешностью $\Delta_\Phi(n\Delta\omega)$.

Если расписать это выражение, получим

$$\begin{aligned}
W^*(jn\Delta\omega) &= [A(n\Delta\omega) + \Delta_A(n\Delta\omega)] \times \\
&\times e^{-j[\Phi(n\Delta\omega) + \Delta_\Phi(n\Delta\omega)]} = \\
&= A(n\Delta\omega)e^{-j\Phi(n\Delta\omega)}e^{-j\Delta_\Phi(n\Delta\omega)} + \\
&+ \Delta_A(n\Delta\omega)e^{-j\Phi(n\Delta\omega)}e^{-j\Delta_\Phi(n\Delta\omega)} = \\
&= W(jn\Delta\omega)e^{-j\Delta_\Phi(n\Delta\omega)} \left[1 + \frac{\Delta_A(n\Delta\omega)}{A(n\Delta\omega)} \right].
\end{aligned} \quad (13)$$

Из полученного выражения можно сделать вывод о существенном влиянии погрешностей измерения АЧХ на ФЧХ при их пересчете в комплексную частотную характеристику. Особенно это касается погрешности измерения ФЧХ $\Delta_\Phi(n\Delta\omega)$ вследствие нелинейной зависимости от нее результата $W(jn\Delta\omega)$. Если величины $\Delta_A(n\Delta\omega)$ и $\Delta_\Phi(n\Delta\omega)$

случайны, то множитель $e^{-j\Delta_\Phi(n\Delta\omega)} \left[1 + \frac{\Delta_A(n\Delta\omega)}{A(n\Delta\omega)} \right]$

в общем случае также будет случайной величиной.

При использовании выражения (2) для пересчета комплексной частотной характеристики в переходную характеристику, можно получить следующее выражение с учетом присутствующих погрешностей измерения АЧХ и ФЧХ

$$\begin{aligned}
h^*(i\Delta t) &= \frac{\Delta\omega}{2\pi} \sum_{n=1}^N \frac{W^*(jn\Delta\omega)}{jn\Delta\omega} e^{jn\Delta\omega\Delta t} = \\
&= \frac{\Delta\omega}{2\pi} \sum_{n=1}^N \frac{W(jn\Delta\omega)}{jn\Delta\omega} e^{jn\Delta\omega\Delta t} \times \\
&\times \left[1 + \frac{\Delta_A(n\Delta\omega)}{A(n\Delta\omega)} \right] e^{j\Delta_\Phi(n\Delta\omega)}.
\end{aligned} \quad (14)$$

Аналогичное выражение можно получить и для случая использования выражения (3) для пересчета передаточной функции в переходную характеристику

$$h^*(i\Delta t) = \frac{1}{2\pi j} \sum_{n=1}^N \frac{W^*(n\Delta p)}{n} e^{in\Delta p\Delta t}, \quad (15)$$

Где

$$\begin{aligned}
W^*(n\Delta p) &= W^*(jn\Delta\omega) \Big|_{j\Delta\omega \rightarrow \Delta p} = \\
&= W(n\Delta p) e^{-j\Delta_\Phi\left(\frac{n\Delta p}{j}\right)} \left[1 + \Delta_A\left(\frac{n\Delta p}{j}\right) / A\left(\frac{n\Delta p}{j}\right) \right] -
\end{aligned}$$

передаточная функция, полученная путем пересчета из комплексной частотной характеристики с учетом погрешностей измерения АЧХ и ФЧХ.

При нахождении импульсной характеристики (4) по переходной с учетом погрешностей измерения последней получаем выражение

$$\begin{aligned}
g^*(i\Delta t) &= \frac{h^*(i\Delta t) - h^*[(i-1)\Delta t]}{\Delta t} = \\
&= \frac{h(i\Delta t) + \Delta_h(i\Delta t) - h[(i-1)\Delta t] - \Delta_h[(i-1)\Delta t]}{\Delta t} = \\
&= g(i\Delta t) + \frac{\Delta_h(i\Delta t) - \Delta_h[(i-1)\Delta t]}{\Delta t},
\end{aligned} \quad (16)$$

где $\Delta_h(i\Delta t)$ и $\Delta_h[(i-1)\Delta t]$ – погрешности измерения переходной характеристики в i -й и $(i-1)$ -й дискретных точках

При этом если погрешности $\Delta_h(i\Delta t)$ и $\Delta_h[(i-1)\Delta t]$ случайны, последнее слагаемое выражения (16) также случайно и обратно пропорционально периоду дискретизации Δt .

Выражение (5) для получения импульсной характеристики с учетом погрешностей комплексной частотной характеристики (13) имеет вид

$$\begin{aligned}
g^*(i\Delta t) &= \frac{\Delta\omega}{2\pi} \sum_{n=1}^N W^*(jn\Delta\omega) e^{jn\Delta\omega\Delta t} = \\
&= \frac{\Delta\omega}{2\pi} \sum_{n=1}^N W(jn\Delta\omega) e^{jn\Delta\omega\Delta t} \times \\
&\times \left[1 + \frac{\Delta_A(n\Delta\omega)}{A(n\Delta\omega)} \right] e^{-j\Delta_\Phi(n\Delta\omega)}.
\end{aligned} \quad (17)$$

Выражение (6) для пересчета передаточной функции в импульсную характеристику с учетом погрешностей можно представить в виде

$$g^*(i\Delta t) = \frac{\Delta p}{2\pi j} \sum_{n=1}^N W^*(n\Delta p) e^{in\Delta p\Delta t}, \quad (18)$$

где $W^*(n\Delta p)$ определяется аналогично выражению (13).

При пересчете переходной характеристики в комплексную частотную по формуле (7) последнюю с учетом погрешностей измерения $\Delta_h(i\Delta t)$ можно представить в виде

$$\begin{aligned}
W^*(jn\Delta\omega) &= jn\Delta\omega\Delta t \sum_{i=1}^N h^*(i\Delta t) e^{-jn\Delta\omega\Delta t} = \\
&= jn\Delta\omega\Delta t \sum_{i=1}^N [h^*(i\Delta t) + \Delta_h(i\Delta t)] e^{-jn\Delta\omega\Delta t} = \\
&= W(jn\Delta\omega) + jn\Delta\omega\Delta t \sum_{i=1}^N \Delta_h(i\Delta t) e^{-jn\Delta\omega\Delta t}.
\end{aligned} \quad (19)$$

Если погрешность $\Delta_h(i\Delta t)$ – случайная величина с математическим ожиданием

$$M[\Delta_h(i\Delta t)] = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \Delta_h(i\Delta t) = 0, \quad \text{то и величина}$$

$\Delta_h(i\Delta t) e^{-jn\Delta\omega\Delta t}$ буде случайной с математическим ожиданием, равным нулю, то есть последнее слагаемое выражения (19) будет равно нулю. Из этого

следует, что погрешность измерения переходной характеристики не вносит вклад при пересчете ее в комплексную частотную характеристику.

При использовании выражения (2.19) комплексную частотную характеристику можно записать в виде

$$\begin{aligned} W^*(jn\Delta\omega) &= \Delta t \sum_{i=1}^N g^*(i\Delta t) e^{-jn\Delta\omega\Delta t} = \\ &= \Delta t \sum_{i=1}^N [g(i\Delta t) + \Delta_g(i\Delta t)] e^{-jn\Delta\omega\Delta t} = \\ &= W(jn\Delta\omega) + \Delta t \sum_{i=1}^N \Delta_g(i\Delta t) e^{-jn\Delta\omega\Delta t}. \end{aligned} \quad (20)$$

Если погрешность $\Delta_g(i\Delta t)$ – случайная величина с нулевым математическим ожиданием, то последнее слагаемое выражения (20) будет равно нулю, то есть погрешность измерения импульсной характеристики не влияет на результат при пересчете ее в комплексную частотную характеристику.

При использовании выражений (10) и (11) для пересчета переходной и импульсной характеристик соответственно в передаточную функцию получаем выражения, аналогичные (19) и (20)

$$\begin{aligned} W^*(p) &= p\Delta t \sum_{i=1}^N h^*(i\Delta t) e^{-ip\Delta t} = \\ &= p\Delta t \sum_{i=1}^N [h(i\Delta t) + \Delta_h(i\Delta t)] e^{-ip\Delta t} = \\ &= W(p) + p\Delta t \sum_{i=1}^N \Delta_h(i\Delta t) e^{-ip\Delta t}; \\ W^*(p) &= \Delta t \sum_{i=1}^N g^*(i\Delta t) e^{-ip\Delta t} = \\ &= \Delta t \sum_{i=1}^N [g(i\Delta t) + \Delta_g(i\Delta t)] e^{-ip\Delta t} = \\ &= W(p) + p\Delta t \sum_{i=1}^N \Delta_g(i\Delta t) e^{-ip\Delta t}. \end{aligned} \quad (21)$$

В этих случаях погрешности измерения временных характеристик также не влияют на результат при пересчете этих характеристик в передаточную функцию.

Выводы

Из рассмотренных случаев можно сделать вывод о том, что комплексную частотную характеристику и передаточную функцию предпочтительно получать путем пересчета из временных характеристик (то есть непосредственно измерять временные характеристики), когда погрешность пересчета отсутствует, а не из АЧХ и ФЧХ, зависимость от погрешности которых нелинейна. Переходную и импульсную характеристики по тем же причинам рекомендуется получать путем взаимного пересчета.

ЛИТЕРАТУРА

1. ГОСТ 8.009-84 ГСИ. Нормирование и использование метрологических характеристик средств измерений. – М.: Изд-во стандартов, 1988. – 38 с.
2. ГОСТ 8.256-77 ГСИ. Нормирование и определение динамических характеристик аналоговых средств измерений. Основные положения. – М.: Изд-во стандартов, 1980. – 8 с.
3. МИ 02-001-96 ГСИ. Методика оценивания погрешностей измерения динамических характеристик линейных средств измерений. – Львов: ГНИИ «Система», 1996. – 77 с.
4. МИ 1951-88 ГСИ. Динамические измерения. Термины и определения. – М.: Изд-во стандартов, 1990. – 17 с.
5. РТМ 25.191-75 Средства измерения и автоматизации ГСП. Определение динамических характеристик. – М.: Изд-во стандартов, 1977. – 44 с.
6. МИ 2090-90 Определение динамических характеристик линейных аналоговых средств измерений с сосредоточенными параметрами. Общие положения. – М.: Изд-во стандартов, 1991. – 64 с.

УДК 006.91

Исследование трансформации погрешностей динамических характеристик средств измерительной техники при их взаимном пересчете/ М.П. Сергиенко // **Системы управления навигации и связи. – Харьков. – 2007. – Вып. (). – С. 00 — 00.**

Исследована трансформация погрешностей динамических характеристик средств измерительной техники, измеренных в дискретных точках, при их пересчете в другие динамические характеристики. Обоснована целесообразность выбора в качестве измеряемых для дальнейшего пересчета временных характеристик. Доказано, что погрешности их измерения не влияют на полученные из них другие динамические характеристики.

Библиогр.: 6 назв.

УДК 006.91

Дослідження трансформації похибок динамічних характеристик засобів вимірювальної техніки при їх взаємному перерахуванні/ М.П. Сергієнко // **Системи управління навігації і зв'язку. – Харків. – 2007. – Вип. (). – С. 00 — 00.**

Досліджена трансформація похибок динамічних характеристик засобів вимірювальної техніки, виміряних в дискретних точках, при їх перерахуванні в інші динамічні характеристики. Обґрунтована доцільність вибору в якості вимірюваних для подальшого перерахування часових характеристик. Доведено, що похибки їх вимірювання не впливають на отримані з них інші динамічні характеристики.

Бібліогр.: 6 назв.

UDC 006.91

The research measuring tool's dynamic characteristics error's transformation on conversion each to others/ M.P. Sergienko // **. – Kharkov. – 2007. – №. (). – P. 00 — 00.**

The measuring tool's discrete dynamic characteristics error's transformations on conversion each to others are researches. The advisability by time characteristic for choice to subsequent conversion to other characteristics is well-founded. Its measuring errors are not influence to receiving others dynamic characteristics.

Ref.: 6 items.