Далее имеем

$$f(\mathbf{y}) \le \left\{ \sum_{m' \ne m} [p_N(\mathbf{y}|\mathbf{x}_{m'}) / p_N(\mathbf{y}|\mathbf{x}_m)]^{\lambda} \right\}^{\rho} \tag{22}$$

для всех $y \in Y_N, \rho > 0, \lambda > 0$,

поскольку из определения (17) следует, что для $y \in \widetilde{\Lambda}_m$ правая часть неравенства (22) больше 1, а при $\mathbf{y} \notin \widetilde{\Lambda}_m$ она по крайней мере больше 0.

Подставляя выражение (22) для f(**y**) в (21), получаем

$$P_{E_m} \le \sum_{\mathbf{y}} [p_N(\mathbf{y}|\mathbf{x}_m)]^{1-\lambda\rho} \left\{ \sum_{m' \ne m} [p_N(\mathbf{y}|\mathbf{x}_{m'})]^{\lambda} \right\}^{\rho}, \quad \rho > 0, \lambda > 0. \tag{23}$$

Поскольку λ и ρ представляют собой произвольные положительные числа, можно выбрать $\lambda=1/(1+\rho)$, что дает неравенство

$$P_{E_m} \le \sum_{\mathbf{y}} [p_N(\mathbf{y}|\mathbf{x}_m)]^{1/(1+\rho)} \left\{ \sum_{m' \ne m} [p_N(\mathbf{y}|\mathbf{x}_{m'})]^{1/(1+\rho)} \right\}^{\rho}, \quad \rho > 0. \tag{24}$$

Ясно, однако, что аддитивная граница представляет собой ее частный случай, соответствующий значению r=1 в неравенстве (24).

Литература: 1. *Бурдаков С.Н., Верещак А.П., Гурьев В.Е., Кривенко С.А.* Простая верхняя граница вероятности ошибки диагностирования// Радиоэлектроника и информатика. 2001. № 1. С. 4-6.

Поступила в редколлегию 27.04.2000

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Пресняков И.Н.

Бурдаков Сергей Николаевич, начальник отдела АО НИИРИ. Адрес: Украина, 61054, Харьков, ул. Академика Павлова, 271, тел. 26-52-60.

Верещак Александр Петрович, канд. техн. наук, директор АО НИИРИ. Адрес: Украина, 61054, Харьков, ул. Академика Павлова, 271, тел. 26-52-00.

Гурьев Владимир Ефимович, начальник отдела АО НИИРИ. Адрес: Украина, 61054, Харьков, ул. Академика Павлова, 271, тел. 26-13-10.

Кривенко Станислав Анатольевич, канд. техн. наук, доцент, начальник сектора АО НИИРИ. Научные интересы: радиотехнические системы технической диагностики. Адрес: Украина, 61054, Харьков, ул. Академика Павлова, 271, тел. 26-95-36.

УДК 621.396.96’06

МОДЕЛЬ РАССЕЯНИЯ ВОЛН НА НЕОДНОРОДНОСТЯХ АТМОСФЕРЫ

КАРТАШОВ В.М., САКАЛО С.Н.

Разрабатывается модель рассеивающих объектов систем акустического и радиоакустического зондирования атмосферы в области пространственных спектров. Модель адекватно описывает особенности рассеяния волн на решетках и может использоваться для анализа свойств зондирующих сигналов.

Определение вида и характеристик рассеянного сигнала в задачах зондирования атмосферы акустическими и электромагнитными волнами сопряжено с решением достаточно сложных волновых задач [1,2], что требует специальной подготовки, значительных усилий и не всегда приводит к физически прозрачным результатам. Именно этими обстоятельствами объясняются ошибки и заблуждения, нередко встречающиеся в известной литературе, о которых говорится также в [2].

Для разработчиков систем зондирования атмосферы при решении задач анализа и синтеза зондирующих сигналов, синтеза оптимальных алгоритмов приема, оценки точностных характеристик системы целесообразно иметь более простой и физически наглядный модельный подход, основанный на понятиях и процедурах, используемых в теории систем, который воспроизводит характерные особенности процесса рассеяния и принимаемого сигнала. В данной статье разрабатывается структурно-физическая модель, отвечающая этим условиям и позволяющая с помощью достаточно простых и привычных для инженера преобразований, основанных на аппарате теории линейной фильтрации, определять вид сигнала, рассеянного различными объектами, и его основные характеристики. Возможность рассмотреть рассеяние волн с позиций линейной фильтрации обусловлена линейностью уравнений Максвелла в среде без потерь, а также линейностью волновых уравнений, описывающих распространение и рассеяние звука в диапазоне небольших значений амплитуды.

С целью выяснить характерные для задач зондирования атмосферы особенности процесса рассеяния, учитываемые далее при создании соответствующих моделей, запишем и проанализируем основные соотношения, которые определяют рассеяние электромагнитной волны на звуке. Выражение [3] для рассеянного поля $e_1(\vec{r}_1, t)$, полученное в борновском приближении при достаточно общих предположениях, исходя из нестационарного волнового уравнения, имеет вид

$$\vec{e}_1(\vec{r}_1, t) = -\frac{1}{4\pi c^2} \frac{\partial^2 \vec{I}(\vec{r}_1, t)}{\partial t^2},$$

$$\vec{I}(\vec{r}_1, t) = \iiint s\left(\vec{r}, t - \frac{|\vec{r}_1 - \vec{r}|}{c}\right) \vec{e}\left(\vec{r}, t - \frac{|\vec{r}_1 - \vec{r}|}{c}\right) \frac{d^3 r}{|\vec{r}_1 - \vec{r}|}, \tag{1}$$

где $\vec{r}$ — радиус-вектор точки пространства; t — время; $\vec{e}$ — вектор напряженности электрического поля; s — изменения диэлектрической проницаемости среды, вызванные звуковой волной; c — скорость распространения света. Формула (1) определяет поле в некоторой точке $\vec{r}_1$. Интегрирование здесь производится в пределах области рассеяния, содержащей значимые (отличные от нуля) значения s и e.

Будем считать излучаемые электромагнитную и звуковую волны в пределах рассеивающего объема сферическими волнами, исходящими из точки $\vec{r}_1 = 0$, где расположены центры соответствующих антенн. В этой точке разместим также центр приемной апертуры. Если пренебречь изменением направления поляризации в пределах области рассеяния, то для падающего электромагнитного поля можно записать

$$e(\vec{r}, t) = \frac{E}{r}[r - c(t - t_0)]\exp[-j(\omega t - k_e r)], \qquad (2)$$

где E — комплексная огибающая электрического поля волны; ω — несущая частота; $k_e = \omega / c$ — волновое число; t_0 — промежуток времени между моментами излучения акустического и радиосигнала (время задержки). В (2) и далее векторную величину e записываем в виде скаляра. Акустические колебания представим в виде

$$s(\vec{r}, t) = \frac{S}{r}[r - c_s t]\exp[-j(\Omega t - k_s r)], \qquad (3)$$

здесь S — комплексная огибающая акустического сигнала; c_s — скорость распространения звука; $k_s = 2\pi/\lambda_s$ — волновое число для звука; Ω — несущая частота звука.

Перепишем выражение (1) с учетом (2) и (3) [3], выполнив в нем интегрирование по угловым переменным, дающее постоянный множитель G:

$$e_1(0, t) = \frac{1}{2} G \int_0^{\infty} E[2r - c(t - t_0)] S^* \left[r\left(1 + \frac{c_s}{c}\right) - c_s t \right] \times$$
$$\times \exp\left\{ -j(\omega - \Omega)t + j\left[2k_e - k_s\left(1 + \frac{c_s}{c}\right)\right] r \right\} dr. \qquad (4)$$

Как видно из (4), первое слагаемое в показателе экспоненты не зависит от дальности r и соответствующий сомножитель может быть вынесен за знак интеграла. Этот сомножитель определяет несущую частоту рассеянного сигнала, которая сдвинута относительно излучаемого сигнала на частоту звука Ω. Второе слагаемое в показателе экспоненты содержит параметр расстройки условия Брэгга $q = 2k_e - k_s\left(1 + \dfrac{c_s}{c}\right)$. При существенном отличии q от нуля данный сомножитель вследствие осцилляций подынтегрального выражения “зануляет” значение интеграла.

Проанализировав полученное выражение (4), приходим к выводу, что при фиксированном значении t интеграл в (4) представляет собой корреляционный интеграл функций s и e, описывающих зондирующие акустический и электромагнитный сигналы.

Учитывая общность процессов рассеяния, характерных для акустических и радиоакустических систем зондирования атмосферы, в которых полезный сигнал формируется в результате брэгговского рассеяния волн на пространственно-распределенных неоднородностях в виде решетки, дальнейшие рассуждения представим в общем виде. Выражение, определяющее рассеянные акустический и электромагнитный сигналы, запишем в следующей форме:

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} e(t, 2r) s(t, r) dr. \qquad (5)$$

Для акустических систем под e в (5) будем понимать зондирующий сигнал, под $s(t, r)$ — естественную неоднородность показателя преломления для звуковых волн; $y(t)$ — общее обозначение рассеянного сигнала для акустических и радиоакустических систем.

Правая часть (5) в соответствии с равенством Парсеваля может быть переписана в виде

$$y(t) = \frac{1}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_e\left(t, \frac{k}{2}\right) S_s^*(t, k) dk = \frac{1}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_y\left(t, \frac{k}{2}\right) dk, \qquad (6)$$

где $k = 2\pi / r$ — волновое число;

$S_e(t, k/2), S_s(t, k), S_y(t, k/2)$ — пространственные спектры соответствующих функций, зависящие от времени.

Зависимость пространственных спектров $S_e(t, k/2), S_s(t, k)$ от t соответствует изменению начальной фазы пространственного колебания, что приводит к появлению дополнительного фазового множителя в спектре бегущих синусоидальных волн:

$$S_s(t, k) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t, r) e^{-jkr} dr = e^{-jkc_s t} S_s(k) \approx e^{-j\Omega t} S_s(k),$$

$$S_e\left(t, \frac{k}{2}\right) = \int_{-\infty}^{\infty} e(t, 2r) e^{-jkr} dr = \frac{1}{2} e^{-j\frac{k}{2}ct} \int_{-\infty}^{\infty} e(r) e^{-j\frac{k}{2}r} dr \approx$$

$$\approx \frac{1}{2} e^{-j\omega t} S_e\left(\frac{k}{2}\right), \qquad (7)$$

где c_s — скорость перемещения неоднородности; Ω и ω — временные частоты процессов s и e.

В (7) показатели степени экспонент записаны в предположении $k = k_s$ для первого и $k/2 = k_e$ — для второго уравнений, где $k_s = 2\pi/\lambda_s$; $k_e = 2\pi/\lambda_e$ — пространственные частоты неоднородности и зондирующего сигнала. При этих условиях $k_s c_s = \Omega$, $k_e c = \omega$.

Тогда (6) принимает вид

$$y(t) = \frac{1}{4\pi} e^{-j(\omega - \Omega)t} \int_{-\infty}^{\infty} S_e\left(\frac{k}{2}\right) S_s^*(k) dk. \qquad (8)$$

Как видно из (8), для монохроматических процессов e и s частота принимаемого колебания при выполнении условия Брэгга $2k_e = k_s$ сдвинута относительно излучаемого сигнала на частоту Ω , для радиоакустических систем сдвиг частоты рассеянного радиосигнала равен частоте звука.

Из (6), (8) следует, что пространственный спектр рассеяного сигнала определяется произведением спектров взаимодействующих сигналов:

$$S_y(k/2) = S_e(k/2) S_s^*(k). \qquad (9)$$

Для вещественных сигналов справедливо выражение

$$S_y(k/2) = S_e(k/2) S_s^*(k) = S_e^*(k/2) S_s(k).$$

Если принять во внимание, что рассеивающая волну решетка движется, то пространственное резонансное рассеяние имеет место при условии $2k_e = k_s(1 + c_s / c)$, и выражение (9) соответственно должно быть записано в виде

$$S_y(k/2) = S_e(k/2) S_s^*[k(1 + c_s / c)]. \qquad (10)$$

Поскольку отношение c_s / c для радиоволн в атмосфере очень мало ($\sim 10^{-6}$), то для многих случаев, в частности при анализе энергетических аспектов рассеяния радиоволн, отличие между выражениями (9), (10) можно считать несущественным.

$S_y(t, k/2)$ представляет собой взаимный энергетический пространственный спектр сигналов $e(t,2r)$ и $s(t,r)$. Как известно [4], для вещественных сигналов $\mathrm{Re}[S_y(t, k/2)]$ – четная, а $\mathrm{Im}[S_y(t, k/2)]$-нечетная функции частоты. Вклад в интеграл (6) дает только вещественная часть $S_y(t, k/2)$, поэтому

$$y(t) = \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty \mathrm{Re}\left[S_y\left(t, \frac{k}{2}\right)\right] dk .$$

Применяя равенство Парсеваля к строго полученному соотношению (4), имеем выражение, совпадающее с (8) с точностью до амплитудного множителя K , который зависит только от расстояния до области рассеяния, и множителя, характеризующего сдвиг сигналов в пространстве:

$$e_1(0, t) = K e^{-j(\omega - \Omega)t} \int_{-\infty}^{\infty} S_e\left(\frac{k}{2}\right) S_s^*\left[k\left(1 + \frac{c_s}{c}\right)\right] \times$$

$$\times e^{-jk\left[\frac{c}{2}(t - t_0) - c_s t\right]} dk .$$

Выражение (9) является физически достаточно содержательным и позволяет наглядно интерпретировать многие особенности брэгговского рассеяния на решетках применительно к акустическому и радиоакустическому зондированию атмосферы.

В соответствии с (9) каждая составляющая пространственного спектра падающего сигнала выбирает из спектра неоднородности компоненту, отвечающую условию Брэгга, и рассеивается на ней. Для получения заметного по амплитуде рассеяного сигнала в пространственном спектре неоднородности должны присутствовать компоненты с достаточной амплитудой, лежащие в полосе частот сигнала.

Следовательно, рассеивающая решетка представляет собой некоторый фильтр, характеризующийся в пространстве волновых чисел комплексным коэффициентом передачи $S_s(k)$, а в пространстве расстояний – импульсной характеристикой.

Понятно, что алгоритм формирования отраженного сигнала (5) соответствует линейному фильтру с импульсной характеристикой $s_h(t, r)$, которая является зеркальным отображением в пространстве неоднородности $s_h(t, r) = s(t, r_0 - r)$, где r_0 – координата наиболее удаленной точки рассеивающей области.

Интеграл пространственной свертки, описывающий работу фильтра, имеет следующий вид:

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} e(t, ct - 2r) s_h(t, r) dr . \qquad (11)$$

Спектры неоднородности и импульсной характеристики фильтра связаны соотношением

$$S_s(t, k) = S_{sh}^*(t, k) e^{-jkr_0} .$$

Значение параметра r_0 фильтра определяет задержку рассеянного сигнала в пространстве (во времени), для радиоакустических систем $r_0 = c_s t$.

Импульсные характеристики рассматриваемых объектов в атмосфере в общем случае являются случайными характеристиками, независимые переменные которых – пространство и время. Поэтому их можно представить в виде суммы регулярной $s_{h0}(t, r)$ и флуктуационной $s_{hf}(t, r)$ составляющих: $s_h(t, r) = s_{h0}(t, r) + s_{hf}(t, r)$. Регулярную (когерентную) составляющую импульсной характеристики определим как математическое ожидание $\langle s_h(t, r) \rangle = s_{ho}(t, r)$, она формирует когерентную составляющую в рассеянном сигнале; случайную составляющую $s_{hf}(t, r) = s_h(t, r) - s_{h0}(t, r)$ будем характеризовать корреляционной функцией

$$K(t_1, t_2, r_1, r_2) = \langle s_{hf}(t_1, r_1) s_{hf}(t_2, r_2) \rangle .$$

Эти две статистические характеристики полностью описывают случайный процесс $s_h(t, r)$, определяющий рассеяние волн в атмосфере, значения которого в соответствии с [2] распределены по нормальному закону. Наличие регулярной составляющей $s_{h0}(t, r)$ характерно для радиоакутического зондирования (РАЗ), в акустическом зондировании (АЗ) $s_{h0}(t, r) = 0$ (регулярную компоненту естественного поля неоднородностей, обуславливающую рефракцию волн, в данной модели не учитываем).

Как и в $s_h(t,r)$, в $S_s(k)$, а также в $S_{sh}(k)$, можно выделить усреднением по ансамблю регулярную $S_{s0}(k)$, а также флуктуационную $S_{sf}(k)$ составляющие.

Если учитывать только детерминированную составляющую акустического сигнала в РАЗ, то данный фильтр − фильтр с переменными (во времени и в пространстве) параметрами; в АЗ фильтр, описывающий рассеяние, имеет случайные параметры. Импульсные характеристики объектов (каналов), зависящие только от времени, принято считать системными характеристиками феноменологических моделей. Алгоритмы (5), (11) соответствуют реальному физическому механизму формирования отраженного сигнала и, следовательно, они должны быть отнесены к структурно-физическим моделям.

Физическая сторона работы фильтра состоит в следующем. Для используемой модели взаимодействующие зондирующий сигнал и неоднородность можно представить в виде суперпозиции плоских бегущих волн, распространяющихся строго параллельно:

$$s(t,r) = \int S_s(k_s')\exp[j(k_s' r - k_s' c_s t)]dk_s',$$

$$e(t,r) = \int S_e(k_e')\exp[j(k_e' r - k_e' ct)]dk_e'.$$

Каждая гармоническая составляющая спектра сигнала взаимодействует только с той спектральной компонентой неоднородности, для которой выполняется условие Брэгга $2k_e = k_s(1 + c_s/c)$. Через другие составляющие спектра неоднородности гармоника сигнала в приближении однократного рассеяния проходит не рассеиваясь, поскольку за счет интерференции дифрагированные волны гасятся.

Для рассеянного сигнала можно соответственно записать

$$y(t,r) = \int S_y(k_e')\exp[j(k_e' r - k_e' ct)]dk_e'. \qquad (12)$$

Полагая в (12) $r = 0$, получаем выражение, определяющее процесс преобразования рассеянного сигнала, представленного в пространственной форме, во временное колебание:

$$y(t) = \int S_y(k_e')\exp[-jk_e' ct]dk_e'. \qquad (13)$$

Как следует из (13), спектр временного рассеянного сигнала, формируемого на приемной антенне, полностью определяется его пространственным спектром.

Дополним разработанную модель деталями, позволяющими уточнить частотный состав принимаемого сигнала с учетом доплеровских сдвигов. Каждая гармоническая составляющая пространственного спектра зондирующего колебания в результате рассеяния на соответствующей гармонике неоднородности, движущейся со скоростью c_s, согласно формуле двойного эффекта Доплера [2] приобретает частоту $\omega_p' = \omega'[(1 - c_s/c)/(1 + c_s/c)]$. Полученный при рассеянии сдвиг частоты составляет $\omega' - \omega_p' = 2\omega' c_s / c[1 + c_s/c]^{-1}$. Принимая во внимание условие Брэгга $2k_e' = k_s'(1 + c_s/c)$, запишем: $\omega' = ck_e' = ck_s(1 + c_s/c)/2$.

Тогда $\omega' - \omega_p' = k_s' c_s = \Omega'$, т.е. сдвиг частоты каждой составляющей пространственного спектра сигнала равен временной частоте соответствующей гармоники неоднородности.

Соответствие между данными частотами описывается формулой

$$\Omega' = 2k_e' c_s/(1 + c_s/c). \qquad (14)$$

Используя выражения (9) и (14), можно записать формулу для спектра доплеровских частот $S_g(\Omega')$ рассеянного сигнала:

$$S_g(\Omega') = S_y[\Omega'(1 + c_s/c)/2c_s] =$$

$$= S_e[\Omega'(1 + c_s/c)/2c_s]S_s^*(\Omega'/c_s). \qquad (15)$$

Таким образом, полученные результаты позволяют представить процесс рассеяния зондирующего сигнала на естественных или искусственно созданных неоднородностях атмосферы как прохождение его через некоторый фильтр, характеризующийся в пространстве волновых чисел комплексной частотной характеристикой (или соответствующей ей импульсной характеристикой). Сопутствующие рассеянию изменения вида и параметров сигнала интерпретируются как его частотные и фазовые искажения, определяемые особенностями неоднородности и комплексной частотной (или импульсной) характеристикой.

Литература: 1. *Красненко Н.П.* Акустическое зондирование атмосферы. Новосибирск: Наука, 1986. 168 с. 2. *Каллистратова М.А., Кон А.И.* Радиоакустическое зондирование атмосферы. М.: Наука, 1985. 200 с. 3. *Кон А.И., Татарский В.И.* Частотный спектр сигнала при радиоакустическом зондировании атмосферы // Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1980. Т.16, №3. С. 219-228. 4. *Тихонов В.И.* Статистическая радиотехника. М.: Радио и связь, 1982. 623 с.

Поступила в редколлегию 02.11.2000

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Сухаревский О.И.

Карташов Владимир Михайлович, канд. техн. наук, докторант ХТУРЭ. Научные интересы: методы дистанционного зондирования атмосферы. Увлечения: спорт, автомобиль. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 14, тел. 40-95-87.

Сакало Сергей Николаевич, канд. техн. наук, декан радиотехнического факультета ХТУРЭ. Научные интересы: методы синтеза и анализа антенн. Увлечения: автомобиль. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 14, тел. 40-94-88.