



К ВОПРОСУ АНАЛИЗА КРИТИЧЕСКИХ РЕЖИМОВ СИСТЕМ С ДИНАМИЧЕСКОЙ ЗАЩИТОЙ ОТ ВРЕДНЫХ ВОЗДЕЙСТВИЙ

Аль-Рефаи В.А., Наумейко И.В.

Харьковский национальный университет радиоэлектроники

В развитие [1] рассматривается модель динамической системы, описывающей ситуацию, когда основная подсистема «производит» вредный фактор, а вторая подсистема – защита – пытается его уменьшить абсолютно, или за приемлемую цену. Как эмпирическая базовая модель – основа для модификации – взята система обыкновенных нелинейных дифференциальных уравнений, описывающая основные законы конкуренции. В [1] основные свойства модели сформулированы в виде аксиом (естественных положений) об авто- и взаимной куммулятивности.

Защита $z(t) > 0$ может управляться программно или адаптивно – в зависимости от величины приведенной интенсивности вредного фактора $u(t)$. Стоимость защиты $C = C(z)$ естественно считать монотонно растущей неотрицательной функцией. Ниже предлагаются следующие модификации моделей 1 и 2 из [1].

Вредное воздействие можно записать, в первом приближении, в виде функционала дозы U – интеграла от $u(t)$. Достаточно общий случай системы дифференциальных уравнений, которая описывает поведение системы, имеет вид:

$$u'(t) = \alpha u(t) - \beta z(t) u(t), \quad z'(t) = F(u(t), z(t)), \quad (1)$$

при ограничениях $u(t) > 0, z(t) > z_0$ (z_0 – стационарная защита).

Решение этой системы дифференциальных уравнений не всегда возможно найти аналитически. Поэтому для нахождения функций защиты и вредного воздействия используются численные методы. Система (1) исследована на устойчивость при различных значениях параметров подсистемы защиты (α, β, γ).

Модель. Рассмотрим достаточно реальный случай системы (1):

$$u'(t) = \alpha u(t) - \beta z(t) u(t), \quad z'(t) = \gamma_1 u(t) + \gamma_2 u^2(t) - \delta_1 z(t) - \delta_2 z^2(t). \quad (2)$$

Она не имеет решения в общем виде; в пакете Mathematica получено численное решение системы (2). Однако, все три ее стационарные точки найдем аналитически, приравняв левые части нулю.

Изобразим фазовый портрет (см. рис. 1) системы (2), взяв реальные значения

$\alpha = 0.6, \beta = 0.3, \gamma_1 = 6, \gamma_2 = 10, \delta_1 = 2, \delta_2 = 0.1, z_0 = 12, C_0 = 1200$.

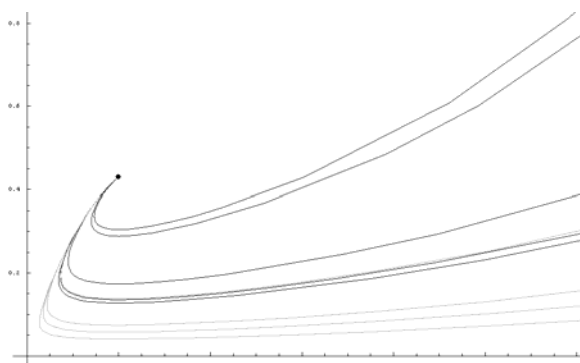


Рис. 1 – Фазовый портрет системы (2) в пространстве (u, z)

Интервал времени, за которое она достаточно приблизится к устойчивому состоянию $z = 2, u = 0.428$, есть $t = 5$ и является приемлемым для нашего случая. Более того, есть возможность уменьшить затраты C_0 на стационарную защиту, уменьшив z_0 .

1. Наумейко И.В. Критические точки динамической модели распределенных вредных факторов // Матер. межд.н.-т.конф. ИСТЭ 2011. - Харьков-Ялта, 1-6 окт.2011. - с.60-61