

РАССЕЯНИЕ ПЛОСКОЙ МОНОХРОМАТИЧЕСКОЙ ВОЛНЫ НА МНОГОСЛОЙНОМ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ЦИЛИНДРЕ

Сашкова Я.В., Одаренко Е.Н.

Харьковский национальный университет радиоэлектроники
61166, Харьков, пр. Ленина, 14, каф. ФОЭТ, тел. (057)702-10-57,

e-mail: oen@kture.kharkov.ua

The scattering of electromagnetic waves by the N-layer dielectric cylinder is considered in this work. A universal calculated project is developed for determine the characteristics of the field scattered by a multilayered cylinder and visualization of the electric field spatial distribution. Amplitude distributions of the electric field for different values of the inner cylinders diameters, material parameters and incident radiation wavelength are obtained.

Введение

Задачи, связанные с рассеянием электромагнитного излучения на цилиндрических структурах, довольно давно привлекают внимание исследователей. Даже в настоящее время, когда хорошо известны закономерности взаимодействия электромагнитных волн с геометрическими объектами с цилиндрической симметрией, не уменьшается количество экспериментальных и теоретических работ по данной тематике. Причиной этого является базовый характер таких объектов для различных отраслей радиоэлектроники и оптики. Дифракция волн на цилиндрах различных конфигураций интенсивно исследуется в радиолокации, геофизике, волоконной оптике, задачах дистанционного зондирования и других отраслях науки и техники [1, 2].

Дополнительный толчок исследованиям в данном направлении был обусловлен бурным прогрессом во внедрении и развитии технологий изготовления материалов с необычными физическими свойствами, которые не встречаются в природе – «метаматериалов». Здесь задачи дифракции на цилиндрических объектах широко исследуются в плане разработки средств их маскировки – так называемый «cloaking» [3]. Особенностью таких структур является наличие оболочки у цилиндра, т. е. в данном случае уже необходимо рассматривать как минимум двухслойную структуру.

Многослойные или составные цилиндры используются также для моделирования оптических волокон и различных устройств градиентной оптики, среди которых наиболее известными являются линзы Лунеберга, Итона-Липмана и «рыбий глаз» Максвелла [4]. Кроме того, если обеспечить периодическое изменение материальных параметров слоев, то на основе многослойных диэлектрических структур можно создать эффективные волноведущие системы микроволнового и оптического диапазонов – брэгговские волноводы [5].

Важным преимуществом структур с цилиндрической симметрией является возможность получения в ряде случаев аналитического решения задачи рассеяния плоской монохроматической волны. Это дает возможность создания эффективных средств расчета различных характеристик рассеянных полей. Кроме того, актуальной является задача разработки универсальных средств для визуализации пространственного распределения компонент электромагнитного поля при рассеянии на структурах различной степени сложности. Многомерная визуализация дает возможность определять общие закономерности взаимодействия электромагнитных сигналов с объектами различной конфигурации и на этой основе разрабатывать новые устройства для управления излучением и анализа его характеристик. В данной работе рассматривается один из аспектов этой проблемы – решение задачи рассеяния плоской волны на многослойном цилиндре и создание расчетного проекта в системе компьютерной алгебры для двумерной визуализации пространственного распределения амплитуды различных компонент электромагнитного поля.

Постановка и решение задачи

Рассматривается бесконечный диэлектрический многослойный цилиндр (количество слоев N) с произвольными материальными параметрами. Образующая цилиндра – координатная ось Oz . Показатель преломления сердцевины n_1 , показатели преломления слоев и их толщина в общем случае разные (n_j, d_j , где j – номер слоя). Вдоль положительного направления оси Ox на структуру падает плоская монохроматическая волна с параллельной поляризацией (вектор напряженности электрического поля параллелен образующей цилиндра). Схема двумерной задачи представлена на рис. 1.

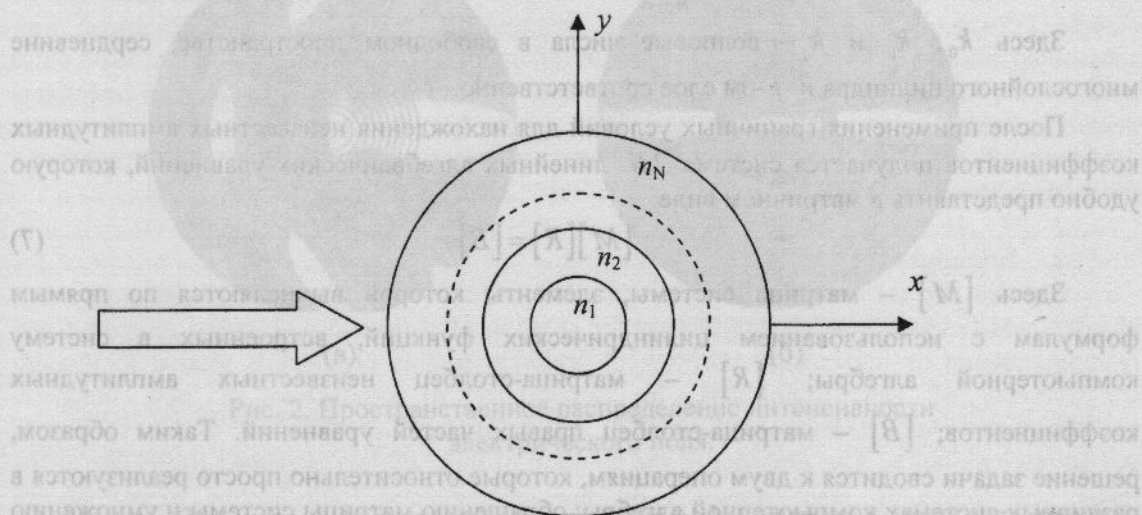


Рис.1 – Схема падения волны на многослойный цилиндр

Уравнение Гельмгольца для предложенной схемы записывается относительно компоненты электрического поля E_z (поскольку рассматривается случай параллельной поляризации):

$$\Delta E_z + k^2 E_z = 0. \quad (1)$$

Решение этого уравнения в цилиндрической системе координат представляется через функции Бесселя первого и второго рода с неизвестными амплитудными множителями:

$$E_z = (C_1 J_m(kr) + C_2 Y_m(kr)) e^{im\varphi}. \quad (2)$$

Ниже приведены записи для компонентов электрического поля внутри и снаружи многослойного диэлектрического цилиндра. Компоненты магнитного поля находятся из этих выражений через уравнения Максвелла. Внутри сердцевины цилиндра учитывается конечность амплитуды поля для $r = 0$, поэтому рассматривается только функция Бесселя первого рода.

Поле, рассеянное цилиндром, обычно представляется в виде цилиндрических функций Ханкеля первого или второго рода в зависимости от знака показателя комплексной экспоненты $e^{\pm i\omega t}$.

Для записи поля волны, падающей на цилиндр, используется представление:

$$E_z^0 = E_0 \sum_{m=-\infty}^{\infty} (-i)^m J_m(k_0 r) e^{im\varphi}. \quad (3)$$

Рассеянная цилиндром волна:

$$E_z^a = E_0 \sum_{m=-\infty}^{\infty} A_m H_m^{(1)}(k_0 r) e^{im\varphi}. \quad (4)$$

Поле внутри сердцевинки цилиндра:

$$E_z^i = E_0 \sum_{m=-\infty}^{\infty} B_m J_m(k_1 r) e^{im\varphi}. \quad (5)$$

Поле в j -м слое оболочки цилиндра:

$$E_{zj}^b = E_0 \sum_{m=-\infty}^{\infty} (C_{mj} J_m(k_j r) + D_{mj} Y_m(k_j r)) e^{im\varphi}. \quad (6)$$

Здесь k_0 , k_1 и k_j – волновые числа в свободном пространстве, сердцевине многослойного цилиндра и j -ом слое соответственно.

После применения граничных условий для нахождения неизвестных амплитудных коэффициентов получается система $2N$ линейных алгебраических уравнений, которую удобно представить в матричном виде:

$$[M][R] = [B]. \quad (7)$$

Здесь $[M]$ – матрица системы, элементы которой вычисляются по прямым формулам с использованием цилиндрических функций, встроенных в систему компьютерной алгебры; $[R]$ – матрица-столбец неизвестных амплитудных коэффициентов; $[B]$ – матрица-столбец правых частей уравнений. Таким образом, решение задачи сводится к двум операциям, которые относительно просто реализуются в различных системах компьютерной алгебры: обращению матрицы системы и умножению ее на матрицу правых частей уравнений:

$$[R] = [M]^{-1} [B]. \quad (8)$$

Используя решение задачи о взаимодействии электромагнитной волны с многослойной цилиндрической структурой, на основе системы компьютерной алгебры MathCAD был разработан расчетный проект по визуализации пространственного распределения амплитуды электромагнитного поля внутри и снаружи структуры.

Анализ результатов

Численные расчеты проводились для частного случая девяти кольцевых слоев одинаковой толщины, причем диаметр сердцевинки многослойной цилиндрической структуры изменялся. Разработанный расчетный проект пригоден для анализа структур со слоями различной толщины, однако этот случай требует отдельного рассмотрения.

На рис. 1 представлена зависимость показателя преломления n многослойного цилиндра от номера слоя. Значение n уменьшается от центра цилиндра к его краям по закону, подобному тому, который реализуется в линзе Лунеберга. Поэтому при анализе рассеяния плоской волны можно предположить фокусировку излучения внутри структуры или на ее поверхности.

На рис. 2 представлены результаты расчета пространственного распределения интенсивности компоненты электрического поля, направленной вдоль образующей цилиндра. Два распределения

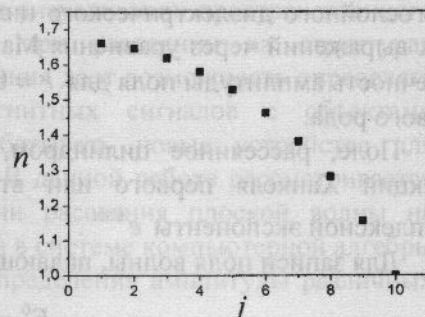


Рис. 1. Распределение показателя преломления по слоям цилиндра.

соответствуют различным параметрам системы – для рис. 2(а) выбиралось соотношение $D/\lambda = 0.24$, где D – диаметр сердцевины многослойного цилиндра; λ – длина волны падающего излучения. Нормированная толщина концентрических слоев $d/\lambda = 0.05$. Распределение на рис. 2(б) соответствует следующим значениям: $D/\lambda = 11$; $d/\lambda = 0.2$. Очевидно, что для обоих рассмотренных случаев приближение геометрической оптики неприменимо и распределение поля определяется закономерностями дифракции плоской волны на исследуемой структуре.

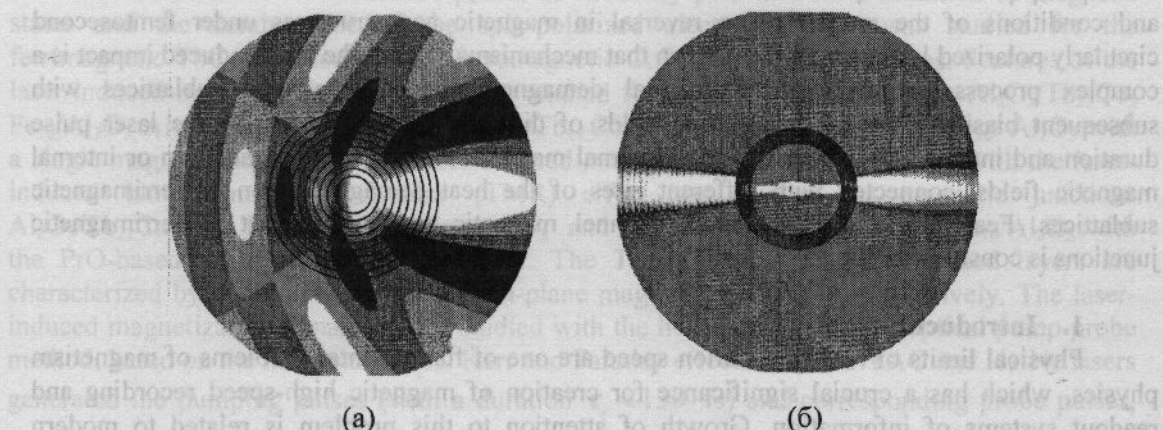


Рис. 2. Пространственное распределение интенсивности электрического поля.

На рис. 2(а), как и предполагалось, излучение фокусируется преимущественно внутри многослойного цилиндра, причем формируется два максимума интенсивности – внутри сердцевины и в окрестности границы цилиндра. Дополнительные расчеты показали, что, варьируя нормированные значения диаметра сердцевины и толщины слоев, можно управлять как положением максимума интенсивности, так и его конфигурацией. Причиной этого является изменение радиального распределения показателя преломления внутри структуры, что подтверждается результатами расчетов, приведенными на рис. 2(б). Здесь происходит не только концентрация излучения на оси, вдоль которой направлен волновой вектор падающего излучения, но и отражение от многослойного цилиндра. Об этом свидетельствуют выраженные интерференционные явления со стороны падающей волны.

Список литературы:

1. Hongo K., Kumazawa M., Hori H. Scattering of electromagnetic plane waves by a circular cylinder // *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*. – 1977. – Vol. 25, No.6. – P. 898 – 900.
2. Lee S.C. Light scattering by a coated infinite cylinder in an absorbing medium // *J. Opt. Soc. Am. A*. – 2011. – Vol. 28, No. 6. – P. 1067-1075.
3. Zolla F., Guenneau S., Nicolet A., Pendry J.B. Electromagnetic analysis of cylindrical invisibility cloaks and the mirage effect // *Optics Letters*. – 2007. – Vol. 32, No. 9. – P. 1069-1071.
4. Котляр В.В., Личманов М.А. Дифракция плоской электромагнитной волны на градиентном диэлектрическом цилиндре // *Компьютерная оптика*. – 2003. – Вып. 25. – С. 11-15.
5. Yeh P., Yariv A., Marom E. Theory of Bragg fiber // *J. Opt. Soc. Am. A*. – 1978. – Vol. 68, No. 9. – P. 1196-1201.