



МЕТОДИКА ОПРЕДЕЛЕНИЯ ФУНКЦИЙ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ РАЗМЕРОВ ЧАСТИЦ ДЛЯ ПОЛИДИСПЕРСНЫХ ПОРОШКОВ

ВОВК А.В., ДИКАРЕВ В.А.

Исследуется процесс оседания частиц в жидкой среде. Рассматриваются зависимости между видом порошков, размерами частиц порошковых смесей и вязкостью среды, в которой производится исследование. Предметом исследования является нахождение распределений частиц порошковых полидисперсных смесей по скорости их оседания. Выводятся формулы, описывающие процессы оседания частиц в зависимости от их дисперсности. Рассматриваются случаи би-, три- и полидисперсных порошков.

1. Введение и постановка задачи

Один из методов определения дисперсного состава тонкоизмельчённых веществ, так называемый седиментационный анализ [1-3], основан на исследовании зависимостей между скоростью оседания частиц в вязких средах и их размерами. Из этих зависимостей можно определить функции распределения частиц по размерам в полидисперсных системах.

Оседание частиц может проходить в жидкости [4] или газовой среде под действием силы тяжести, если анализ проводят в гравитационном поле, или под действием центробежной силы, если анализ проводят в центробежном поле.

Зависимость между скоростями равномерного оседания микроскопических шарообразных частиц, их размерами и плотностью, а также плотностью и вязкостью дисперсионной среды выражается формулой Стокса:

$$v = \frac{H}{T} = \frac{2g(\rho_c - \rho_l)r^2}{9\eta}; \quad (1)$$

где H – высота оседания, см; t – время оседания, с; g – ускорение свободного падения, см/с²; ρ_c – плотность оседающей частицы, г/см³; ρ_l – плотность среды оседания, г/см³; η – вязкость среды оседания, Па*с; r – радиус частиц, см.

Используя (1), найдём радиус частицы:

$$r = \left(\frac{9\eta}{2g(\rho_c - \rho_l)} \right)^{\frac{1}{2}} \sqrt{\frac{H}{t}} = G^{\frac{1}{2}} \left(\frac{H}{t} \right)^{\frac{1}{2}}; \quad (2)$$

$$G = \frac{9\eta}{2g(\rho_c - \rho_l)}.$$

Формула Стокса применима в безграничных средах при условии, что каждая частица оседает независимо от других. Она верна для сильно разбавленных суспензий или газовых взвесей, в которых размеры частиц велики по сравнению с размерами молекул среды и длинами свободного пробега молекул.

Целью исследования является анализ процессов оседания частиц полидисперсных порошковых масс в объёме вязкой жидкости.

Задача работы состоит в выводе формул, позволяющих найти функции распределения размеров частиц порошков с различными дисперсными характеристиками.

2. Влияние среды и дисперсности порошковой массы на скорость оседания частиц

Сила сопротивления среды зависит от режима обтекания частиц, выражаемого числом Рейнольдса:

$$Re = \frac{rv\rho}{\eta}. \quad (3)$$

Закон Стокса выполняется для частиц, характеризующихся числами Рейнольдса, меньшими 0,2.

Рассмотрим время оседания в воде разных по величине частиц кварца ($\rho_c = 2.7$ г/см³) в обычных условиях, т.е. при высотах оседания от 10 до 40 см. Расчеты показали, что в таких цилиндрах частицы радиусом 50 мкм оседают в течение нескольких секунд, когда трудно зарегистрировать изменения в суспензии. Значит, можно сделать вывод о том, что размер 50 мкм является верхним пределом седиментационного анализа. Верхний предел размеров будет еще меньше для веществ с большей плотностью (металлических порошков).

Для крупных частиц, когда нельзя пренебречь инерционными силами, возрастающими при увеличении скорости движения частиц и их размеров, вычисления по формуле Стокса приводят к ошибкам, которые быстро растут по мере увеличения числа Рейнольдса:

при $Re = 0.25$ эта ошибка составляет 4.5% ,

при $Re = 0.5$ – уже 6.5% , при $Re = 1.0$ – 10.5% .

Имеется ряд формул для определения скорости оседания, учитывающих воздействие на частицы инерционных сил. Одна из таких формул была предложена Озееном. Он ввел в формулу Стокса дополнительный член, учитывающий динамическое сопротивление.

В этом случае r определяют по формуле:

$$r = \frac{\frac{9}{8}\rho_l v^2 \pm \sqrt{\frac{81}{64}\rho_l^2 v^4 + 8\eta(\rho_c - \rho_l)gv}}{\frac{4}{3}(\rho_c - \rho_l)g}. \quad (4)$$

При малых скоростях величина v^2 пренебрежимо мала по сравнению с величиной \sqrt{v} в уравнении (4). Поэтому уравнения Озеена используют только при достаточно больших скоростях движения частиц.

При высокой дисперсности порошка броуновское движение частиц становится настолько интенсивным, что обусловленная им скорость диффузии оказывается соизмеримой со скоростью оседания. С учетом этого определяется нижняя граница применимости седиментационного анализа. Значение среднего квадратичного смещения частиц вследствие хаотического молекулярного движения определяется формулой

$$\bar{x}^2 = 2Kt, \quad (5)$$

где K – коэффициент диффузии:

$$K = \frac{RT}{N} \cdot \frac{1}{6\pi\eta r}. \quad (6)$$

Здесь R – газовая постоянная; N – число Авогадро; η – вязкость дисперсионной среды; T – температура.

Если частица велика по сравнению с молекулами дисперсионной среды и шарообразна, то

$$\bar{x}^2 = \frac{RT}{N} \cdot \frac{t}{3\pi\eta r}. \quad (7)$$

Из (1) находим высоту оседания за время t :

$$H = \frac{2r^2(\rho_c - \rho_l)gt}{9\eta}. \quad (8)$$

Оценить размеры частиц, которые не оседают в поле тяготения, можно, сравнив формулы (7) и (8). Для веществ с плотностью около $2,5$ (г/см^3) они будут равны сотым долям микрометра. Обычно этому удовлетворяют порошки крупнее $0,5$ мкм. Седиментационный анализ порошков в вязкой спокойной жидкости может проводиться для частиц размером от 100 до $0,5$ мкм; для порошков тяжелых веществ верхняя граница понижается до 50 – 20 мкм.

Когда размер частиц становится соизмеримым со средней длиной свободного пробега молекулы среды, скорость падения частицы будет больше величины, вычисленной по формуле (1). Поэтому при исследовании процесса оседания частиц не в жидкости, а в газе вводится поправка Кеннингема-Милликена, которая учитывает соотношение между размерами частиц и длиной свободного пробега молекул газа. Формула (1) с такой поправкой имеет вид

$$v = \frac{2r^2(\rho_c - \rho_l)g}{9\eta} \left(L + A \frac{L}{r} \right). \quad (9)$$

Здесь A – константа, полученная при оседании масляных капель в воздухе и равная для воздуха $0,86$; L – длина свободного пробега молекулы (для воздуха средняя величина при комнатной температуре и атмосферном давлении равна $0,7$ – $0,9 \cdot 10^{-5}$ см).

Закон Стокса выведен из предположения о шарообразной форме частиц, но обычно форма частиц порошков не является шарообразной. В этом случае

вместо реальной частицы порошка, оседающей с определенной скоростью, можно рассматривать сферическую частицу из такого же материала, оседающую с той же скоростью. Диаметр такой сферы называют стоксовским. Исходя из практических примеров, небольшие отклонения от шарообразности не оказывают влияния на значения стоксовского диаметра. Существенная разница в величинах сферической и реальной частиц возникает при сильной асимметрии частиц, в случае их игольчатой или пластинчатой формы. Для того чтобы учесть несоответствие реального среднего диаметра частицы и стоксовского диаметра, используют коэффициент формы – χ :

$$\chi = d_s^2 / d_a^2. \quad (10)$$

Здесь d_s – стоксовский диаметр; d_a – средний диаметр, который можно определить микроскопически путем многочисленных промеров в разных направлениях.

За коэффициент формы частицы иногда принимают отношение двух наиболее различных измерений частицы. Практически такие отношения учесть трудно. Для большинства металлических порошков закон Стокса может быть применён с достаточной степенью точности.

При проведении седиментационного анализа основной задачей является нахождение относительного количества частиц различной дисперсности.

3. Седиментационный анализ порошковых смесей

Если порошок состоит из частиц одного размера, то седиментационная кривая накопления осадка во времени – это отрезок прямой (скорость оседания частиц одинакова). Для бидисперсного порошка, т.е. если порошок содержит частицы двух размеров, частицы оседают самостоятельно (рис. 1).

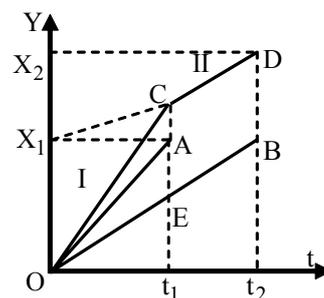


Рис. 1. Построение седиментационной кривой в случае бидисперсного порошка

Отрезок OA представляет собой седиментационную кривую накопления осадка для более крупных частиц первой группы; OB – для частиц второй группы. Суммарная седиментационная кривая – это ломаная OCD , состоящая из двух отрезков I и II . В точке C заканчивается оседание частиц первой группы, а в D – оседание второй группы частиц. Величина OX_2

определяет вес всего осадка. Продлевая CD до оси ординат, получим $OX_1 = At_1 = CE$, что указывает вес осадка частиц только первой группы. Отрезок X_1X_2 , являющийся разностью между OX_2 и OX_1 , определяет количество осадка из частиц второй группы.

Определить размер частиц можно по закону Стокса, пользуясь значениями времени накопления осадка. Для частиц первой группы – это время, соответствующее времени появления излома на кривой седиментации, а для частиц второй группы – время окончания анализа.

Если границы размеров частиц фракций находятся в узких интервалах от r_1 до $r_1 + \Delta r_1$ и от r_2 до $r_2 + \Delta r_2$, то функцию распределения можно определить как содержание частиц в единичном интервале:

$$F(r) = -\frac{\Delta g}{\Delta r}.$$

Суммарная седиментационная кривая для тридисперсного порошка имеет вид:

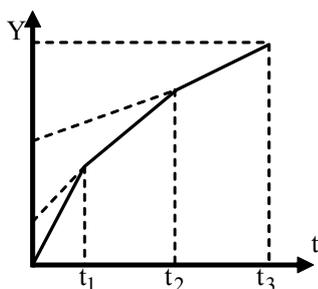


Рис. 2. Построение седиментационной кривой для тридисперсного порошка

В реальных условиях используют порошки, которые состоят из большого количества частиц различных размеров, т.е. полидисперсные системы. Седиментационная кривая накопления осадка для такого порошка представляет собой по форме близкую к параболе и плавную кривую. Как и в случаях с бидисперсными и тридисперсными системами строят аппроксимации этих кривых ломаными (рис. 3).

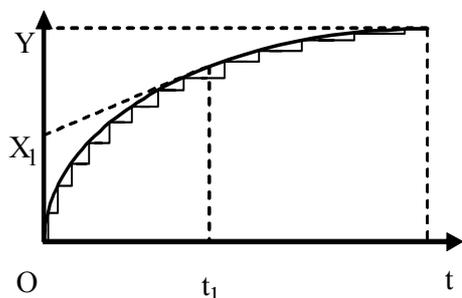


Рис. 3. Построение седиментационной кривой для полидисперсного порошка

Ординаты этой кривой определяют число частиц, которые осели к соответствующему моменту времени, а в осадке находятся все частицы, размер которых больше размера, соответствующего этому моменту времени.

Для того чтобы определить относительное содержание частиц фракции, проводят касательные к кривой накопления осадка в точках, соответствующих интервалу времени оседания фракции и измеряют отрезки ординат, отсекаемые этими касательными (рис. 4).

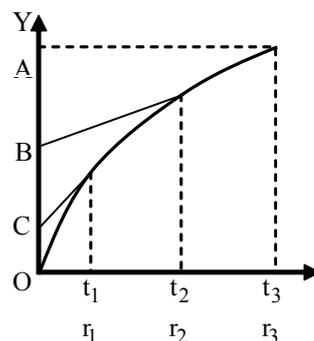


Рис. 4. Кривая накопления осадка

Величина OA на кривой накопления осадка определяет вес всего осадка, величина OC – число частиц с радиусом, большим r_1 , осевших за время t_1 ; величина OB – число частиц с радиусом, большим r_2 , осевших за время t_2 и т.д. Тогда величина CB пропорциональна весу частиц, которые имеют размеры от r_1 до r_2 и осели за время между t_1 и t_2 .

Обозначим через $p(r_n)$ количество частиц с размером меньше r_n , а через $q(r_n)$ – долю частиц с размером больше r_n . Получим соотношение:

$$q(r_n) + p(r_n) = 1. \quad (11)$$

4. Физический смысл функции распределения

В начальный момент времени в суспензии находится некоторое число dq частиц со стоксовскими радиусами, лежащими в пределах от r до dr . Это число можно определить таким образом:

$$dq = F(r)dr, \quad (12)$$

где $F(r)$ – функция распределения.

Из последней формулы

$$F(r) = \frac{dq}{dr}.$$

Отсюда и из (11) $F(r)$ можно представить в виде

$$F(r) = -\frac{dp}{dr}.$$

Относительное количество фракции, состоящей из частиц с размером от r_1 до r_2 , можно определить следующим образом:

$$\Delta q = q(r_1) - q(r_2) = \int_{r_1}^{r_2} F(r)dr. \quad (13)$$

В момент времени t через некоторую плоскость на глубине H пройдут крупные частицы радиусом r_1 , более мелкие частицы, в основном, останутся в слоях, которые находятся выше H . Скорость более крупных частиц, которые полностью осели:

$$v > \frac{H}{t}.$$

Обозначим их массу через q , а массу остальных частиц в осадке – через c . Седиментационная кривая $y = f(t)$ выражает общее количество частиц, которые прошли через плоскость на глубине H (рис. 5).

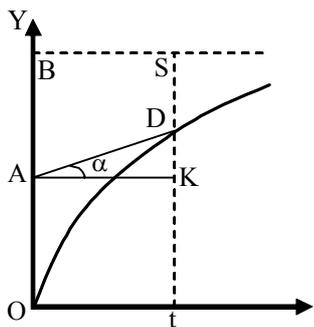


Рис. 5. Расчет седиментационной кривой

Ординате Dt соответствует число частиц $q + c$, осевших в момент времени t . Число частиц, не выпавших в осадок к этому моменту времени, определяется ординатой SD . Прямая BS – предел седиментационной кривой накопления осадка. Построим в точке D касательную к кривой оседания и продлим ее до пересечения с осью ординат. Прямая AK параллельна оси абсцисс.

Скорость оседания в момент времени t определяется формулой:

$$\frac{dy}{dt} = \operatorname{tg} \alpha, \quad (14)$$

где $y = q + c$ – общая масса частиц в осадке.

Производная (14) определяет суммарную скорость накопления осадка в момент t , т.е.

$$\frac{dy}{dt} = \frac{dc_1}{dt} + \frac{dc_2}{dt} + \dots = \sum \frac{dc_i}{dt}. \quad (15)$$

За время от нуля до t скорость оседания каждой фракции постоянна. Общее число частиц всех фракций, выпавших за время t , определяется формулой

$$t \sum \frac{dc_i}{dt} = t \frac{dy}{dt}. \quad (16)$$

Таким образом, $c = t \frac{dy}{dt}$ и

$$q = y - c = y - t \frac{dy}{dt}. \quad (17)$$

Из рис. 5 видно, что $Ot = AK$. Тогда

$$DK = AK \operatorname{tg} \alpha = t \frac{dy}{dt} = c,$$

$$q = y - c = Dt - DK = Kt.$$

Воспользовавшись уравнением (17), можно определить содержание фракции при любых пределах дисперсности (от r_1 до r_2). Вычислив q_1 и q_2 , найдем величину их разности и, значит, количество фракции, состоящей из частиц с размерами от r_1 до r_2 . Про дифференцируем уравнение (17) по времени:

$$\frac{dq(t)}{dt} = -t \frac{d^2y}{dt^2}. \quad (18)$$

Из формулы (1) t можно выразить в виде:

$$t = \frac{GH}{r^2}.$$

Пусть $GH = E$ и $r^2 = x$, тогда $t = \frac{E}{x}$ и $dt = -\frac{E}{x^2} dx$

$$\text{или } dt = -\frac{E}{r^4} 2r dr = -\frac{2}{r} \cdot \frac{E}{r^2} dr = -\frac{2t}{r} dr.$$

Подставляя значение dt в (18), получаем:

$$-\frac{dq}{dr} \cdot \frac{r}{2t} = -\frac{td^2y}{dt^2}. \quad (19)$$

Отсюда

$$F(r) = -\frac{dq}{dr} = -\frac{2t^2}{r} \cdot \frac{d^2y}{dt^2}. \quad (20)$$

Функция (20) определяет общее число частиц в системе с радиусом, меньшим r_1 , величину которого находят по формуле Стокса.

Обычно кривая распределения частиц по размерам имеет один хорошо выраженный максимум и две ниспадающие ветви: более пологую в сторону крупных частиц и более крутую – в сторону мелких.

Такие кривые чаще всего описываются логарифмически нормальной функцией

$$\frac{dN}{dx} = F \left[\frac{(d - d_{\min})(d_{\max} - d)}{d_{\max} - d_{\min}} \right] = F(\mu),$$

где $F(\mu)$ – логарифмически нормальная функция μ ; d – размер частиц, который изменяется в пределах $d_{\min} < d < d_{\max}$.

Иногда кривая распределения может иметь несколько максимумов, тогда ее аналитическое описание еще более сложно.

5. Заключение

Научная новизна состоит в следующем. Найдена функция распределения частиц полидисперсных порошковых смесей по размерам. Эта функция позволяет определять количество частиц различных размеров по скорости их оседания в вязкой среде.

Практическая ценность работы заключается в том, что рассмотренный метод позволяет изучать процессы седиментации полидисперсных порошковых масс с различными физико-химическими характеристиками, размерами и пористостью их поверхности.

Литература: 1. *Коузов П.А.* Основы анализа дисперсного состава промышленных пылей и измельчённых материалов. Л.: Химия, 1987. 264с. 2. *Коузов П.А., Скрябина Л.Я.* Методы определения физико-химических свойств промышленных пылей Л.: Химия, 1983. 143с. 3. *Авдеев Н.Я.* Расчёт гранулометрических характеристик полидисперсных систем. Ростов н/Д: Ростовское книжн. изд-во, 1966. 54с. 4. *Вовк А.В.* Процесс формирования порошковых масс в объёме активной смеси // Радиоэлектроника и информатика. 2007. Ч.2. С. 141-144.

Поступила в редколлегию 29.08.2009

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Кривуля Г.Ф.

Вовк Александр Владимирович, аспирант кафедры прикладной математики ХНУРЭ. Научные интересы: теория вероятностей, случайные процессы. Адрес: Украина, 61100, Харьков, пр. Маршала Жукова, 45, кв. 16, тел. 716-16-88.

Дикарев Вадим Анатолиевич, д-р физ.-мат. наук, профессор кафедры прикладной математики ХНУРЭ. Научные интересы: теория вероятностей, случайные процессы. Адрес: Украина, 61164, Харьков, пр. Ленина, 66, кв. 21, тел. 343-57-03.