

УДК 519.7:007.52; 519.711.3



І.Д. Вечірська

ХНУРЕ, м. Харків, Україна, ira_se@list.ru

АНАЛІЗ МЕТОДУ ПОБУДОВИ ТА ПРИНЦИПІВ РОБОТИ РЕЛЯЦІЙНОЇ МЕРЕЖІ ЯК БАГАТОРІВНЕВОЇ СТРУКТУРИ ПАРАЛЕЛЬНОЇ ДІЇ

В статті досліджено математичні аспекти побудови реляційних мереж мозкоподібних структур як багаторівневих структур паралельної дії на основі алгебри скінченних предикатів. Розвинено теорію лінійних логічних перетворень для обґрунтування механізмів роботи реляційних мереж. Наведено аналіз та перспективи результатів дослідження.

ВІДНОШЕННЯ, ДЕКАРТІВ ДОБУТОК, ЛІНІЙНЕ ЛОГІЧНЕ ПЕРЕТВОРЕННЯ, РЕЛЯЦІЙНА МЕРЕЖА, СТЕПІНЬ ЛІНІЙНОГО ЛОГІЧНОГО ПЕРЕТВОРЕННЯ, ТРАНЗИТИВНЕ ЗАМИКАННЯ

Вступ

Швидке зростання кількості нових технологій веде до появи значного потоку нової термінології, яка не завжди є коректною або ж взагалі змістовно не відрізняється від вже встановлених та виважених часом понять. Ця проблема веде не тільки до плутанини термінів, а, як наслідок, і до виконання зайвих або неправильних дій. За таких темпів інформатизації суспільства стає досить важко відслідкувати всі тенденції і обрати необхідну для конкретної задачі технологію. Хоч це може видаватися і абсурдним, але чим швидше ростуть інформаційні потоки, тим важливішим стає глибинне дослідження математичних засад методів реалізації та суті понять. Людині вже важко сприйняти весь інформаційний потік. Вона моделює всі процеси в своєму мозку, можна сказати – сприймає їх через певну призму. Зазвичай цією призмою виступає логіка. Але закони логіки – це закони обробки імпульсів нейронами мозку [1]. Для того ж щоб повніше сприймати інформацію, необхідно мати якомога ширший базис, носій у вигляді операцій та елементів. На сьогодні вже нікого не дивує твердження, що математика – це образ мислення [2]. Таким чином, математико-логічний апарат мислення людини має бути загальної природи, здатним описувати будь-який об'єкт. Таким апаратом може бути алгебра скінченних предикатів (АСП) (автори – чл. кор. академії наук України М.Ф. Бондаренко та заслужений діяч науки і техніки УРСР Ю.П. Шабанов-Кушнарєнко). Автори АСП розробили математичний апарат, здатний формально описувати відношення, а отже, об'єкти будь-якої природи. Крім того, в рамках наукової школи М.Ф. Бондаренка, Ю.П. Шабанова-Кушнарєнка було досліджено різні математичні структури, такі як логічний аналіз, предикатні категорії, реляційна алгебра та інші, а також розроблено потужний інструментарій для їх подальшого розвитку. Серед останніх розробок [1, 3] – дослідження мозкоподібних структур, що являються математичною моделлю у вигляді реляційної логічної мережі, особливістю якої є паралельна

обробка інформації в усіх вузлах мережі та одночасна обробка інформації не лише у вигляді даних (значення), але й у вигляді знань (предикат). М.Ф. Бондаренко та Ю.П. Шабанов-Кушнарєнко відмічають, що людина вміє передбачувати події та приймати дійові заходи щодо управління ними, звертаючись за допомогою до свого мозку. Основу мозку складає нейронна мережа, що реалізує моделі зовнішнього і внутрішнього світу людини. Інтелект – це база даних, з якої людина дістає необхідні їй відомості. Інтелект – це система відношень, які можна представити у вигляді рівнянь. Інформацію з цих рівнянь добувають шляхом їх розв'язання. Таким чином, мозок – це мережева система паралельної дії, яка розв'язує логічні рівняння.

Реляційна логічна мережа працює за принципами роботи мозку: законами логіки, що описуються основними тотожностями АСП, та обробляє інформацію будь-якого типу внаслідок універсальності алгебраїчного апарату.

Велике значення в теорії реляційних логічних мереж надається формальній постановці задачі. І це теж дуже актуальна проблема на сьогоднішній день. Оскільки виникають цілі галузі науки, де недостатньо розвинений математичний апарат. Такою областю можна вважати штучний інтелект. Існує думка, що у перспективі для розв'язання задачі машиною необхідно буде лише сформулювати її чітку постановку, тобто швидкість і якість розв'язку буде залежати лише від того, наскільки вдало вдасться навести математичну постановку задачі [4]. І саме тут може статися в нагоді математичний апарат АСП, універсальність якого ґрунтується на універсальності поняття відношення та теорії побудови реляційних мереж як засоби моделювання об'єктів довільної природи.

Отже, метою роботи є аналіз методу побудови та принципів роботи реляційної логічної мережі за рахунок розвитку теорії лінійних логічних перетворень як основного інструментарію обробки інформації в мережі та розробка методу знаходження кількісної оцінки її роботи.

1. Побудова реляційної логічної мережі як багаторівневої структури паралельної дії

Побудова реляційної мережі передбачає насамперед глибокий аналіз вихідного відношення. Якщо розглянути деяке багатомісцеве відношення, то слід звернути увагу, що кожна змінна області відправлення, (як і області прибуття), має свою область визначення і область значень. Складність формального опису полягає в тому, що необхідно враховувати всю ієрархію понять. Так, якщо задачею є побудова математичної моделі словозміни якоїсь частини мови, то недостатньо розглянути типи закінчень та властиві їм ознаки. Щоб отримана модель була адекватною, необхідно провести якомога глибший аналіз. А для цього в наведеному прикладі необхідно розбити змінну частину слова (закінчення) на літери, а кожен з присутніх ознак — на їх значення. Далі встановлюють зв'язки між конкретними значеннями змінних та будують систему бінарних відношень.

Зауважимо, що для побудови економної математичної моделі необхідно дослідити всі можливі бінарні відношення. Це дозволить ввести допоміжні вузли для спрощення схеми та підвищити швидкість мережі. Виявлення допоміжних (внутрішніх) вузлів ґрунтується на понятті повного образу і прообразу предмета та на понятті фактор-множини, що являється розбиттям множини, яке відповідає еквівалентності, визначеній на цій множині.

Під розбиттям множини будемо розуміти будь-яку систему непустих підмножин вихідної множини, таких що кожен елемент множини належить одній і тільки одній підмножині. Множини, які належать розбиттю, назвемо класами розбиття або шарами, рівнями розбиття.

Нехай задано множину $M = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$, де x_i — елемент множини M , $x_i \in M$, $i = 1, n$.

Кожній еквівалентності E , визначеній на декартовому добутку множини $M \times M$, можна поставити у взаємно-однозначну відповідність розбиття множини за наступним правилом: якщо $E(x_i, x_j) = 1$, $i, j = 1, n$, тобто $(a_i, a_j) \in E$ ($x_i E u^{a_j}$), то предмети a_i та a_j , яким відповідають значення змінних, потрапляють в один клас розбиття, якщо ж $E(x_i, x_j) = 0$, тобто $(a_i, a_j) \notin E$, то — в різні класи.

Для того щоб знайти розбиття, що відповідає заданій еквівалентності, необхідно визначити класи розбиття за вказаним правилом. Зв'язок між множиною M , еквівалентністю E та розбиттям R — це тримісцеве відношення третього ступеня, де M і E — це відношення першого ступеня, а розбиття R — відношення другого ступеня. Отже, розбиття є функціональним відношенням, яке визначає деяку функцію $f : (M, E) \rightarrow M/E$ третього ступеня.

Таким чином, для довільних відношень отримуємо логічну реляційну мережу як багаторівневу структуру.

Функціональну роботу гілок реляційної мережі забезпечує метод розшарування предикатів [5, 6], який саме й дозволяє виділити бінарні відношення в вихідному n -арному. Метод розшарування предиката (або метод тришарової декомпозиції предиката) ґрунтується на поняттях декомпозиції першого роду предиката, яке дозволяє представити вихідний предикат у більш простому вигляді, та декомпозиції другого роду уже отриманого простішого предиката. Розшарування предикатів дають нам важливу формулу для визначення тришарової декомпозиції предиката E :

$$E(x_1, x_2, \dots, x_n) = D(g_1^{-1}(f_1(x_1)), g_2^{-1}(f_2(x_2)), \dots, g_n^{-1}(f_n(x_n))),$$

де $f_1, f_2, \dots, f_n$, $g_1, g_2, \dots, g_n$ — деякі функції.

Далі наведемо загальний вигляд предиката 2-го роду у зручніший для практичного використання формі за допомогою предиката рівності відображень.

Узагальнене твердження про загальний вигляд 2-го роду предиката на n -арні предикати має вигляд:

$$E(x_1, x_2, \dots, x_n) = \exists v \in B(F_1(x_1, v) \wedge F_2(x_2, v) \wedge \dots \wedge F_n(x_n, v)),$$

де —

$$F_i(x_i, v) = \exists x_1 \in A_1 \exists x_2 \in A_2 \dots \exists x_{i-1} \in A_{i-1} \exists x_{i+1} \in A_{i+1} \dots \exists x_n \in A_n, \\ S(x_1, x_2, \dots, x_n, v),$$

S — функція, яка приписує деякі різні імена v усім наборам змінних $(x_1, x_2, \dots, x_n)$, для яких $E(x_1, x_2, \dots, x_n) = 1$; B — множина усіх таких імен.

Наведений спосіб знаходження характеристичних предикатів використовує певну функцію класифікації S , яка приписує деякі різні імена v усім парам предметів, для яких предикат дорівнює 1.

Таким чином, отримуємо

$$E(x_1, x_2, \dots, x_n) = D_B(f_1(x_1), f_2(x_2), \dots, f_n(x_n)) = \exists u \in B(F_1(x_1, u) \wedge F_2(x_2, u) \wedge \dots \wedge F_n(x_n, u)).$$

Вираз $D(u_1, u_2, \dots, u_n)$ — це предикат n -арної рівності, його зміст можна виразити наступною формулою:

$$D(u_1, u_2, \dots, u_n) = 1 \Leftrightarrow u_1 = u_2 = \dots = u_n.$$

Предикат можна представити як композицію предикатів $H_1, H_2, \dots, H_n$ та D_C :

$$E(x_1, x_2, \dots, x_n) = \exists p_1, p_2, \dots, p_n \in C(H_1(x_1, p_1) \wedge H_2(x_2, p_2) \wedge \dots \wedge H_n(x_n, p_n) \wedge D_C(p_1, p_2, \dots, p_n)).$$

Розробка методу тришарової декомпозиції (рис. 1) (розшарування предиката) здійснювалась шляхом узагальнення: взяли предикат еквівалентності, виключили властивість однозначності — отримали

толерантність; виключили ще властивість рефлексивності, замінивши її квазірефлексивністю (рефлексивність не на всій області визначення, а на її підмножині) — отримали квазітолерантність. Потім прибрати останню властивість симетричності і отримали довільний n -арний предикат.

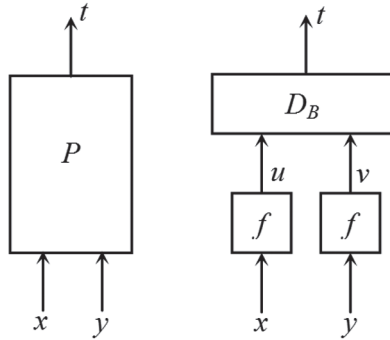


Рис. 1.

Метод тришарової декомпозиції предиката дозволяє представити сам процес трирівневої декомпозиції предиката у вигляді відповідної схеми розшарування. Побудована схемна реалізація реалізує широке розпаралелювання обробки інформації і дозволяє обчислювати результат за декілька тактів. Схема працює в декількох режимах: обчислює значення предиката за заданим, визначає невідомі значення змінних за відомими і т.п.

2. Аналіз принципів роботи реляційної мережі

Реляційна логічна мережа складається з полюсів і гілок, що їх з'єднують. Полюсам відповідають змінні, а гілкам — бінарні відношення, які їх зв'язують. В процесі розв'язання задачі, яку промодельовано логічною мережею, в деякі її полюси надходять відомі знання, а мережа формує знання для інших полюсів. В кінці роботи здійснюється зняття інформації зі вказаних користувачем полюсів. Логічну мережу можна розглядати як схемно реалізовану базу знань, яка здійснює паралельну обробку інформації. В процесі роботи логічної мережі по всіх її гілках здійснюється двостороннє прямуювання інформації, яке супроводжується її перетворенням. Обробка знань в гілках логічної мережі здійснюється лінійними логічними перетвореннями. Ефективність роботи мережі здебільшого визначається правильним вибором методу синтезу архітектури логічної мережі для заданої задачі та вибором лінійних логічних перетворень для кожної з гілок. Економність електронної реалізації логічної мережі та лаконічність подання знань, які вона формує для кожної з задач, в значній мірі визначається вибором методу синтезу схем для кожної з її гілок.

Кожна вершина отриманої схеми характеризується своєю змінною, що визначена на відповідній множині. По суті, кожна така вершина являється не просто значенням змінної x , а одномісцевим

предикатом $P(x)$. Таким чином, в кожній вершині є якась множина, і коли відбувається паралельна передача інформації в інші вершини, то на виході отримуємо також множину значень. В результаті, кожна гілка схеми є лінійним логічним перетворенням, що забезпечує її ефективну роботу.

Кожному полюсу реляційної логічної мережі ставиться у відповідність своя предметна змінна. З кожним полюсом зв'язується область значень змінної цього полюса. Будь-який полюс (вузол) реляційної мережі в будь-який момент часу несе якісь знання про значення змінної (під знаннями розуміємо множину значень, які може набувати змінна в фіксований момент часу). Іншими словами, ці знання можна назвати станом полюса. Якщо зафіксувати стани усіх полюсів, отримаємо систему логічних рівнянь. Реляційна логічна мережа призначена для розв'язання системи рівнянь, які описують роботу мережі у всіх гілках.

Кожному полюсу відповідає своя предметна змінна x_i з областю визначення M_i , ($i = \overline{1, m}$). Пара полюсів x_i і y_j , які з'єднує гілка $K_{ij}(x_i, y_j)$, на першому етапі можна формалізувати у вигляді лінійного логічного перетворення

$$\exists x_i \in M_i (K_{ij}(x_i, y_j) \wedge P_i(x_i)) = Q_{j_{\max}}(y_j). \quad (1)$$

На другому етапі:

$$\exists y_j \in N_j (K_{ij}(x_i, y_j) \wedge P_j(y_j)) = Q_{i_{\min}}(x_i). \quad (2)$$

Лінійно-логічне перетворення мережі здійснює роботу операторів на першому етапі, якщо в мережі діють лише оператори з рівняння (1). Аналогічно визначають другий етап. Якщо в мережі реалізуються обидва етапи, мережа називається комбінованою. Мережа відшукує розв'язання рівняння

$$K(x_1, \dots, x_m) = 1 \quad (3)$$

з обмеженнями, які накладаються на область значень змінних x_i , ($i = \overline{1, m}$), $x_i \in P_i$, де $P_i \subseteq A_i$. Якщо розв'язання рівняння відшукують за складніших обмежень $L(x_1, \dots, x_m) = 1$, то мережу добудовують таким чином, щоб вона відповідала рівнянню $K' = 1$, де $K' = KL$.

Перед тим, як побудувати мережу, що реалізує предикат K , необхідно провести бінаризацію предиката, тобто представити його у вигляді

$$K(x_1, \dots, x_m) = \bigwedge_{\substack{i=1, m \\ j=1, n}} K_{ij}(x_i, y_j).$$

Розв'язання рівняння (3) здійснюється мережею за тактами. На кожному такті одночасно оброблюється інформація всіма лінійними логічними операторами мережі. Мережею на першому етапі після кожного такту здійснюється перетин усіх значень предикатів $Q_{j_{\max}}$, які сходяться з усіх сторін до кожного з полюсів x_i . На другому етапі значення предикатів $Q_{i_{\min}}$, навпаки, об'єднуються.

Мережа на першому етапі може формувати зайві розв'язки, а на другому — може не знайти деякі дійсні розв'язки. В процесі розв'язання рівняння із збільшенням номера такту роботи мережі значення предикатів $Q_{j_{\max}}$ та $Q_{i_{\min}}$ наближуються, причому завжди $Q_{i_{\min}} \leq Q_{j_{\max}}$. На певному такті наближення значень цих предикатів зупиняється. Якщо фіксовані значення зберігаються на двох тактах підряд, то процес розв'язання рівняння (3) закінчується. Якщо для всіх $i = \overline{1, m}$, $j = \overline{1, n}$ виявляється, що $Q_{i_{\min}} = Q_{j_{\max}}$, значить мережа знайшла всі розв'язки.

Розглянемо роботу реляційної мережі на прикладі словозміни прикметників (рис. 2). Формальну модель для мережі було побудовано у [7, 8].

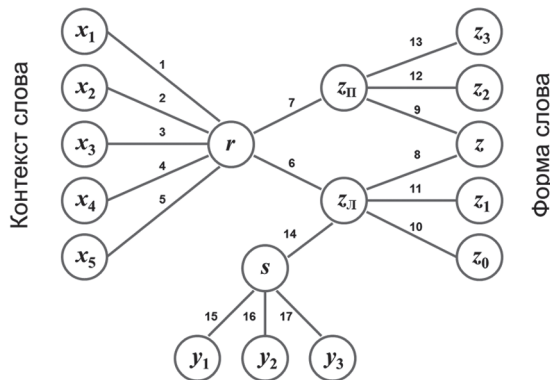


Рис. 2. Логічна мережа для морфологічного відношення

Нехай на початку роботи відомі такі значення (рис. 3): $x_1 = \{ж\}$, $x_2 = \{е\}$, $x_3 = \{Д\}$, $y_1 = \{н\}$, $y_2 = \{б\}$.

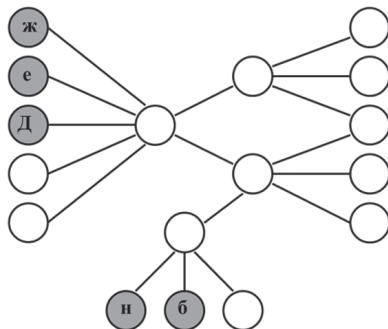


Рис. 3. Вихідні дані

Далі відобразимо роботу мережі за тактами.

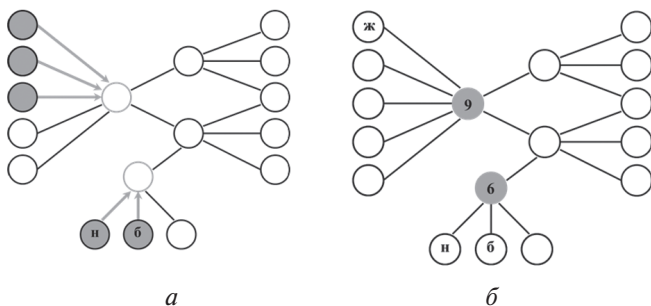


Рис. 4. а — такт 1а; б — такт 1б

На першому етапі 1-го такту було отримано 5 предикатів (рис. 4а). Внаслідок роботи лінійних

логічних операторів на другому етапі проведено 2 порівняння (рис. 4б).

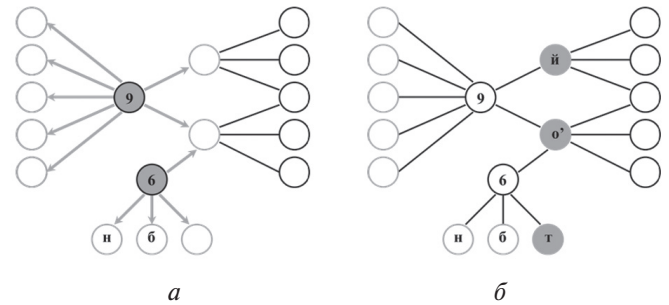


Рис. 5. а — такт 2а; б — такт 2б

На першому етапі 2-го такту було отримано 11 предикатів (рис. 5а). Внаслідок роботи лінійних логічних операторів на другому етапі проведено 10 порівняння (рис. 5б).

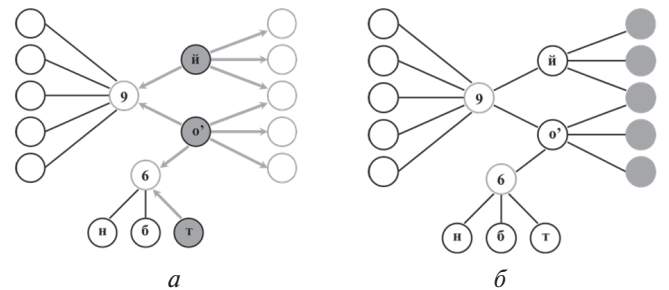


Рис. 6. а — такт 3а; б — такт 3б

На першому етапі 3-го такту було отримано 10 предикатів (рис. 6а). Внаслідок роботи лінійних логічних операторів на другому етапі проведено 7 порівнянь (рис. 6б).

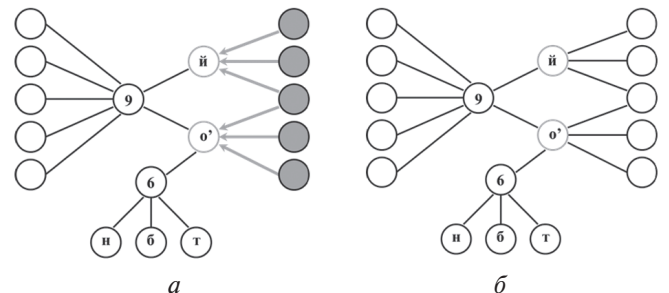


Рис. 7. а — такт 4а; б — такт 4б

На першому етапі 4-го такту було отримано 6 предикатів (рис. 7а). Внаслідок роботи лінійних логічних операторів на другому етапі проведено 2 порівнянь (рис. 7б). Зміни станів не відбулося, роботу логічної мережі було припинено.

3. Розвиток теорії лінійних логічних перетворень для обґрунтування роботи реляційної мережі

Робота мережі здійснюється за рахунок лінійних логічних перетворень.

Лінійне логічне перетворення задає перетворення однієї підмножини значень змінної x з областю визначення M , яку задано предикатом $P(x)$, в відповідну підмножину значень змінної y з областю визначення N , що задано предикатом $Q(y)$.

В роботі [9] було проведено дослідження дій над лінійними логічними перетвореннями, а саме знаходження степеня лінійного логічного перетворення. Формули для знаходження n -ого лінійного логічного перетворення $Q^{(n)}(y)$ та дуального йому $P^{(n)}(x)$ мають вигляд:

$$Q^{(n)}(y) = \bigwedge_{i=1}^n K_i Q(y), \text{ де } K_i = K = K(x, y)K(y, x),$$

$$P^{(n)}(x) = \bigwedge_{i=1}^n K'_i P(x), \text{ де } K'_i = K' = K(y, x)K(x, y).$$

Метод знаходження n -ого лінійного логічного перетворення $Q^{(n)}(y)$ можна розбити на наступні етапи. Спочатку необхідно знайти матрицю K , яка є суперпозицією ядер лінійних логічних перетворень з $P(x)$ в $Q(y)$ і, відповідно, з $Q(y)$ в $P'(x)$: $K = K(x, y)K(y, x)$, де ядро лінійного перетворення можна представити виразом $K(x, y) = \left| a_{ij} \right|_{\substack{i=1, \dots, m \\ j=1, \dots, n}}$,

триця ядра дуального йому лінійного логічного перетворення має вигляд $K(y, x) = \left| a_{ji} \right|_{\substack{i=1, \dots, m \\ j=1, \dots, n}}$. Таким чи-

ном, n -а степінь лінійного логічного перетворення ($n \geq 1$) залежить від виду матриці K . А матриця K , в свою чергу, залежить тільки від області визначення змінної x і не залежить від області визначення змінної y .

Проведені дослідження показали, що якщо при знаходженні n -ого лінійного логічного перетворення було отримано однакові результати на n -ому та $n-1$ -ому кроках, то цей результат отримаємо також і на наступних $n+1$ -ому, $n+2$ -ому і т.д. кроках. Тоді таке лінійне перетворення і є шуканим.

Аналіз статистичних досліджень відіграє важливу роль в теорії реляційних мереж. З наведених в [9] фактів випливає, що швидкість роботи реляційної мережі залежить лише від розмірності підмножини вихідної змінної. Тобто чим більше значень предметної змінної подається на вхід мережі як початкові дані, тим більше кроків буде зроблено мережею до знаходження кінцевого результату.

Таким чином, кількість кроків, за які знаходиться кінцевий результат, прямо залежить від розмірності матриці K . Крім того, за статистичними даними для матриць такого типу розміру $m \times m$ кількість кроків не перевищує m .

Слід відмітити, що в багатьох випадках при знаходженні матриці K як добутку прямої матриці $K(x, y)$ на транспоновану $K(y, x)$ при різних вихідних елементах матриць було отримано однакові K . В деяких випадках було отримано матрицю з нульовими рядком та стовпчиком. Таким чином, розмірність матриці автоматично ставала на порядок нижчою. Тому, не дивлячись на доволі вагомі цифри статистики, з проведення такого роду аналізу можна зробити висновок, що всього декілька видів матриць розміру $m \times m$ використовують m кроків для знаходження остаточного розв'язку.

Інструментарій АСП дозволяє користуватись у дослідженнях різноманітним математичним апаратом. Так, вже було показано як лінійні логічні перетворення можна представити у вигляді графів та матриць, в аналітичному (формульний запис предикатів) вигляді, а також у табличному поданні. Далі розглянемо лінійні логічні перетворення як певні відношення з точки зору теорії множин.

Введемо деякі поняття та твердження теорії лінійних логічних перетворень, які допоможуть обґрунтувати роботу реляційної мережі.

Розглянемо предикат $K = K(x, y)K(y, x)$, що є композицією предикатів, які відображають роботу мережі між двома вузлами в прямому і зворотньому напрямках. Тоді предикат K^n буде визначати степінь лінійного логічного перетворення, де n буде відповідати номеру такту роботи мережі

$$K^n = \underbrace{K \circ \dots \circ K}_{n \text{ раз}}.$$

Відповідно, $K^0 \stackrel{Def}{=} I$, $K^1 \stackrel{Def}{=} K$, $K^2 \stackrel{Def}{=} K \circ K$, ..., $K^n \stackrel{Def}{=} K^{n-1} \circ K$.

Твердження. Якщо деяка пара (a, b) належить деякому степеню відношення K на множині M потужності m , то ця пара належить також і деякому степеню K не вище $m-1$: $K \subset M^2$ и $|M| = m \Rightarrow (\forall a, b \in M \exists k \ a K^k b \Rightarrow \exists k < m \ a K^k b)$.

Доведення. Існування степеня k відношення K можна довести наступною побудовою:

Нехай $c_0 = a$, $c_k = b$. Тоді

$$(a, b) \in K^k \Rightarrow \exists c_1, \dots, c_{k-1} \in A \quad c_0 K c_1 K c_2 \dots K c_{k-1} K c_k$$

$$|M| = m \Rightarrow \exists i, j \quad c_i = c_j \Rightarrow$$

$$\Rightarrow c_0 K c_1 K c_2 \dots K c_i K c_{j+1} K \dots K c_{k-1} K c_k \Rightarrow (a, b) \in K^{k-(j-i)}$$

Далі k присвоюється значення $k-(j-i)$, і процедура знову повторюється, доки виконується умова $k \geq n$.

Наслідок. Для відношення K , визначеного на множині M потужності m , виконується рівність:

$$K \subset M^2 \text{ и } |M| = m \Rightarrow \bigcup_{i=1}^{\infty} K^i = \bigcup_{i=1}^{m-1} K^i.$$

Тобто, виходячи з вищевказаного твердження та його наслідку, реляційна мережа з двох вузлів обов'язково знайде розв'язок задачі, причому не більше ніж за $m-1$ кроків.

Отже, якщо розглядати роботу реляційної логічної мережі між двома конкретно взятими вузлами, то її можна формально представити як степінь бінарного відношення.

Таке подання дає можливість уточнити критерій закінчення роботи мережі: робота реляційної логічної мережі закінчується на n -ому такті, якщо n -ий степінь лінійного логічного перетворення співпадає з k -им степенем: $K^n = K^k$, де $k < n$.

Це твердження впливає з означення степеня бінарного відношення: $K^n = K^{n-1} \circ K$. Представимо $(n-1)$ -ий степінь як композицію $(n-2)$ -го степеня бінарного відношення K та самого відношення K : $K^{n-1} = K^{n-2} \circ K$. Продовжимо таке подання далі, доки показник степеня бінарного відношення не співпадає з n . Нехай $K^n = K^{n-p} \circ K^p$, тобто $k = n - p$, де $1 \leq p < n$. Тоді за означення степеня бінарного відношення:

$$\begin{aligned} K^{n+1} &= K^{n-p+1} \circ K, \\ K^{n+2} &= K^{n-p+2} \circ K, \\ &\dots\dots\dots \\ K^{n+p} &= K^{n-p+p} \circ K^p = K^n, \end{aligned}$$

де $K^{n+p} = K^{n+(p-1)} \circ K$,

а $K^{n-p+p} = K^{n-p+p-1} \circ K = K^{n-1} \circ K$,

тобто цикл значень степеня бінарного відношення (довжиною p) буде повторюватись, що й потрібно було довести.

Далі введемо поняття замикання відношень. Неформально кажучи, замкнутість означає, що багаторазове виконання допустимих кроків не виводить за певні границі, обмеження.

Відношення K_i називається транзитивним замиканням бінарного відношення K на множині M , якщо $K_i = K \cup K^2 \cup K^3 \cup \dots \cup K^m \cup \dots$, тобто $(a, b) \in K_i$ тоді і тільки тоді, коли існують елементи $a_1 = a, a_2, \dots, a_m = b \in M$, такі що $(a_1 K a_2, a_2 K a_3, \dots, a_{m-1} K a_m)$.

Твердження. Нехай K — деяке довільне відношення на множині M , а m — її потужність. Тоді

$$K_i = K \cup K^2 \cup K^3 \cup \dots \cup K^m = \bigcup_{k=1}^m K^k.$$

Доведення. З означення шляху в множині відносно відношення впливає, що пара $(a, b) \in K_i$ тоді і тільки тоді, коли в множині M існує шлях від елемента a до елемента b . Якщо такий шлях існує, то існує також шлях від a до b , який не проходить двічі через один і той самий елемент за винятком, коли $a = b$. Такий шлях, який не включає однакових елементів з M , може мати не більш ніж m різних елементів множини M . А це означає, що $(a, b) \in K^k$ для деякого $k \leq m$, тобто

$$K_i = K \cup K^2 \cup K^3 \cup \dots \cup K^m = \bigcup_{k=1}^m K^k.$$

Поняттю транзитивного замикання в реляційних логічних мережах відповідає знаходження лінійних логічних перетворень на усіх тактах, тобто знаходження розв'язку системи предикатних рівнянь, кожне з яких відображає степінь лінійного логічного перетворення на деякому такті.

Таким чином, значення внутрішніх вузлів мережі можна знайти за наступною формулою (згідно з алгоритмом Уоршалла [10]):

$$\begin{aligned} K_i(y_j, x_k) &= K(y_j, x_k) \vee K(y_j, x_i) \wedge K(x_i, y_k), \\ 1 \leq i, j, k &\leq m. \end{aligned}$$

Обґрунтування. На кожному кроці основного циклу (за i) до транзитивного замикання додаються такі пари елементів з номерами j і k (тобто $K_i(y_j, x_k)$), для яких існує послідовність проміжних елементів з номерами в діапазоні від 1 до i , зв'язаних відношенням K . Дійсно, послідовність проміжних елементів з номерами в діапазоні від 1 до i , зв'язаних відношенням K , для елементів з номерами j і k існує в одному з двох випадків: або уже існує послідовність проміжних елементів з номерами в діапазоні від 1 до $i-1$ для пари елементів з номерами j і k , або існують дві послідовності елементів з номерами в діапазоні від 1 до $i-1$ — одна для пари елементів з номерами j і i та друга для пари елементів з номерами i і k . Після закінчення основного циклу проміжними вважаються всі елементи, і, таким чином, побудовано транзитивне замикання.

Висновки

Отже, в статті проведено аналіз процесу побудови та принципів роботи логічної реляційної мережі. Причому реляційну мережу було розглянуто як багаторівневу (за побудовою на основі засобів АСП) структуру паралельної дії (обробка інформації виконуються в усіх вузлах різних рівнів одночасно). Оригінальність логічної мережі полягає в можливості задавати на початку роботи відразу декілька значень змінних. Доцільність і важливість застосування саме АСП — структур [11] визначається проведенням всієї підготовчої роботи, власне, математичного моделювання прикладної задачі. Крім того, АСП дозволяє розглядати ізоморфізм об'єктів як переозначення, тобто перекодування.

Розвиток теорії лінійних логічних перетворень, а саме введення понять степеня лінійного логічного перетворення та транзитивного замикання дав змогу обґрунтувати можливість знаходження розв'язків реляційною мережею, оцінити кількість необхідних тактів, а також уточнити критерій закінчення роботи мережі. Такі дослідження відкривають нові перспективи для оцінки роботи реляційної логічної мережі. Для цього необхідно структурувати вхідні дані таким чином, щоб можливо було визначити властивості рефлексивності, симетричності та транзитивності, а також можливість знаходження найменшого відношення еквівалентності для довільного бінарного предиката.

Далі виділимо проблеми та перспективи застосування реляційних логічних мереж. В автоматичній обробці текстів основними являються три типи задач: аналіз (текст $\rightarrow$ значення), синтез (значення $\rightarrow$ текст) та нормалізація (поставити слово у його словниковій формі). Проте в мовленнєвій діяльності та під час обробки текстів людина розв'язує більше різноманітних задач, які неможливо звести до вказаних. Це так звані комбіновані задачі.

При розв'язанні задачі аналізу (на прикладі задачі словозміни прикметників — виділити набір

ознак, які характеризують певний прикметник) реляційною мережею можуть виникнути “пробки”. Наприклад, якщо одній і тій же словоформі відповідає декілька різних значень певної ознаки, тоді мережа видасть всі можливі значення ознак, які цікавлять, разом, а не набором декількох ознак. Для вирішення цієї проблеми необхідна метамережа, яка буде задавати одне значення з множини знайдених, наприклад, комірку парадигматичної таблиці та знімати показання невідомих ознак, отримуючи тим самим окремий набір ознак. Далі метамережа повинна задати наступне знайдене мережею значення комірки парадигматичної таблиці. І так, доки не вичерпаються всі знайдені значення. Така поведінка мережі — це метод повного перебору. Така метамережа — це така ж мережа, тільки вона відіграє роль свідомості, яка контролює внутрішні стани [1].

Аналітичний метод розв’язання задачі за допомогою АСП, незважаючи на громіздкі викладення, дозволяє отримати всі ті набори відношення, що описуються у вигляді рівнянь, які відповідають необхідним значенням заданих ознак.

Отже, будь-які задачі, які виникають при обробці тексту і усного мовлення, можна звести до розв’язання логічних рівнянь. Науковою школою М.Ф. Бондаренка та Ю.П. Шабанова-Кушнарника було розроблено реляційну логічну мережу, яка є універсальним методом розв’язання логічних рівнянь. Логічна мережа може розв’язувати задачі трьох указаних типів: аналізу, синтезу та нормалізації. У більшості програм автоматичної обробки тексту на сьогоднішній день для кожного типу задач використовується своя підпрограма, свій окремий метод. Тому саме завдяки універсальності методу, що ґрунтується на універсальності АСП, логічні мережі вважаються перспективним підходом до задач автоматичної обробки текстів.

Подальшими задачами для формалізації природномовних структур [1] являються: побудова моделей словозміни всіх частин мови, побудова аналогічних звукових моделей, опис словотворення, тобто опис фонетики і морфології. Далі необхідно формалізувати синтаксис і семантику: поєднання пар слів за змістом і за синтаксисом, словосполучення та дерево граматичних залежностей, потім — повністю речення, зміст якого виражається предикатом. На думку авторів, розум діє так, як і логічна мережа: за значеннями одних змінних, знаходяться значення інших. Розум у вигляді відношень зберігає моделі зовнішнього світу і використовує їх для передбачення подій. На основі цих передбачень людина формує свою поведінку. Тому людина примушує працювати свої внутрішні моделі зовнішнього світу, коли за значеннями одних змінних хоче дізнатись значення інших.

Список літератури: 1. Бондаренко, М.Ф. Мозгоподобные структуры: справочное пособие. Том первый. / М.Ф. Бондаренко, Ю.П. Шабанов-Кушнарник. — К.: Наукова думка, 2011. — 460 с. 2. Вейль, Г. Математическое мышле-

ние. / Г. Вейль. — М.: 1989. — 400 с. 3. Бондаренко, М.Ф. О мозгоподобных структурах академика Виктора Михайловича Глушкова / М.Ф. Бондаренко, Н.Е. Русакова, Ю.П. Шабанов-Кушнарник // Біоніка інтелекту: наук.-техн. журнал. — 2011. — № 2 (76). — С. 3–9. 4. Schlesinger, M. I. Some solvable subclasses of structural recognition problems / M. I. Schlesinger, B. Flach // Czech Pattern Recognition Workshop. — Praha. — 2000. — P. 55–62. 5. Вечирская, И.Д. О методе нахождения n-ого линейного логического преобразования / И.Д. Вечирская, Ю.П. Шабанов-Кушнарник // Искусственный интеллект. — Донецк: Институт проблем искусственного интеллекта. — 2007. — № 3. — С. 382–389. 6. Дударь, З.В. Предикаты эквивалентности в задачах компараторной идентификации / З.В. Дударь, С.А. Пославский, А.В. Пронюк, С.Ю. Шабанов-Кушнарник // Проблемы бионики — 1999. — № 51 — С. 19–26. 7. Бондаренко, М.Ф. О мозгоподобных ЭВМ/ М.Ф. Бондаренко, З.В. Дударь, И.А. Ефимова, В.А. Лещинский, С.Ю. Шабанов-Кушнарник // Радиоэлектроника и информатика. — 2004. №4. — С. 83–99. 8. Бондаренко, М.Ф. Модели языка / М.Ф. Бондаренко, В.А. Чикина, Ю.П. Шабанов-Кушнарник // Бионика интеллекта — 2004. — № 61/1 — С. 27–37. 9. Вечирская, И.Д. О методе вычисления линейных логических преобразований / И.Д. Вечирская // Бионика интеллекта: науч.-техн. журнал. — 2007. — № 2 (67). — С. 65 — 68. 10. Warshall, S. A Theorem on Boolean Matrices / S. Warshall // Journal of the ACM — 1962. — Vol. 9(1) — pp. 11–12. 11. Бондаренко, М.Ф. Концепції уніфікації інформаційно-інтелектуальних технологій в системах мовлення / М.Ф. Бондаренко, З.Д. Коноплянко, Г.Г. Четвериков // Біоніка інтелекту: наук.-техн. журнал. — 2011. — № 3 (77). — С. 150–156.

Надійшла до редколегії 11.04.2013

УДК 519.7:007.52; 519.711.3

Анализ метода построения и принципов работы реляционной сети как многоуровневой структуры параллельного действия / И.Д. Вечирская // Бионика интеллекта: науч.-техн. журнал. — 2013. — № 2 (81). — С. 15–21.

Исследован метод построения и принципы работы реляционной сети. Приведено формальное описание построения сети с помощью теории расслоения предикатов. Получила развитие теория линейных логических преобразований за счет введения понятий степени преобразования и транзитивного замыкания, что позволило обосновать нахождение решений сетью, уточнить критерий окончания работы и выделить перспективные направления исследований для улучшения количественной оценки работы сети.

Рис.: 7. Библиогр.: 11 назв.

UDC 519.7:007.52; 519.711.3

Analysis of the method of building and principles of the relational network operation as a multilevel structure of parallel action / I.D. Vechirska // Bionics of Intelligence: Sci. Mag. — 2013. — № 2 (81). — P. 15–21.

The method of building and principles of the relational network operation have been investigated. The formal description of building a network using the theory of bundle of predicates has been given. Theory of linear logic transformations has been developed by introducing the concepts of transformation degree and transitive closure that has allowed to justify finding solutions by the network, to specify the end of the network operation and to highlight perspective directions of the research for improving the quantitative assessment of the network operation.

Fig.: 7. Ref.: 11 items.