Список литературы: 1. *Бокс Дж., Дженинкс Г.* Анализ временных рядов. Прогноз и управление. М.:Мир,1974. 406с. 2. *Шпилевский Э.К.* Принципы динамической классификации стохастических процессов и систем // Статистические проблемы управления. Вып. 28. Вильнюс:ИМ Лит. АН,1978. 139 с. 3. *Кравченко Н.И., Безрук В.М., Тихонов В.А.* Распознавания случайных сигналов в рамках авторегрессионой модели // Вероятностные модели случайных сигналов и полей. К.:УМК ВО,1991, с. 138-142. 4. Адаптивные фильтры / Под ред. Ф. Н. Коуэна и П. М. Гранта. М.: Мир, 1988. 392 с. 5. *Тихонов В.А., Тихонов Д.В.* Авторегрессионое моделирование радиолокационных объектов // Сборник научных трудов. Вып. 4(26). Харьков: ХВУ, 1999. С. 27-29.

Поступила в редколлегию 24.01.2001

Безрук Валерий Михайлович, канд. техн. наук, старший научный сотрудник, доцент кафедры сетей связи ХТУРЭ. Научные интересы: моделирование и многокритериальная оптимизация систем распознавания сигналов. Увлечения и хобби: туризм, чтение литературы. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 14, тел. 40-94-26.

Тихонов Вячеслав Анатольевич, канд. техн. наук, доцент кафедры радиоэлектронных систем ХТУРЭ. Научные интересы: обработка сигналов в радиотехнических системах. Увлечение и хобби: активный отдых. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 14, тел. 40-95-87.

Тихонов Дмитрий Вячеславович, студент ХТУРЭ. Научные интересы: распознавание образов. Увлечение и хобби: активный отдых. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 14, тел. 40-95-87.

УДК 681.501

В.А. КАЛОША, Е.С. ПЫЖОВА, С.Г. УДОВЕНКО

РОБАСТНЫЕ РЕГУЛЯТОРЫ ДЛЯ МНОГОСВЯЗНЫХ ПРОЦЕССОВ СО СТРУКТУРНЫМИ ВОЗМУЩЕНИЯМИ

Рассматривается подход к определению управляющих воздействий для децентрализованной системы цифрового управления, обеспечивающих робастность замкнутого контура при нарушении взаимосвязей между отдельными подсистемами. Предлагается алгоритм выбора субоптимальной стратегии робастного управления для многостадийных технологических процессов.

В настоящее время большое внимание уделяется децентрализованному управлению многосвязными системами и разработке эффективных методов их проектирования. Одной из важнейших проблем для децентрализованных систем является обеспечение устойчивости при структурных возмущениях, обусловленных прерыванием некоторых связей между подсистемами.

Будем называть многосвязную систему робастной по отношению к структурным возмущениям, если она остается устойчивой при всех возможных нарушениях структуры взаимодействий подсистем.

Рассмотрим алгоритм, позволяющий синтезировать управляющие воздействия, при которых децентрализованная система будет оставаться робастной в случае возникновения структурных возмущений.

Пусть динамика каждой подсистемы описывается дискретными уравнениями вида

$$x_i(k+1) = A_i x_i(k) + B_i u_i(k) + \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{N} \beta_{ij} A_{ij} x_j(k), \quad i = \overline{1,N}, \tag{1}$$

где $x_i(\cdot)$ – вектор переменных состояния i-й подсистемы; A_i, B_i – матрицы параметров i-й подсистемы; A_{ij} – матрица взаимодействий подсистем; $\beta_{ij} \in [0,1]$ – коэффициенты, задающие характер возможных структурных возмущений; N – количество подсистем.

Допустим, что при отсутствии структурных возмущений рассматриваемая система является устойчивой и полностью управляемой.

Сформируем функционал качества управления системой в виде

$$J = \sum_{i=1}^{N} J_i = \sum_{i=1}^{N} \sum_{k=0}^{\infty} [x_i^T(k) Q_i x_i(k) + u_i^T(k) R_i u_i(k)], \qquad (2)$$

где $Q_i > 0$, $R_i > 0$.

Очевидно, что при полном прерывании взаимодействий между подсистемами (1), т.е. при $P_{ij} = 0$, динамика системы будет описываться уравнениями

$$x_i(k+1) = A_i x_i(k) + D_i u_i(k), \quad i = \overline{1, N}, \qquad (3)$$

а оптимальное в смысле (2) управление для (3) определяется зависимостью

$$u_i^o(k) = -K_i x_i(k); \qquad K_i = R_i^{-1} B_i^T P_i, \qquad (4)$$

здесь P_i – положительно-определенное решение уравнения Риккати для i-й изолированной подсистемы системы (3).

При возобновлении взаимодействий между подсистемами и применении управления (4) описание замкнутой системы можно представить следующим образом:

$$x(k+1) = (A_i - B_i K_i) x_i(k) + \sum_{j=1}^{N} \beta_{ij} A_{ij} x_j(k), \quad i = \overline{1, N}. \qquad (5)$$

Пусть предельное значение минимизируемого функционала качества J для системы (5) соответствует некоторому значению $\bar{J}$, т.е.:

$$\bar{J} = \sum_{i=1}^{N} \bar{J}_i.$$

Если система (5) является асимптотически устойчивой при наличии структурных возмущений и $\bar{J} \geq J^0$, то будем называть ее субоптимальной при структурных возмущениях, а константу $\varepsilon > 0$, соответствующую неравенству

$$\bar{J} \leq (1+\varepsilon) J^0, \quad \forall \beta_{ij} \in [0,1], \qquad (6)$$

где J^0 – значение функционала качества для системы (3) и управления (4), определим как индекс субоптимальности системы.

С помощью функции Ляпунова вида

$$V_i(x_i) = \|x_i\|_{P_i}^2, \; i = \overline{1, N} \qquad (7)$$

определим достаточные условия, при которых система является субоптимальной с индексом ε при наличии структурных возмущений. Если система (3), (4) является оптимальной, то функция (7) удовлетворяет уравнению Гамильтона – Якоби:

$$[\nabla V_i(x_i)]^T (A_i - B_i K_i) x_i = -\|x_i\|_{W_i}^2, \qquad (8)$$

здесь $W_i = Q_i + K_i^T R_i K_i$.

Производные функции Ляпунова по траектории $\hat{x}_i(k)$ для системы (5) при отсутствии структурных возмущений (т.е. при $\beta_{ij} = 1$ для $\forall i, j$) равны

$$\dot{V}_i(\hat{x}_i) + [\nabla V_i(\hat{x}_i)]^T \sum_{j=1}^{N} A_{ij} \hat{x}_j = \|\hat{x}_i\|_{W_i}^2. \qquad (9)$$

С учетом (6) и (8) преобразуем (9) к виду

$$\|\hat{x}_i\|_{W_i}^2 = -(1+\varepsilon) \dot{V}_i(\hat{x}_i) + (1+\varepsilon) [\nabla V_i(\hat{x}_i)]^T \sum_{j=1}^{N} A_{ij} \hat{x}_j - \varepsilon \|\hat{x}_i\|_{W_i}^2, \quad i = \overline{1, N}. \qquad (10)$$

Суммируя уравнения (10) при $i = \overline{1, N}$; $k = \overline{0, \infty}$, получаем

$$\widetilde{J} = (1+\varepsilon)J^0 + (1+\varepsilon)\sum_{k=0}^{\infty}\sum_{i=1}^{N}\left\{[\nabla V_i(\hat{x}_i)]^T \sum_{j=1}^{N} A_{ij}\hat{x}_j - \varepsilon\|\hat{x}_i\|_{W_i}^2 /(1+\varepsilon)\right\},\ i=\overline{1,N}.$$

В работе [1] показано, что система (1) остается устойчивой, если матрица W_a, элементы которой определены как

$$w_{ij} = \begin{cases} -1,\ i=j \\ 2\lambda_{max}^{0.5}(A_{ij}^T A_{ij})\dfrac{\lambda_{max}(p_i)\lambda_{max}^{0.5}(P_i)}{\lambda_{min}^{0.5}(P_i)\lambda_{min}(Q_i)},\ i\neq j, \end{cases} \qquad (11)$$

является асимптотически устойчивой.

Обозначив $\alpha_{ij} = \lambda_{max}^{0.5}(A_{ij}^T A_{ij})$, с учетом (10) и (11) перейдем к неравенствам вида

$$\|A_{ij}x_j\| \le \alpha_{ij}\|x_j\|, \qquad (12)$$

$$\left\|[\nabla V_i(x_i)]^T \sum_{j=1}^{N} A_{ij}x_j\right\| \le 2\lambda_{max}(P_i)\sum_{j=1}^{N}\alpha_{ij}\|x_j\|^2. \qquad (13)$$

Из (12), (13) следует, что условие (6) выполняется при выполнении следующего ограничения:

$$\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}\alpha_{ij} \le \frac{0.5\varepsilon \min\limits_i \lambda_{min}(W_i)}{(\varepsilon+1)\max\limits_i \lambda_{max}(P_i)}. \qquad (14)$$

Для минимизации ограничений на индекс субоптимальности ε дополнительно введем глобальное управление

$$u_{iд}(k) = -\sum_{j=1}^{N}\beta_{ij}K_{ijд}x_j(k),$$

при котором замкнутая система приводится к виду

$$x_i(k+1) = (A_i - B_iK_i)x_i(k)\sum_{j=1}^{N}\beta_{ij}(A_{ij} - B_iK_{ijд})x_j(k),\ k=\overline{1,N}. \qquad (15)$$

Индекс ε связан с нормой α_{ij} матрицы взаимодействий неравенством (14). Для системы (15) матрица взаимодействий равна $(A_{ij} - B_iK_{ijд})$, поэтому для минимизации α_{ij} необходимо выбрать матрицу обратной связи вида

$$K_{ijд} = B_i^* A_{ij}, \qquad (16)$$

где B_i^* – обобщенная обратная матрица для B_i.

Для полного ранга матрицы B_i матрица B_i^* определяется как [2]:

$$B_i^* = (B_i^T B_i)^{-1}B_i^T.$$

Очевидно, что при равенстве рангов матриц $\lfloor B_i, A_{ij}\rfloor$ и B_i, определяя $K_{ijд}$ в соответствии с (16), получаем нулевое значение нормы α_{ij}.

Использование рассмотренного подхода позволяет оценить возможность устойчивого функционирования системы при нарушениях отдельных взаимосвязей подсистем. В то же время исследования показывают, что при существенных структурных возмущениях ε – оптимальное управление не всегда обеспечивает приемлемое значение функционала качества (2).

В связи с этим рассмотрим процедуру синтеза робастного регулятора, позволяющую максимально приблизить траекторию системы (3) к траектории эталонной системы, использующей модель взаимодействий вида:

$$\hat{e}_i(k+1) = A_{e_i}\hat{e}_i(k),\ i=\overline{1,N}, \qquad (17)$$

где A_{e_i} – устойчивая заданная матрица; $\hat{e}_i(k)$ – переменные взаимодействий модели, поставленные в соответствие переменным системы

$$e_i(k) = \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{N} A_{ij} x_j(k).$$

В этом случае задача оптимизации исходной системы (1) с функционалом качества (2) сводится к расширенной задаче управления системой

$$y_i(k+1) = \widetilde{A}_i y_i(k) + \widetilde{B}_i u_i(k) \qquad (18)$$

по критерию следующего вида:

$$J = 0.5 \sum_{i=1}^{N} \sum_{k=0}^{\infty} \left[\|y_i(k)\|^2_{\widetilde{Q}_i} + \|u_i(k)\|^2_{R_i} \right] \to \min, \qquad (19)$$

здесь $y_i(k) = \left[\hat{x}_i^T(k), \hat{e}_i^T(k)\right]^T$, $\widetilde{Q}_i = \mathrm{diag}(Q_i, 0)$, $\widetilde{A}_i = \begin{bmatrix} A_i & C_i \\ 0 & A_{e_i} \end{bmatrix}$, $\widetilde{B}_i = \begin{bmatrix} B_i \\ 0 \end{bmatrix}$,

$\hat{x}_i(k+1) = A_i \hat{x}_i(k) + B_i u_i(k) + C_i \hat{e}_i(k)$, C_i – матрица, элементами которой являются рассмотренные выше коэффициенты возмущений β_{ij}.

Решение такой задачи определяется зависимостью

$$u_i^0(k) = -R_i^{-1} \widetilde{B}_i^T P_i y_i(k) = -G_{i1} \hat{x}_i(k) - G_{i2} \hat{e}_i(k), \; i = \overline{1, N}. \qquad (20)$$

При этом уравнение оптимальной эталонной системы примет вид

$$\hat{x}(k+1) = \hat{A}_i x_i(k) + C_i \hat{e}_i(k) - B_i G_i e_i(k), \; i = \overline{1, N},$$

где $\hat{A}_i = A_i - B_i G_{i1}$.

Если уравнение (20) применить к системе (1), то получим

$$x_i(k+1) = \hat{A}_i x_i(k) + C_i e_i(k) - B_i G_i \hat{e}_i(k).$$

Для минимизации расхождения между $x_i(k)$ и $\hat{x}_i(k)$ для каждой подсистемы решим дополнительную оптимизационную задачу вида:

$$J_i = 0.5 \sum_{k=0}^{\infty} \left[\|\widetilde{x}_i(k)\|^2_{H_i} + \|\widetilde{e}_i(k)\|^2_{S_i} \right] \to \min, \; \widetilde{x}_i(k+1) = \hat{A}_i \widetilde{x}_i(k) + C_i \widetilde{e}_i(k),$$

здесь $\widetilde{x}\ (k) = \hat{x}_i(k) - x_i(k)$, $\widetilde{e}_i(k) = e_i(k) - \hat{e}_i(k)$, $H_i \geq 0$, $S_i > 0$. Решением этой задачи является:

$$\widetilde{e}_i^0(k) = -S_i^{-1} C_1^T \widetilde{P}_i \widetilde{x}_i(k),$$

где $\widetilde{P}_i$ определяется из соответствующего уравнения Риккати.

Окончательно для замкнутой децентрализованной системы с неявной эталонной моделью получаем уравнение вида:

$$x_i(k+1) = (\hat{A}_i + B_i G_{i2} S_i^{-1} C_i^T \widetilde{P}_i) x_i(k) + C_i e_i(k) - B_i G_{i2} \left[\hat{e}_i(k) + S_i^{-1} C_i^T \widetilde{P}_i x_i(k)\right]. \qquad (21)$$

В соответствии с методикой, приведенной в [1], сформулируем достаточное условие для асимптотической устойчивости системы (21):

$$\sum_{i=1}^{N} \gamma_i + \max_i \lambda_{\max}(P_i^*) \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} \delta_{ij} \leq 0.5 \min_i \lambda_{\min}(W_i),$$

где $\gamma_i = \left\| A_i^{*T} P_i^* \right\|$, $P_i^* = \mathrm{diag}(P_i, \widetilde{P}_i)$, $\delta_{ij} = \|C_i A_{ij}\|$,

$$A_i^* = \begin{bmatrix} B_i C_{i2} S_i^{-1} C_i^T \widetilde{P}_i & -C_i & B_i C_{i2} S_i^{-1} C_i^T \widetilde{P}_i \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & C_i - B_i G_{i2} & C_i S_i^{-1} C_i^T \widetilde{P}_i \end{bmatrix}.$$

Таким образом, рассмотренные выше алгоритмические процедуры позволяют синтезировать субоптимальные робастные регуляторы для многосвязных динамических процессов, гарантирующих асимптотическую устойчивость децентрализованной системы при возникновении структурных возмущений.

Список литературы: 1. *Popchev I.* Decentralized systems. Sofia: Bulgarian Academy of sciences, 1989. 235p. 2. *Стренг Г.* Линейная алгебра и ее применения. М.: Мир, 1980. 454с.

Поступила в редколлегию 19.01.2001

Калоша Вадим Александрович, аспирант кафедры ЭВМ ХТУРЭ. Адрес: Украина, 61003, Харьков, ул. Кооперативная, 5, кв. 47, тел. 23-28-45.

Пыжова Евгения Сергеевна, студентка пятого курса ХГТУРЭ. Адрес: Украина, 61045, Харьков, ул. Очаковская, 4.

Удовенко Сергей Григорьевич, канд. техн. наук, доцент кафедры ЭВМ ХТУРЭ. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 14, тел. 38-38-74.

УДК 519.6

В. И. ГРИЦЮК

МЕТОДЫ ФАКТОРИЗАЦИИ ДЛЯ ИДЕНТИФИКАЦИИ МНОГОМЕРНЫХ МОДЕЛЬНЫХ СТРУКТУР

Исследуется применение определителя информационной матрицы для нахождения различия между разными структурами. Приводится численно устойчивый алгоритм для отыскания структуры, основанный на выборе наиболее независимых компонент в векторе состояния.

Имеется два важных метода для оценки параметров – метод ошибки предсказания и метод максимума правдоподобия. В случае Гауссовских обновлений хорошо известно, что эти методы приводят к асимптотически эффективным параметрам, т.е. ковариационная матрица ошибок оценивания асимптотически равняется обращенной информационной матрице Фишера M_Θ. Поэтому логично попытаться различить разные структуры, максимизируя некоторую скалярную меру информационной матрицы над всеми допустимыми структурами [1]. Для наиболее очевидного (и широко используемого) критерия - определителя информационной матрицы это соответствует минимизации определителя асимптотической матрицы ковариации ошибок.

Покажем, что все структуры H, F, K, содержащие одинаковое число параметров, будут асимптотически давать одинаковую величину детерминанта информационной матрицы. Этот результат важен, так как он показывает, что во всяком случае асимптотически все такие структуры эквивалентны настолько, насколько учитывается точность оценок параметров, если используется указанный критерий. В результате он не может различить две допустимые структуры для одного процесса. Можно показать следующий результат.

Пусть F, K, H и F^*, K^*, H^* – матрицы представления пространства состояния

$$\begin{aligned} x_t &= Fx_{t-1} + Ke_t, \\ y_t &= Hx_t \end{aligned} \tag{1}$$

в двух различных структурах и T – $n \times n$-матрица преобразования из тройки (F, K, H) в тройку (F^*, K^*, H^*), т.е.

$$F^* = TFT^{-1},$$

$$K^* = TK,$$

$$H^* = HT^{-1}.$$

Тогда абсолютная величина якобиана преобразования из параметров в (F, K, H) к параметрам в (F^*, K^*, H^*) равняется 1.