

УДК 621.391

## ТЕНЗОРНАЯ МОДЕЛЬ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ МНОГОПУТЕВОЙ МАРШРУТИЗАЦИИ ИНФОРМАЦИОННОГО ТРАФИКА ЗАДАННОГО ОБЪЕМА С ТРЕБУЕМЫМ ВРЕМЕНЕМ ДОВЕДЕНИЯ В ДВУХПОЛЮСНЫХ ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННЫХ СЕТЯХ

*А.В. ЛЕМЕШКО*

В работе осуществлено развитие ранее полученных результатов в области моделирования телекоммуникационных сетей с помощью математического аппарата тензорного анализа. В рамках предлагаемой тензорной модели синтезирован алгоритм многопутевой маршрутизации информационного трафика заданного объема с требуемым временем доведения в двухполюсных телекоммуникационных сетях.

The paper develops the previously obtained results in the field of modelling telecommunication networks with the help of tensor analysis body of mathematics. An algorithm of multipath routing of the information traffic of the preset size with the required time of delivery in double-pole telecommunication networks is synthesized within the limits of the tensor model suggested.

### 1. Введение

В настоящее время развитие современных и создание перспективных телекоммуникационных технологий происходит под девизом обеспечения качественных услуг связи. Ведущие производители коммуникационного оборудования — Cisco, Nortel Networks, 3Com и др. активно внедряют свои продукты с поддержкой правил приоритетного обслуживания различных приложений и групп пользователей. Именно качество услуг (QoS, Quality of Service) является краеугольным камнем в конкуренции наиболее распространенных сегодня технологий территориально-распределенных телекоммуникационных сетей (WAN, Wide Area Network) — IP (Internet Protocol) и ATM (Asynchronous Transfer Mode). И если ATM изначально рассматривалась как технология, ориентированная на обеспечение гарантированного качества услуг с использованием единого протокола маршрутизации и сигнализации PNNI (Private Network — to — Network Interface), то технология IP лишь со временем была дополнена механизмами предоставления интегрированных услуг (IntServ, Integrated Services) и дифференцированных услуг (DiffServ, Differentiated Services), поддерживаемых сигнальным протоколом резервирования ресурсов (RSVP, Resource Reservation Protocol). Выход из создавшегося положения, исходя из системных позиций, видится в интеграции возможностей обеих технологий, путем совместной реализации имеющихся достоинств и устранения присущих им недостатков.

К первым шагам сетевой (межсетевой) интеграции можно отнести принятие схемы IP-over-ATM, а также разработку и реализацию технологии многопротокольной коммутации меток (MPLS, MultiProtocol Label Switching). Модели IP-over-ATM и MPLS нацелены на обеспечение поддержки функций качества обслу-

живания как на канальном уровне, так и в рамках сетевого уровня эталонной модели взаимодействия открытых систем (OSI, Open Systems Interconnection). При этом передающий компонент этих моделей, отвечающий за коммутацию пакетов, построен по аналогии ATM. Управляющий компонент, обеспечивающий пространство меток в сети, функционирует на основе использования протоколов внутреннего шлюза (IGP, Interior Gateway Protocol) технологии IP [1]. Представителями IGP являются открытый протокол кратчайшего пути (OSPF, Open Shortest Path First) и протокол обмена информацией о маршрутах между промежуточными системами (IS-IS, Intermediate System — to — Intermediate System).

В свою очередь, протоколы сетевого уровня также подлежат существенному пересмотру, что уже привело к появлению концепций маршрутизации на основе качества обслуживания (QoS-based routing) [2] или маршрутизации с использованием QoS-политик [1]. Подобные концепции приходят на смену стратегиям (политикам) маршрутизации, обеспечивающим негарантированную доставку данных (best effort service) или доставку данных по возможности. Традиционные стратегии маршрутизации осуществляют расчет искомого маршрута на основе пункта назначения — получателя данных. QoS-политики маршрутизации, кроме того, учитывают сведения о необходимом качестве предоставляемых услуг связи каждому конкретному трафику, принятому к обслуживанию, а также информацию об имеющихся (доступных) сетевых ресурсах, так как подобные политики реализуют маршрутизацию с резервированием ресурсов сети (RRR, Routing by Resource Reservation) [1].

Отличительной чертой современных алгоритмов маршрутизации, таких как OSPF или PNNI, нашед-

ших свое широкое распространение в современных телекоммуникационных сетях, является то, что результат их работы представляется в виде единственного маршрута, кратчайшего в выбранной метрике. Этот маршрут может обслуживать как один пакет трафика, что характерно для IP сетей, так и информационный поток данных в целом (ATM, MPLS). В первом случае, с точки зрения трафика в целом, реализуется его многопутевая маршрутизация, а во втором — однопутевая. Многопутевая маршрутизация потоков данных по сравнению с однопутевой доставкой признано является более эффективным решением, обеспечивая большую производительность сети и сбалансированную загрузку всех имеющихся сетевых ресурсов [3]. Однако необходимость обеспечения QoS вызвала отказ реализации многопутевой стратегии маршрутизации в IP сетях по ряду причин, основными из которых являются, во-первых, отсутствие в настоящее время эффективных системных подходов к решению задач многопутевой маршрутизации на основе качества обслуживания, во-вторых, наличие приемлемых решений задач однопутевой маршрутизации с QoS, что объясняется относительной простотой расчета искомого маршрута с резервированием вдоль него необходимых канальных и буферных ресурсов сети.

По причине обострения проблемы эффективного использования сетевых ресурсов и появления концепции Traffic Engineering [1; 3] стратегия многопутевой маршрутизации получила вторую жизнь, придав особую актуальность задачам придания ей действенных механизмов QoS. В этой связи заслуживает внимания подход к решению задач многопутевой маршрутизации на основе качества обслуживания с использованием тензорной модели телекоммуникационной сети (ТКС) [4]. Отличительной особенностью ранее полученных решений для случая двухполюсных однопродуктовых сетей [5; 6] является то, что получаемая совокупность из минимально необходимого количества маршрутов, используя все имеющиеся канальные ресурсы, обеспечивала минимально возможное время обслуживания информационного трафика заданного объема, которое, в свою очередь, было одинаковым для каждого из рассчитываемых маршрутов.

Важно отметить, что подобное решение может быть положено в основу более общих решений задачи многопутевой маршрутизации информационного трафика заданного объема с требуемым временем доведения. Актуальность такой постановки задачи определяется тем, что для практики более характерной является ситуация, когда информационный трафик необходимо обслужить не за минимально возможное время, что нередко сопряжено с избыточной загрузкой сетевых ресурсов, а за требуемое время. Решение сформулированной задачи и является целью настоящей работы.

## 2. Тензорное описание ТКС

Для формализации решения задачи многопутевой маршрутизации на основе качества обслуживания вос-

пользуемся хорошо себя зарекомендовавшей тензорной моделью телекоммуникационной сети [6], полученной с помощью математического аппарата тензорного анализа сетей Г. Крона [7]. Тензорный анализ сетей представляет собой эффективное средство многоаспектного описания сложных систем [8], к числу которых по праву можно отнести ТКС. Он преломляет основные идеи классического тензорного исчисления на случай дискретных пространств, в которых рассматриваются многомерные геометрические объекты — тензоры. Свойства тензоров не зависят от координатных систем, используемых для их описания. Имея в своем распоряжении целостное представление ТКС и благодаря удачному выбору координатной системы описания сети, можно значительно упростить получение необходимых результатов. Достоинством тензорного анализа сетей является возможность взаимодополняющего использования при расчете сети функциональных уравнений телекоммуникационной сети и ее топологического описания [8].

В рамках предлагаемой тензорной модели структура ТКС описывается одномерной ортогональной сетью, соответствующей симплицальному представлению той же размерности. Основными элементами сети являются узлы, моделирующие маршрутизаторы, а также ветви — модели трактов передачи данных в ТКС, где  $m$  и  $n$  — общее количество в сети узлов и ветвей соответственно. Набор ветвей сети, являясь структурным инвариантом, определяет пространство — структуру размерности  $n$ , в котором представляется тензор — функциональная модель ТКС. Каждая структура сети с постоянным количеством ветвей определяет в выбранном пространстве систему координат. В рамках тензорного анализа сетей к рассмотрению обычно принимаются две основные системы координат: 1) система координат независимых контуров и пар узлов (КПУ); 2) система координат отдельных ветвей сети. Таким образом, в первом случае в качестве координатных путей выступают контуры и узловые пары, а во втором — ветви сети. Общее количество координатных (базисных) путей, каждый из которых в частной системе координат определяет координатную ось, может перераспределяться между числом независимых контуров  $r$  и числом независимых узловых пар  $s$  в сети [6; 7], т. е. имеет место тождество

$$n = r + s. \quad (1)$$

Из курса комбинаторной топологии известно [7; 8], что в сети из  $m$  узлов количество независимых пар узлов однозначно определяется из выражения

$$s = m - 1, \quad (2)$$

тем самым, согласно выражению (1), обуславливая зависимость

$$r = n - s \quad (3)$$

для расчета числа независимых контуров в сети произвольной конфигурации.

Из-за ортогональных свойств контуров относительно узловых пар ортогональная сеть и носит свое назва-

ние [7]. Для ортогональных сетей возбуждение может носить комбинированный характер, что полностью согласуется со смыслом решаемой задачи — маршрутизации с требуемым временем доведения информационного трафика заданного объема. Как отмечалось выше, подобная задача многопутевой маршрутизации с минимальным временем доведения трафика с заранее заданным объемом могла быть формализована в рамках узловой модели [5], где в качестве возбуждающих величин могут служить лишь объемы, поступающих в сеть от абонентов потоков данных.

В качестве функциональной модели ТКС могут выступать одновалентный тензор нагрузок  $H$  с компонентами  $h^i$ , одновалентный тензор задержек передачи данных  $T$  с компонентами  $t_j$ , а также смешанный тензор второй валентности  $G$ , координаты которого рассчитываются исходя из выражения

$$g_j^i = h^i t_j, \quad i, j = \overline{1, n}, \quad (4)$$

где  $h^i$  — информационная нагрузка в  $i$ -м координатном пути, измеряемая в единицах трафика (ед. т.);  $t_j$  — временная задержка передачи данных в  $j$ -м координатном пути, с.

Каждой частной системе координат отвечает свой набор координат (4). На основании выражения (4) и результатов, полученных в [4–6], можно сделать вывод о том, что двухвалентный смешанный тензор  $G$  имеет два компонента — одновалентный контравариантный тензор  $H$  и одновалентный ковариантный тензор  $T$ , что объясняет способ записи индексов у компонентов разнотипных тензоров.

Исключительную важность в рамках тензорного описания ТКС представляют собой правила координатного преобразования отдельных тензоров, позволяющие осуществить переход от одной системы координат рассмотрения сети связи к другой. Правила координатного преобразования определяют однозначное соответствие проекций одних и тех же тензоров в различных координатных системах и формализуемых в виде невырожденных квадратных матриц размера  $n \times n$ . Например, матрица прямого координатного преобразования  $C$ , определяющая взаимосвязь проекций тензора нагрузок в координатных системах отдельных ветвей сети  $H_a$  и независимых контуров и пар узлов  $H_{к.п.у}$ , находится из выражения [6]

$$H_a = C H_{к.п.у}. \quad (5)$$

Напомним, что проекции одновалентных тензоров представляют собой обычные векторы.

В свою очередь, векторы  $H_a$  и  $H_{к.п.у}$  имеют составляющие

$$H_a = \begin{bmatrix} h_a^1 \\ \vdots \\ h_a^i \\ \vdots \\ h_a^n \end{bmatrix}; H_{к.п.у} = \begin{bmatrix} H_{к.} \\ H_{п.у} \end{bmatrix}; H_{к.} = \begin{bmatrix} h_k^1 \\ \vdots \\ h_k^j \\ \vdots \\ h_k^r \end{bmatrix}; H_{п.у} = \begin{bmatrix} h_{п.у}^1 \\ \vdots \\ h_{п.у}^q \\ \vdots \\ h_{п.у}^s \end{bmatrix},$$

где  $h_a^i$  — нагрузка в  $i$ -й ветви сети;  $H_{к.}$ ,  $H_{п.у}$  — векторы нагрузки, возникающей в контурах сети и поступающей на ее узлы размерностей  $r$  и  $s$  соответственно;  $h_k^j$  — информационная нагрузка в  $j$ -м контуре сети;  $h_{п.у}^q$  — внешняя нагрузка, поступающая в сеть (убывающая из сети) через  $q$ -ю пару узлов.

Проекция тензора задержек  $T$  в системе координат ветвей сети представлена вектором  $T_a$ , а в координатной системе независимых контуров и пар узлов — вектором  $T_{к.п.у}$ . Эти векторы размера  $n$  имеют следующую структуру:

$$T_a = \begin{bmatrix} t_1^a \\ \vdots \\ t_i^a \\ \vdots \\ t_n^a \end{bmatrix}; T_{к.п.у} = \begin{bmatrix} T_{к.} \\ T_{п.у} \end{bmatrix}; T_{к.} = \begin{bmatrix} t_j^k \\ \vdots \\ t_j^k \\ \vdots \\ t_r^k \end{bmatrix}; T_{п.у} = \begin{bmatrix} t_q^{п.у} \\ \vdots \\ t_q^{п.у} \\ \vdots \\ t_s^{п.у} \end{bmatrix}.$$

Здесь  $t_i^a$ ,  $t_j^k$ ,  $t_q^{п.у}$  — временные задержки передачи данных в  $i$ -й ветви, в  $j$ -м контуре и между  $q$ -й парой узлов сети. Векторы  $T_{к.}$  и  $T_{п.у}$  имеют размерность  $r$  и  $s$  соответственно.

Ковариантный характер тензора задержек  $T$  обуславливает следующий закон координатного преобразования [6]:

$$T_a = A T_{к.п.у}. \quad (6)$$

Здесь  $A$  — матрица обратного координатного преобразования размера  $n \times n$ , связанная с матрицей  $C$  условием

$$A^t = [C]^{-1},$$

где  $t$  — символ транспонирования.

Согласно физике протекающих в сети процессов информационного обмена, компоненты  $h_a^i$  и  $t_i^a$  векторов  $H_a$  и  $T_a$  связаны между собой соотношением

$$h_a^i = l_a^i t_i^a, \quad i = \overline{1, n}, \quad (7)$$

где  $l_a^i$  — пропускная способность  $i$ -й ветви сети, измеряемая в единицах трафика за секунду (ед. т./с).

В соответствии с постулатом второго обобщения Г. Крона [7], в качестве функционального инварианта рассматриваемой модели выступает тензорное уравнение, сохраняющее свою форму неизменной независимо от координатной системы рассмотрения сети:

$$H = L T, \quad (8)$$

где  $L$  — тензор пропускных способностей координатных путей сети, проекции которого в каждой частной системе координат имеют вид матрицы  $\|l^{ij}\|$ ,  $i, j = \overline{1, n}$  размера  $n \times n$ . Следует отметить, что в координатной системе ветвей тензор  $L$  имеет вид диагональной матрицы, причем  $l^{ii} = l_a^i$ ,  $i = \overline{1, n}$ .

Согласно виду выражений (5), (6) и (8), тензор  $L$  является дважды контравариантным метрическим тен-

зором, проекции которого при смене координатной системы рассмотрения преобразуются следующим образом:

$$L_{\kappa, n, y} = A^T L_{\alpha} A; L_{\alpha} = CL_{\kappa, n, y} C^T, \quad (9)$$

где  $L_{\alpha}$ ,  $L_{\kappa, n, y}$  — проекции тензора  $L$  в системах координат ветвей сети и независимых контуров и пар узлов соответственно.

Вид функционального уравнения сети (8) остается неизменным и в системе координат независимых контуров и пар узлов:

$$H_{\kappa, n, y} = L_{\kappa, n, y} T_{\kappa, n, y}. \quad (10)$$

Для решения поставленной задачи рассмотрим уравнение (10) в следующем виде [7]:

$$\begin{bmatrix} H_{\kappa} \\ \text{---} \\ H_{n, y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{\kappa, n, y}^{(1)} & | & L_{\kappa, n, y}^{(2)} \\ \text{---} & & \text{---} \\ L_{\kappa, n, y}^{(3)} & | & L_{\kappa, n, y}^{(4)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{\kappa} \\ \text{---} \\ T_{n, y} \end{bmatrix}, \quad (11)$$

где

$$\begin{bmatrix} L_{\kappa, n, y}^{(1)} & | & L_{\kappa, n, y}^{(2)} \\ \text{---} & & \text{---} \\ L_{\kappa, n, y}^{(3)} & | & L_{\kappa, n, y}^{(4)} \end{bmatrix} = L_{\kappa, n, y}.$$

Согласно размерности слагаемых векторов  $H_{\kappa, n, y}$  и  $T_{\kappa, n, y}$ , размерность компонентов  $L_{\kappa, n, y}^{(1)}$ ,  $L_{\kappa, n, y}^{(2)}$ ,  $L_{\kappa, n, y}^{(3)}$ ,  $L_{\kappa, n, y}^{(4)}$  матрицы  $L_{\kappa, n, y}$  составляет соответственно  $r \times r$ ,  $r \times s$ ,  $s \times r$ ,  $s \times s$ .

### 3. Алгоритм многопутевой маршрутизации информационного трафика заданного объема с требуемым временем доведения

Исходными данными для синтеза алгоритма выступают величины доступных пропускных способностей отдельных ветвей сети, заданные в виде диагональных элементов матрицы  $L_{\alpha}$ , требуемые параметры качества обслуживания информационного трафика — заданный объем ( $h_{зад}$ ) и требуемое время доставки ( $t_{проб}$ ), представленные в виде отдельных компонентов векторов  $H_{n, y}$  и  $T_{n, y}$ . Результатом решения поставленной задачи является порядок распределения информационного трафика в узлах по ветвям сети с резервированием минимально необходимой величины их пропускной способности. Для удобства обозначим тензор величин зарезервированных пропускных способностей как  $L^p$ , а его проекции в системах координат ветвей сети и независимых контуров и пар узлов соответственно  $L_{\alpha}^p$  и  $L_{\kappa, n, y}^p$ . Тогда согласно выражению (11) имеет место соотношение

$$H_{n, y} = L_{\kappa, n, y}^{p(3)} T_{\kappa} + L_{\kappa, n, y}^{p(4)} T_{n, y}. \quad (12)$$

К характерной особенности решения подобных задач [4–6] следует отнести наличие условия  $T_{\kappa} = 0$ ,

накладываемого на контурные компоненты вектора  $T_{\kappa, n, y}$ , с выполнением которого гарантируется отсутствие циклов (петель) в маршрутах доведения данных между выбранной парой отправитель–получатель. Равенство нулю первого слагаемого преобразует выражение (12) к виду

$$\begin{bmatrix} H_{n, y}^{(1)} \\ \text{---} \\ H_{n, y}^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{\kappa, n, y}^{p(4,1)} & | & L_{\kappa, n, y}^{p(4,2)} \\ \text{---} & & \text{---} \\ L_{\kappa, n, y}^{p(4,3)} & | & L_{\kappa, n, y}^{p(4,4)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{n, y}^{(1)} \\ \text{---} \\ T_{n, y}^{(2)} \end{bmatrix}, \quad (13)$$

где

$$\begin{bmatrix} H_{n, y}^{(1)} \\ \text{---} \\ H_{n, y}^{(2)} \end{bmatrix} = H_{n, y}; \begin{bmatrix} L_{\kappa, n, y}^{p(4,1)} & | & L_{\kappa, n, y}^{p(4,2)} \\ \text{---} & & \text{---} \\ L_{\kappa, n, y}^{p(4,3)} & | & L_{\kappa, n, y}^{p(4,4)} \end{bmatrix} = L_{\kappa, n, y}^{p(4)}; \begin{bmatrix} T_{n, y}^{(1)} \\ \text{---} \\ T_{n, y}^{(2)} \end{bmatrix} = T_{n, y}.$$

Отдельно необходимо остановиться на размерности и значениях компонентов векторов  $H_{n, y}$ ,  $T_{n, y}$  и матрицы  $L_{\kappa, n, y}^{p(4)}$ . Компоненты вектора  $H_{n, y}$  изначально известны и характеризуют величину поступающего в сеть или убывающего из сети информационного трафика. При этом первый компонент  $H_{n, y}^{(1)}$  относится к полюсам сети, т. е. узлам, через которые трафик поступает в сеть или убывает из нее. Таким образом, размерность  $k$  вектора  $H_{n, y}^{(1)}$  в рамках решаемой задачи не может быть больше двух. Второй компонент  $H_{n, y}^{(2)}$  размерности  $\langle s - k \rangle$  имеет отношение к оставшимся узлам сети, внешний трафик через которые по определению равен нулю.

Компоненты вектора  $T_{n, y}$  по условиям задачи частично известны — вектор  $T_{n, y}^{(1)}$ , определяющий требования к предельному времени доставки трафика, а частично нет — вектор  $T_{n, y}^{(2)}$ . Размерности векторов  $T_{n, y}^{(1)}$  и  $T_{n, y}^{(2)}$  согласно выражению (13) полностью соответствуют размерности векторов  $H_{n, y}^{(1)}$  и  $H_{n, y}^{(2)}$ .

Компоненты матрицы  $L_{\kappa, n, y}^{p(4)}$ , определяющие величину пропускной способности ветвей, подлежащую резервированию, являются искомыми величинами. Размерность компонентов  $L_{\kappa, n, y}^{p(4,1)}$ ,  $L_{\kappa, n, y}^{p(4,2)}$ ,  $L_{\kappa, n, y}^{p(4,3)}$ ,  $L_{\kappa, n, y}^{p(4,4)}$  матрицы  $L_{\kappa, n, y}^{p(4)}$  составляет соответственно  $k \times k$ ,  $k \times \langle s - k \rangle$ ,  $\langle s - k \rangle \times k$ ,  $\langle s - k \rangle \times \langle s - k \rangle$ .

Исходя из выражения (13), можно получить систему двух матричных уравнений

$$H_{n, y}^{(1)} = L_{\kappa, n, y}^{p(4,1)} T_{n, y}^{(1)} + L_{\kappa, n, y}^{p(4,2)} T_{n, y}^{(2)}, \quad (14)$$

$$H_{n, y}^{(2)} = L_{\kappa, n, y}^{p(4,3)} T_{n, y}^{(1)} + L_{\kappa, n, y}^{p(4,4)} T_{n, y}^{(2)}. \quad (15)$$

Равенство нулю вектора  $H_{n, y}^{(2)}$  позволяет из уравнения (15) получить выражение для расчета вектора  $T_{n, y}^{(2)}$

$$T_{n, y}^{(2)} = -[L_{\kappa, n, y}^{p(4,4)}]^{-1} L_{\kappa, n, y}^{p(4,3)} T_{n, y}^{(1)},$$

подставляя которое в уравнение (14), вид последнего приобретает следующую форму:

$$H_{n,y}^{(1)} = \left( L_{k,n,y}^{p(4,1)} - L_{k,n,y}^{p(4,2)} \left[ L_{k,n,y}^{p(4,4)} \right]^{-1} L_{k,n,y}^{p(4,3)} \right) T_{n,y}^{(1)}. \quad (16)$$

Если в процессе решения задачи на этапе построения модели и формирования вектора  $H_{n,y}$  в качестве опорного узла выбрать один из полюсов сети, то размерность вектора  $H_{n,y}^{(1)}$  будет равна единице, т. е.  $k = 1$ . Это позволяет связать величины пропускных способностей ветвей сети, подлежащих резервированию согласно выражению (16), условием

$$L_{k,n,y}^{p(4,1)} - L_{k,n,y}^{p(4,2)} \left[ L_{k,n,y}^{p(4,4)} \right]^{-1} L_{k,n,y}^{p(4,3)} = H_{n,y}^{(1)} / T_{n,y}^{(1)}, \quad (17)$$

где  $H_{n,y}^{(1)} = h_{зад}$ ,  $T_{n,y}^{(1)} = t_{прб}$ .

На основании полученных выше результатов можно определить следующий алгоритм многопутевой маршрутизации информационного трафика заданного объема с требуемым временем доведения, состоящий из следующих трех основных шагов.

**Шаг 1.** Оценка возможности принятия к обслуживанию сетью информационного трафика с заданными параметрами качества.

Оценка производится путем расчета минимального времени многопутевого доведения трафика заданного объема с использованием всех доступных сетевых ресурсов [6]. В рамках предложенной тензорной модели ввиду известности векторов  $H_{n,y}$  и  $T_k$ , а также согласно выражению (11) рассчитывается вектор  $T_{n,y}$

$$T_{n,y} = \left[ L_{k,n,y}^{p(4)} \right]^{-1} H_{n,y}, \quad (18)$$

по значениям компонентов которого оценивается минимальное время многопутевого доведения. Если оцененное время доведения меньше  $t_{прб}$ , то информационный трафик принимается сетью к обслуживанию, в противном случае — получает отказ. В ряде случаев, когда вопрос доступности сетевых ресурсов не является острым, оценка возможности принятия трафика к обслуживанию сетью может не проводиться, т. е. первый шаг алгоритма может быть опущен.

**Шаг 2.** Расчет величин пропускных способностей ветвей сети, подлежащих резервированию.

В случае принятия трафика к обслуживанию, согласно условию (17) рассчитываются величины пропускных способностей ветвей сети, подлежащие резервированию. Исходя из того, что резервирование сетевых ресурсов в общем случае можно произвести множеством способом, то формализацию второго шага можно осуществить, например, путем решения следующей оптимизационной задачи.

Необходимо минимизировать стоимость резервирования сетевых ресурсов, значение которой выражено целевой функцией

$$F = V^t L_a^{p(v)}, \quad (19)$$

где  $V$  — вектор весовых коэффициентов размерности  $n$ , координаты  $v_i$  ( $i = \overline{1, n}$ ) которого характеризуют

удельную стоимость резервирования единицы пропускной способности  $i$ -й ветви сети;  $L_a^{p(v)}$  — вектор величин зарезервированных пропускных способностей ветвей сети,  $n$  координат которого соответствуют диагональным элементам матрицы  $L_a^p$ .

Минимизацию функции (19) необходимо проводить в соответствии ограничениями (17) и (9), ограничением

$$L_a^p \leq L_a, \quad (20)$$

а также ограничением

$$L_a^{p(v)} = L_a^p E, \quad (21)$$

переводящим матрицу зарезервированных ресурсов сети в ее векторное представление, где  $E$  — вектор размерности  $n$ , все координаты которого равны единицам. Выполнение второго шага путем решения поставленной оптимизационной задачи гарантирует минимальную стоимость организации процесса резервирования необходимых сетевых ресурсов.

**Шаг 3.** Решение задачи многопутевой маршрутизации с минимальным временем доведения информационного трафика заданного объема с использованием только зарезервированных сетевых ресурсов.

Решение задачи состоит в последовательном вычислении контурных компонентов вектора  $H_{k,n,y}$  [6]

$$H_k = L_{k,n,y}^{p(2)} \left[ L_{k,n,y}^{p(4)} \right]^{-1} H_{n,y} \quad (22)$$

и вектора загрузки ветвей сети  $H_g$  (5).

#### 4. Численный пример расчета сети

В основу предлагаемого примера положим исходные данные решения задачи многопутевой маршрутизации трафика заданного объема с минимальным временем доведения [6], дополнив их величиной требуемого времени доведения. Это позволит несколько упростить необходимые выкладки, связанные, например, с частными особенностями построения тензорной модели, а также с первым шагом алгоритма, суть которых детально изложена в работе [6]. Подобный подход позволит основное внимание сосредоточить именно на решении подзадач резервирования сетевых ресурсов, являющихся развитием ранее предлагаемых решений задач многопутевой маршрутизации.

Пусть по условиям задачи в двухполюсной сети связи заданной структуры (рис. 1), смоделированной одномерной сетью (рис. 2) и содержащей пять узлов (У1–У5,  $m = 5$ ) и семь ветвей (В1–В7,  $n = 7$ ), необходимо обеспечить многопутевую доставку информационного трафика объемом 100 Мбит за 3 секунды от первого узла к пятому узлу. Таким образом, полюсами сети являются первый и пятый узел.

Исходя из выражений (2) и (3), количество независимых контуров равно трем ( $r = 3$ ), а независимых пар узлов — четырем ( $s = 4$ ). Примем первый узел сети в качестве опорного.

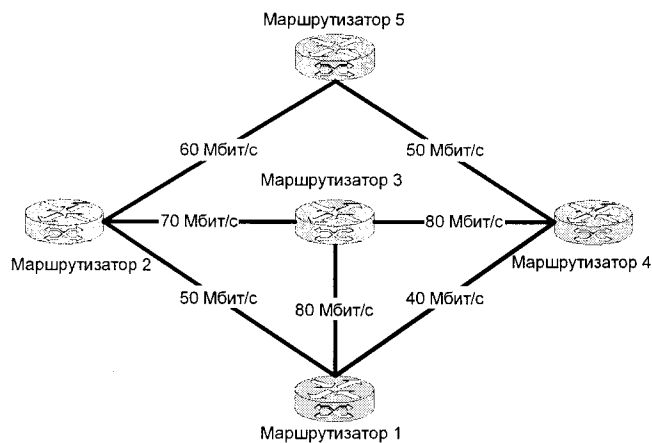


Рис. 1. Структура телекоммуникационной сети

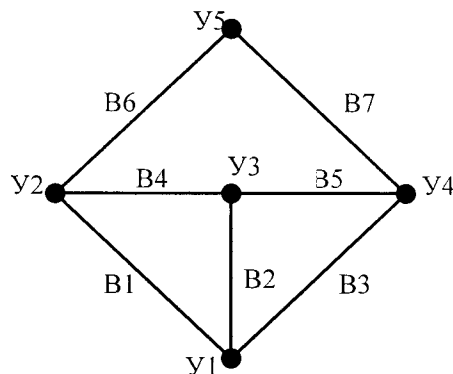


Рис. 2. Одномерная топологическая модель сети

Координаты тензоров  $H$  и  $T$  в различных системах координат рассмотрения сети увязаны между собой согласно выражениям (5) и (6) с помощью следующих матриц прямого и обратного координатного преобразования [6]:

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix};$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}. \quad (23)$$

Основываясь на приведенных значениях доступных пропускных способностей ветвей сети (рис. 1), определяющих величину диагональных элементов матрицы  $L_a$ , а также на полученной матрице обратного координатного преобразования (23), можно рассчитать матрицу  $L_{к.л.у}$  и все ее компоненты в соответствии с законом координатного преобразования компонент метрического тензора (9).

Следуя первому шагу предлагаемого алгоритма, в соответствии с выражением (18)

$$T'_{n,y} = [1,613 \quad 0,716 \quad 0,458 \quad 0,69].$$

Первая координата вектора  $T'_{n,y}$  согласно результатам, полученным в работе [6], определяет минимальное время многопутевого доведения, которое для прикладной радиоэлектроника, 2003, Том 2, № 2

веденного примера составляет 1,61 с. Это время значительно меньше 3 с, что свидетельствует о том, что в рамках доступных сетевых ресурсов данный информационный трафик может быть принят сетью к обслуживанию.

На втором шаге алгоритма рассчитываются согласно условию (17) величины пропускных способностей ветвей сети, подлежащие резервированию. Не вдаваясь в подробности решения оптимизационной задачи (19) с ограничениями (9), (17) (20) и (21), в качестве решения задачи можно принять следующий вид матрицы  $L_{к.л.у}^{p(4)}$ :

$$L_{к.л.у}^{p(4)} = \begin{bmatrix} L_{к.л.у}^{p(4,1)} & | & L_{к.л.у}^{p(4,2)} \\ \hline \dots & & \dots \\ L_{к.л.у}^{p(4,3)} & | & L_{к.л.у}^{p(4,4)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 50 & | & 30 & 0 & 20 \\ - & + & - & - & - \\ -30 & | & 100 & 35 & 0 \\ 0 & | & -35 & 132 & -40 \\ -20 & | & 0 & -40 & 95 \end{bmatrix},$$

определившей согласно правил (9) требуемые величины зарезервированных сетевых ресурсов (табл. 1).

Таблица 1

№ ветви	1	2	3	4	5	6	7
Величина доступной пропускной способности ветви (Мбит/с)	50	80	40	70	80	60	50
Величина зарезервированной пропускной способности ветви (Мбит/с)	35	57	35	35	40	30	20

Оставшаяся часть канальных ресурсов может быть использована для обслуживания других информационных трафиков.

После выполнения процедуры резервирования необходимых сетевых ресурсов окончательное решение задачи многопутевой маршрутизации в рамках третьего шага алгоритма осуществляется согласно выражениям (22) и (5)

$$H'_к = [38,50 \quad 30,48 \quad 57,25];$$

$$H'_a = [38,50 \quad 31,02 \quad 30,48 \quad 18,75 \quad 12,27 \quad 57,25 \quad 42,75].$$

Расчет в качестве проверки вектора  $T_{n,y}$  (18) в рамках зарезервированных сетевых ресурсов

$$T'_{n,y} = [3,00 \quad 1,10 \quad 0,56 \quad 0,87]$$

определил, как и требовалось по условиям задачи, время многопутевого доведения заданного объема информационного трафика  $t_{mpб}$ , равное 3 с. Если организовать обслуживание трафика с помощью виртуальных соединений, то время  $t_{mpб}$  будет одинаковым для каждого из четырех маршрутов — первый В1-В6, доставляющий 38,5 Мбит; второй В2-В4-В6 — 18,75 Мбит; третий В2-В5-В7 — 12,27 Мбит; четвертый В3-В7 — 30,48 Мбит. Информированность о загрузке каждого из перечисленных маршрутов позволяет на каждом транзитном маршрутизаторе сети произвести резервирование необходимых буферных ресурсов.

Результатом адаптации тензорных решений задачи многопутевой маршрутизации к дейтаграммным сетям должна стать сводная маршрутная таблица вида

$$M = \|\phi_i^j\|, \quad i, j = \overline{1, m},$$

где  $\phi_i^j$  — маршрутные переменные, определяющие долю информационного трафика, передаваемого  $j$ -му маршрутизатору сети, от общей нагрузки, поступившей на  $i$ -й маршрутизатор.

Окончательное решение задачи, представленное вектором  $H_n$ , определило следующий вид сводной маршрутной таблицы (табл. 2) для обеспечения многопутевой доставки трафика объемом 100 Мбит от первого маршрутизатора к пятому за 3 секунды.

Таблица 2

№ маршрутизатора сети	1	2	3	4	5
1	0	0,38	0,31	0,31	0
2	0	0	0	0	1
3	0	0,6	0	0,4	0
4	0	0	0	0	1

### Заключение

В работе получено решение задачи многопутевой маршрутизации информационного трафика заданного объема с требуемым временем доведения для случаев двухполюсных однопродуктовых сетей. Решение задачи обеспечено путем расчета минимально необходимых величин пропускных способностей трактов сети для обслуживания информационного трафика с заданными параметрами качества.

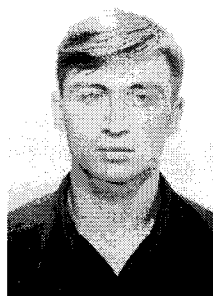
Решение маршрутной задачи основывается на математическом описании ТКС тензорной моделью, представленной одномерной ортогональной сетью. Достоинством предлагаемой модели является возможность получения в аналитическом виде необходимых соотношений для резервируемых величин пропускных способностей трактов сети. Это, в свою очередь, позволило формализовать решение в виде трехшагового алгоритма маршрутизации с резервированием необходимых сетевых ресурсов вдоль каждого маршрута доведения информационного трафика.

Достоверность тензорной модели телекоммуникационной сети и работоспособность алгоритма расчета проверены в рамках приведенного примера численного решения задачи многопутевой маршрутизации на основе качества обслуживания.

Развитие предложенного подхода видится в получении решения многопутевой маршрутизации для многополюсных многопродуктовых сетей связи, а также придание тензорной модели ТКС и процессу решения в целом динамического вида.

**Литература:** 1. *Вегенша Ш.* Качество обслуживания в сетях IP: Пер. с англ. М.: Издательский дом «Вильямс», 2003. 386 с. 2. *A Framework for QoS-Based Routing in the Internet / Crawley E. et al.* — RFC 2386. 3. *Олифер В., Олифер Н.* Искусство оптимизации трафика // Журнал сетевых решений / LAN, №12, 2001. С.38-47. 4. *Поповский В.В., Лемешко А.В.* Тензорный анализ в задачах системного исследования телекоммуникационных систем // Радиотехника. 2002. Вып.125. С. 156–164. 5. *Лемешко А.В.* Тензорный синтез адаптированного алгоритма многопутевой маршрутизации с контролем качества в гибридных телекоммуникационных системах // Праці УНДІРТ. Випуск № 2 (30). Одеса, Видання УНДІРТ, 2002. С. 69–74. 6. *Лемешко А.В.* Особенности моделирования двухполюсной сети связи ортогональной сетью в рамках тензорного анализа // Радиотехника. 2002. Вып. 128. С. 16–25. 7. *Крон Г.* Тензорный анализ сетей: Пер. с англ. М.: Сов. радио, 1978. 719 с. 8. *Петров А.Е.* Тензорная методология в теории систем. М: Радио и связь, 1985. 152 с.

Поступила в редколлегия 27.03.2003 г.



**Лемешко Александр Витальевич**, кандидат технических наук, докторант Харьковского института Военно-Воздушных Сил им. Ивана Кожедуба. Область научных интересов: системный анализ и оптимизация телекоммуникационных сетей.