

---

УДК 681.5+548.55

*М.В. ЗАГИРНЯК, А.П. ОКСАНИЧ, В.Р. ПЕТРЕНКО, С.Э. ПРИТЧИН,  
В.А. ТЕРБАН*

## **РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ И ПРОГНОЗНОГО РЕГУЛЯТОРА ДЛЯ ПРОЦЕССА ВЫРАЩИВАНИЯ МОНОКРИСТАЛЛОВ ПОЛУИЗОЛИРУЮЩЕГО АРСЕНИДА ГАЛЛИЯ**

---

На основе использования подхода Бокса-Дженкинса к синтезу моделей стохастических линейных динамических процессов разработана ARMAX-модель процесса вытягивания монокристаллических слитков полуизолирующего арсенида галлия по технологии с жидкостной герметизацией, связывающая вариации температуры фонового нагревателя с вариациями диаметра слитка. Полученная модель применяется для синтеза оптимального прогнозного регулятора процесса выращивания на этапе вытягивания цилиндрической части слитка. Результаты моделирования работы регулятора подтверждают его работоспособность.

### **1. Введение**

Арсенид галлия привлекает внимание исследователей, как перспективный материал для микроэлектроники, благодаря ряду своих свойств. Важнейшим из них является высокая (в шесть раз большая, чем в кремнии) подвижность электронов в электрических полях низкой напряженности, что потенциально позволяет создать СВЧ - приборы с улучшенными характеристиками. Другое достоинство арсенида галлия заключается в большой ширине его запрещенной зоны, что является необходимым условием работоспособности структур при повышенных температурах. Кроме того, малая величина времени жизни неосновных носителей и большая, чем у кремния, ширина запрещенной зоны делают арсенид галлия более перспективным материалом для создания радиационно-стойких приборов и интегральных схем (ИС).

Однако выращивание крупногабаритных монокристаллов арсенида галлия, предназначенных для промышленного использования, сопряжено с большими материальными затра-

тами. В связи с этим особенно актуальной становится проблема повышения качества монокристаллов путем совершенствования систем управления.

Одним из основных параметров в процессе роста монокристаллов арсенида галлия является его диаметр. Обеспечение постоянства диаметра растущего кристалла по всей длине его цилиндрической части – самая актуальная задача управления процессом выращивания. Колебания диаметра во время выращивания приводят к неоднородности кристаллической решетки, что сказывается на качестве будущего полупроводникового прибора.

Г.А. Сатункин в своих работах [1,2] развил подход к управлению процессом кристаллизации на основе разработанной им математической модели низкого порядка (МНП), имеющей следующий вид в стандартной матричной форме:

$$X(t) = A(t)X(t) + B(t)\Omega(t), \quad (1)$$

где  $X(t) = [\delta r(t), \delta h(t)]^T$  – вектор переменных состояния, компонентами которого являются малые отклонения радиуса кристалла и высоты мениска расплава от заданных значений;  $A(t)$  и  $B(t)$  – матричные коэффициенты, зависящие от температурных параметров объекта управления;  $\Omega(t) = [\delta T(t), \delta V(t)]^T$  – вектор входных переменных, содержащий вариации температуры расплава и скорости вытягивания. Заметим, что МНП не учитывает в явном виде стохастичность процесса выращивания, хотя, как отмечено в [3], определенные перспективы в управлении процессом кристаллизации можно связывать именно с учетом стохастической природы технологического процесса получения монокристаллов.

В работе [4] исследовалась возможность использования для моделирования зависимости вариаций диаметра кристалла от вариаций скорости вытягивания класса ARMAX-моделей. Были получены положительные результаты. Следует также отметить, что использование ARMAX-моделей хорошо себя зарекомендовало в ряде работ по моделированию и управлению процессом выращивания монокристаллических слитков кремния [5-7].

Но промышленное использование регулятора, разработанного на основе модели [4] и описанного в [8], дало основание усомниться в оптимальности выбора канала управления. Оказалось, что малыми отклонениями скорости вытягивания слитка не удастся обеспечить требуемую точность регулирования диаметра, а при больших отклонениях наблюдается ухудшение качественных параметров кристаллов. Кроме того, существенные колебания скорости вытягивания могут приводить к срыву монокристаллическости роста слитка. По мнению авторов, избежать этого возможно, если для регулирования диаметра использовать канал фонового нагревателя.

Разработка ARMAX-модели, связывающей отклонения диаметра слитка с отклонениями температуры фонового нагревателя, и синтез на ее основе регулятора диаметра, соответствующего концепции прогнозного управления, и является *целью данной работы*. Метод прогнозного управления был разработан в конце семидесятых годов прошлого века [9]. На сегодня известно значительное количество модификаций метода прогнозного управления: EPSAC, GPC, MUSMAR, MAC, PFC, QDMC, SOLO [10-16]. В этих алгоритмах используется одна и та же концепция прогнозного управления: наличие внутренней модели, метод отступающего горизонта и вычисление последовательности прогнозных оптимальных сигналов управления. Алгоритмы отличаются применением различных моделей реальной системы, возмущающих воздействий и критериев оптимальности управления.

Все экспериментальные работы были выполнены на модернизированной промышленной технологической установке “Арсенид-1М” в условиях выращивания слитков арсенида галлия диаметром 40 мм.

## 2. Постановка задачи

Для построения математической модели будем использовать класс стохастических разностных моделей с дискретным временем [17]. Предположим, что модель передаточной функции

$$Y_t = v(B)X_t + N_t \quad (2)$$

может быть экономично параметризована в виде

$$Y_t = \delta^{-1}(B)\omega(B)X_{t-b} + N_t, \quad (3)$$

где  $b$  – чистое запаздывание;  $B$  – оператор сдвига назад, т.е.  $BY_t = Y_{t-1}$ ;

$$\delta(B) = 1 - \delta_1 B - \delta_2 B^2 - \dots - \delta_r B^r; \omega(B) = \omega_0 - \omega_1 B - \omega_2 B^2 - \dots - \omega_s B^s;$$

$Y_i, i = t, t-1, \dots, t-r$  и  $X_j, j = t-b, t-b-1, \dots, t-b-s$  – соответственно отклонения выхода и входа от равновесных состояний;  $N_t$  - шум, генерируемый некоторым процессом авторегрессии-проинтегрированного скользящего среднего (АРПСС) и статистически независимый от  $X_t$ .

Таким образом, для построения модели необходимо по доступным наблюдениям  $(X_1, Y_1), (X_2, Y_2), \dots, (X_N, Y_N)$  определить оценки параметров  $r, s, b$  и начальные оценки параметров  $\delta_i, i = \overline{1, r}$  и  $\omega_j, j = \overline{0, s}$ , а также идентифицировать и оценить модель шума.

Для регулирования диаметра слитка будем использовать алгоритм прогнозного управления, который в общем виде может быть представлен последовательностью следующих шагов:

1. Предсказание в момент времени  $t$  (на основе модели объекта управления) значений выходной переменной системы  $\hat{y}_t(t+k)$ , где  $k=1, \dots, N_1$ . (При этом выход зависит от будущих управляющих воздействий  $\hat{x}_t(t+k), k=0, 1, \dots, N_2$ ).

2. Выбор целевой функции управления и оптимизация с ее помощью  $\hat{x}_t(t+k), k=0, 1, \dots, N_2$ .

3. Реализация управления  $x_t = \hat{x}_t(t)$ .

4. Переход в момент времени  $(t+1)$  к шагу 1 и повторение шагов 1–4 до достижения цели управления.

В качестве критерия оптимизации, используемого на шаге 2, возьмем критерий вида:

$$J(t) = \sum_{k=1}^{N_1} [\hat{y}_t(t+k) - r_t(t+k)]^2 q_1(k) + \sum_{k=0}^{N_2-1} [\hat{x}_t(t+k)]^2 q_2(k).$$

Значения штрафов на управление и его ошибку можно изменять с помощью весовых коэффициентов  $q_2(k)$  и  $q_1(k)$ . Предполагается, что всегда  $N_2 \leq N_1$  и что  $\Delta \hat{x}_t(t+k) = 0$  для  $k \geq N_2$ .

### 3. Структурно-параметрический синтез математической модели

Заметим, что путем взятия конечных разностей над процессами  $X_t, Y_t$  модель (2) можно привести к виду

$$y_t = v_0 x_t + v_1 x_{t-1} + v_2 x_{t-2} + \dots + n_t, \quad (4)$$

где  $y_t = \nabla^d Y_t, x_t = \nabla^d X_t, n_t = \nabla^d N_t$  - стационарные процессы с нулевыми средними значениями,  $d$ -порядок разности.

Процедура построения модели передаточной функции в соответствии с [17] сводится к выполнению следующих основных этапов:

– получение грубых оценок  $\hat{v}_j$  импульсного отклика в (4) с помощью алгоритма, основанного на выравнивании спектра входа;

– определение оценок  $\hat{r}, \hat{s}, \hat{b}$  параметров  $r, s, b$  на основе анализа поведения последовательности  $\hat{v}_j$ ;

– вычисление начальных оценок  $\hat{\delta}_i, i = \overline{1, r}$  и  $\hat{\omega}_j, j = \overline{0, s}$  на основании оценок  $\hat{v}, \hat{r}, \hat{s}, \hat{b}$ ;

– определение структуры и начальных оценок параметров модели шума;

– уточнение оценок параметров комбинированной модели;

– диагностическая проверка разработанной модели.

Для определения оценок  $\hat{v}_j$  параметров  $v_j$  модели (4) использовалось соотношение

$$\hat{v}_j = \frac{r_{\alpha\beta}(j) s_\beta}{s_\alpha}, \quad j=0, 1, 2, \dots, \quad (5)$$

где  $r_{\alpha\beta}(j)$  – выборочная взаимная корреляционная функция процессов  $\alpha_t$  и  $\beta_t$ , а  $s_\beta$  и  $s_\alpha$  – выборочные стандартные отклонения для этих процессов.

Процесс  $\alpha_t$  определяется путем подгонки АРСС-модели к процессу  $x_t$ , т.е.

$$\varphi_x(B)\theta_x^{-1}(B)x_t = \alpha_t, \quad (6)$$

а процесс  $\beta_t$  – результат применения преобразования  $\varphi_x(B)\theta_x^{-1}(B)$  к процессу  $y_t$ , т.е.

$$\beta_t = \varphi_x(B)\theta_x^{-1}(B)y_t. \quad (7)$$

Модель (4) при этом может быть представлена в виде

$$\beta_t = v(B)\alpha_t + \xi_t, \quad (8)$$

где  $\xi_t = \varphi_x(B)\theta_x^{-1}(B)\eta_t$ .

При известных  $\hat{v}_j$  значения параметров  $r, s, b$  модели (3) можно оценить, используя следующие факты [17]: для модели вида (3) веса  $v_j$  импульсного отклика состоят из  $b$  нулевых значений  $v_0, v_1, \dots, v_{b-1}$ , последующих  $s-r+1$  значений  $v_b, v_{b+1}, \dots, v_{b+s-r}$  с произвольным поведением (таких значений нет, если  $s < r$ ) и значений  $v_j$  при  $j \geq b+s-r+1$ , поведение которых определяется разностным уравнением  $r$ -го порядка с  $r$  начальными значениями  $v_{b+s}, v_{b+s-1}, \dots, v_{b+s-r+1}$ .

Начальные оценки параметров  $\delta_i, i = \overline{1, r}$  и  $\omega_j, j = \overline{0, s}$  определяются путем использования следующей системы уравнений:

$$\begin{aligned} v_j &= 0, \quad j < b; \\ v_j &= \delta_1 v_{j-1} + \delta_2 v_{j-2} + \dots + \delta_r v_{j-r} + \omega_0, \quad j = b; \\ v_j &= \delta_1 v_{j-1} + \delta_2 v_{j-2} + \dots + \delta_r v_{j-r} + \omega_{j-b}, \quad j = b+1, b+2, \dots, b+s; \\ v_j &= \delta_1 v_{j-1} + \delta_2 v_{j-2} + \dots + \delta_r v_{j-r}, \quad j > b+s. \end{aligned} \quad (9)$$

При известных оценках параметров передаточной функции можно найти оценки  $n_t$  с помощью соотношения

$$\hat{n}_t = y_t - \hat{\delta}^{-1}(B)\hat{\omega}(B)x_{t-b}. \quad (10)$$

Далее с помощью известных методов идентификации АРСС-процессов определяется структура модели для  $n_t$  и начальные оценки ее параметров.

На этапе оценивания модели решается задача одновременного эффективного оценивания параметров  $b, \bar{\delta}, \bar{\omega}, \bar{\varphi}, \bar{\theta}$  ранее идентифицированной модели вида

$$y_t = \delta^{-1}(B)\omega(B)x_{t-b} + \varphi^{-1}(B)\theta(B)a_t. \quad (11)$$

Эта задача решается путем минимизации условной суммы квадратов

$$S_0(b, \bar{\delta}, \bar{\omega}, \bar{\varphi}, \bar{\theta}) = \sum_{t=u+p+1}^n a_t^2(b, \bar{\delta}, \bar{\omega}, \bar{\varphi}, \bar{\theta} | x_0, y_0, a_0), \quad (12)$$

где  $u$  – большее из  $r$  и  $s+b$ . Для поиска оценок параметров, минимизирующих (12), использовался известный метод Марквардта [18]. При этом ковариационная матрица оценок  $V$  определяется формулой

$$V = (X'X)^{-1}\hat{\sigma}_a^2, \quad (13)$$

здесь  $X$  – регрессионная матрица в линеаризованной модели, вычисленная на последней итерации в процедуре Марквардта, а  $\hat{\sigma}_a^2$  – оценка остаточной дисперсии.

Диагностическая проверка соответствия комбинированной модели анализируемым данным основана на исследовании поведения остаточных ошибок  $\hat{a}_t$ , которые можно определить с помощью следующего соотношения:

$$\hat{a}_t = \hat{\theta}^{-1}(B)\hat{\varphi}(B)\left(y_t - \hat{\delta}^{-1}(B)\hat{\omega}(B)x_{t-b}\right), \quad (14)$$

где  $t \geq u+1$ ,  $u = \max\{r, s+b\}$  и все  $\hat{a}_j, j = \overline{1, u+p}$  равны нулю.

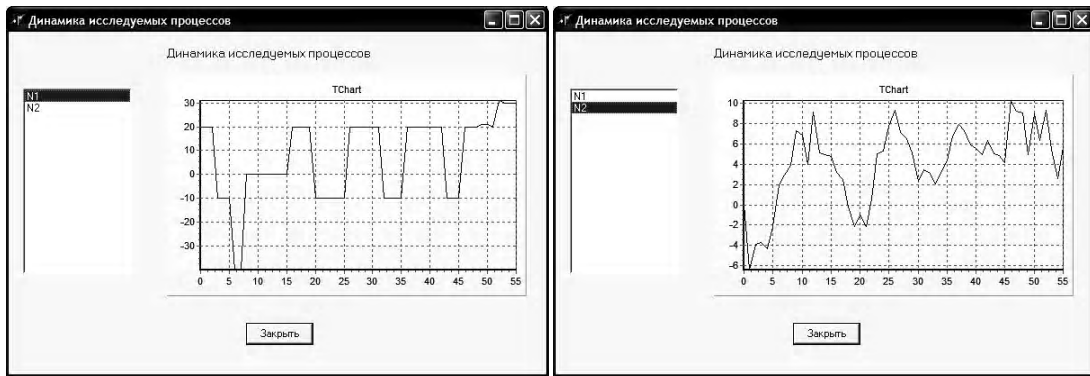
При этом вычисляется статистика

$$Q = m \sum_{k=1}^K r_{\hat{a}\hat{a}}^2(k), \quad (15)$$

где  $m$  – количество используемых в расчетах значений  $\hat{a}_t$  (обычно  $m = n - u - p$ ,  $n$  – объем выборки);  $K$  – задержка, для которой справедливо, что при  $k > K$  автокорреляции пренебрежительно малы.

В [17] указано, что величина  $Q$  распределена примерно как  $\chi^2$  с  $K - p - q$  степенями свободы. Если  $Q$  меньше табличного значения для заданного уровня значимости, то принимается гипотеза об адекватности разработанной комбинированной модели.

Ниже приведены результаты основных этапов синтеза модели рассматриваемого класса, связывающей отклонения диаметра растущего кристалла с отклонениями температуры фонового нагревателя. В качестве исходных данных для решения задачи синтеза модели использовались два временных ряда, образованных наблюдаемыми значениями отклонений диаметра кристалла ( $Y_t$ ) и отклонений температуры фонового нагревателя ( $X_t$ ). Данные снимались на этапе выращивания цилиндрической части слитка с интервалом 1 мин на установке „Арсенид-1М”. Фрагменты рядов приведены на рис. 1.



а

б

Рис. 1. Фрагменты исследуемых рядов: а – отклонения температуры фонового нагревателя; б – отклонения диаметра слитка

Выборочная автокорреляционная и частная автокорреляционная функции входа  $x_t$  представлены на рис. 2 и 3 соответственно.

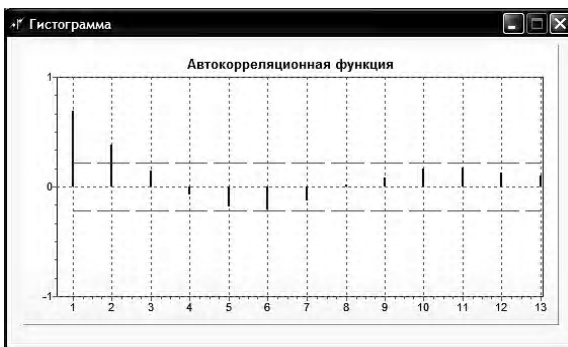


Рис. 2. Автокорреляционная функция

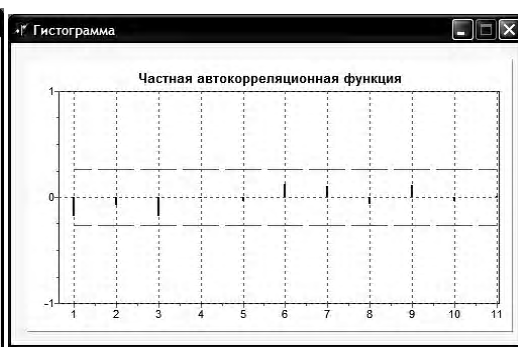


Рис. 3. Частная автокорреляционная функция

Анализ автокорреляционной и частной автокорреляционной функций позволяет предположить, что вход системы может быть представлен моделью скользящего среднего второго порядка. Для оценивания параметров модели входа  $x_t$  использовался алгоритм Вильсона метода Ньютона-Рафсона. Были получены следующие оценки параметров  $\theta_1 = -0.52$ ;  $\theta_2 = -0.07$ . Таким образом, в нашем конкретном случае модель (6) приняла вид

$\theta^{-1}_x(B)x_t = \alpha_t$  с параметрами  $\theta_1 = -0.52; \theta_2 = -0.07$ , (16)  
а модели (7), (8) соответственно

$$\beta_t = \theta^{-1}_x(B)y_t \quad (17)$$

$$\beta_t = v(B)\alpha_t + \xi_t, \text{ где } \xi_t = \theta^{-1}_x(B)n_t. \quad (18)$$

Далее, следуя описанной выше методике, были получены оценки отклика на единичный импульс, анализ поведения которых согласно рекомендациям [17] позволил определить следующие оценки структурных параметров модели передаточной функции:  $r = 2, s = 1, b = 3$ .

Таким образом, модель передаточной функции принимает вид

$$(1 - \delta_1 B - \delta_2 B^2)y_t = (\omega_0 - \omega_1 B)x_{t-3} + n_t. \quad (19)$$

Начальные оценки «левосторонних» параметров ( $\hat{\delta}_i$ ) можно получить путем решения системы уравнений

$$A\hat{\delta} = h, \quad (20)$$

$$\text{где } a_{ij} = \begin{cases} \hat{v}_{b+s+i-j}, & s+i \geq j \\ 0, & s+i < j \end{cases}; \quad h_i = \hat{v}_{b+s+i}; \quad i, j = 1, 2, \dots, r.$$

Для получения начальных оценок «правосторонних» параметров ( $\hat{\omega}_j$ ) использовались следующие соотношения:

$$\hat{\omega}_0 = \hat{v}_b; \quad (21)$$

если  $r \geq s$ , то  $\hat{\omega}_j = \sum_{i=1}^j \hat{\delta}_i \hat{v}_{b+j-i} - \hat{v}_{b+j}$ ; если  $r < s$ , то  $\hat{\omega}_j = \sum_{i=1}^j \hat{\delta}_i \hat{v}_{b+j-i} - \hat{v}_{b+j}$  для  $j = 1, 2, \dots, r$ ;

$\hat{\omega}_j = \sum_{i=1}^r \hat{\delta}_i \hat{v}_{b+j-i} - \hat{v}_{b+j}$  для  $j = r+1, \dots, s$ .

Используя (20), (21), а также полученные ранее оценки структурных параметров модели и оценки отклика на единичный импульс, получаем следующие начальные оценки параметров модели передаточной функции:

$$\hat{\delta}_1 = -0.15; \hat{\delta}_2 = 0.6; \hat{\omega}_0 = -0.08; \hat{\omega}_1 = 0.03.$$

Построение модели шума основывается на восстановлении последовательности  $n_t$  путем использования (4) и полученных оценок отклика на единичный импульс, т.е.

$$\hat{n}_t = y_t - \hat{v}_0 \cdot x_t - \hat{v}_1 \cdot x_{t-1} - \dots - \hat{v}_k \cdot x_{t-k},$$

где значение  $k$  должно удовлетворять условию  $v_{k+i} = 0, i = 1, 2, \dots$ . В нашем случае можно взять  $k = 14$ . К полученной последовательности  $\hat{n}_t$  осуществляется подгонка АРСС-модели тем же самым способом, с помощью которого мы строили АРСС-модель для последовательности  $x_t$ .

Оценки автокорреляций и частных автокорреляций шума представлены соответственно на рис. 4 и 5.



Рис. 4. Выборочная автокорреляционная функция шума



Рис. 5. Выборочная частная автокорреляционная функция шума

Их анализ позволил определить структуру модели шума в виде (1, 0, 0). После предварительного оценивания модели шума она приняла следующий вид:

$$(1 - 0.53B)n_t = a_t, \quad s_a^2 = 0.78. \quad (22)$$

Уточнение оценок параметров комбинированной модели было выполнено по хорошо известному методу Марквардта [18], позволяющему получить эффективные оценки параметров  $b, \bar{\delta}, \bar{\omega}, \bar{\varphi}, \bar{\theta}$  комбинированной модели путем минимизации условной суммы квадратов

$$S_0(b, \bar{\delta}, \bar{\omega}, \bar{\varphi}, \bar{\theta}) = \sum_{u+p+1}^n a_t^2 (b, \bar{\delta}, \bar{\omega}, \bar{\varphi}, \bar{\theta} | x_0, y_0, a_0).$$

После этого комбинированная модель приняла следующий вид:

$$(1 + 0.25B - 0.4B^2)y_t = -0.1x_{t-3} + \frac{1}{1 - 0.77B}a_t \quad (23)$$

или после несложных преобразований

$$(1 - 0.52B - 0.593B^2 + 0.308B^3)y_t = -(0.1 - 0.077B)x_{t-3} + a_t; \quad s_a^2 = 0.73.$$

В целях диагностической проверки модели (23) с использованием (15) было определено значение статистики Q. Оно оказалось равным 15.1 при 13 степенях свободы. Критическое значение этой статистики при указанном числе степеней свободы и уровне значимости 0.05 равно 22.36. Таким образом, можно считать справедливой гипотезу об адекватности разработанной модели.

#### 4. Разработка прогнозного регулятора

Сначала опишем процедуру синтеза регулятора в общем виде для класса моделей

$$Ay(t) = Bx(t-b) + a(t), \quad (24)$$

где

$$A = 1 + a_1S + a_2S^2 + a_3S^3 + \dots + a_{n_a}S^{n_a};$$

$$B = b_0 + b_1S + b_2S^2 + b_3S^3 + \dots + b_{n_b}S^{n_b},$$

S – оператор сдвига назад, т.е.  $Sy(t) = y(t-1)$ ,

а затем применим полученные результаты к модели (23) (легко заметить, что она принадлежит классу моделей (24)). Будем также считать, что горизонты прогнозирования и управления равны между собой ( $N_1 = N_2$ ).

Представим (24) в виде

$$y(t) = \frac{B}{A}x(t-b) + \frac{1}{A}a(t). \quad (25)$$

Тогда уравнение прогноза с упреждением k будет иметь вид

$$y(t+k) = \frac{B}{A}x(t+k-b) + \frac{1}{A}a(t+k). \quad (26)$$

Используя диофантово тождество [15], имеющее для модели (25) вид

$$E_k A = 1 - S^k F_k, \quad (27)$$

где  $E_k = e_0 + e_1S + e_2S^2 + \dots + e_{n_e}S^{n_e}$ ;  $F_k = f_0^k + f_1^kS + f_2^kS^2 + \dots + f_{n_f}^kS^{n_f}$ ;

$k \geq 1$ ;  $n_e = k - 1$ ;  $n_f = n_a - 1$ ;  $n_a$  – порядок полинома A, перепишем уравнение (26) в виде

$$y(t+k) = BE_k x(t+k-b) + F_k y(t) + E_k a(t+k). \quad (28)$$

При этом прогнозное значение выхода с упреждением k можно получить с помощью соотношения

$$\hat{y}(t+k/t) = BE_k x(t+k-b) + F_k y(t). \quad (29)$$

Реальный выход системы может быть записан в виде

$$y(t+k) = \hat{y}(t+k/t) + E_k a(t+k). \quad (30)$$

Полагая, что нужно получить прогнозы для некоторого диапазона значений  $k$  (от  $k=1$  до  $k=N$ ), запишем уравнение (28) в векторной форме, используя подход, предложенный в [19]:

$$Y = GX + f + a, \quad (31)$$

где

$$\begin{aligned} Y^T &= [y(t+1), y(t+2), \dots, y(t+N)]; \\ X^T &= [x(t-b+1), x(t-b+2), \dots, x(t-b+N)]; \\ f^T &= [F_1 y(t) + d_1, F_2 y(t) + d_2, \dots, F_N y(t) + d_N]; \\ a^T &= [E_1 a(t+1), E_2 a(t+2), \dots, E_N a(t+N)]; \end{aligned} \quad G = \begin{vmatrix} g_0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ g_1 & g_0 & 0 & \dots & 0 \\ g_2 & g_1 & g_0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ g_{N-1} & g_{N-2} & g_{N-3} & \dots & g_0 \end{vmatrix};$$

$$g_i = h_i, \quad i = \overline{0, N-1}; \quad H = BE_N = h_0 + h_1 S^1 + h_2 S^2 + \dots + h_{N-1} S^{(N-1)} + \dots;$$

$$d_k = (BE_k - (h_0 + h_1 S^1 + h_2 S^2 + \dots + h_{k-1} S^{(k-1)}))x(t-b+k), \quad k = \overline{1, N}.$$

Используя векторную форму модели системы (31), запишем критерий оптимальности управления в виде

$$E\{J(t)\} = E\{(GX + f + a - R)^T Q_1 (GX + f + a - R) + (X^T Q_2 X)\} > \min, \quad (32)$$

где  $R^T = [r(t+1), r(t+2), \dots, r(t+N)]$  – заданное движение системы;  $E\{x\}$  – математическое ожидание  $x$ ;  $Q_1$  и  $Q_2$  – диагональные матрицы размерности  $N \times N$  с элементами на главных диагоналях соответственно  $q_1(1), q_1(2), \dots, q_1(N)$  и  $q_2(1), q_2(2), \dots, q_2(N)$ .

Дифференцируя (32) по  $X$  и приравнявая производную нулю, находим оптимальный вектор  $X$ :

$$X = (G^T Q_1 G + Q_2)^{-1} G^T Q_1 (R - f). \quad (33)$$

Выражение (33) определяет оптимальный прогнозный регулятор.

Для вычисления элементов соотношения (33) в работе [20] были предложены полезные формулы, упрощающие расчеты, связанные с синтезом оптимального регулятора.

Коэффициенты полинома  $E_k$  (его порядок равен  $k-1$ ) можно получить с помощью соотношения:

$$e_k = -\sum_{i=1}^{n_a} e_{k-i} a_i, \quad k = \overline{1, N-1}, \quad e_0 = 1, \quad e_j = 0 \quad \forall j < 0, \quad (34)$$

где  $n_a$  – порядок полинома  $A$ ;  $a_i$  – его коэффициенты.

Коэффициенты полинома  $F_k$ , порядок которого  $n_f = n_a - 1$ , можно вычислить по формуле

$$f_j^k = -\sum_{i=1}^{n_a} e_{k-i} a_{j+i}, \quad j = \overline{0, n_a - 1}, \quad k = \overline{1, N}, \quad a_n = 0 \quad \forall n > n_a. \quad (35)$$

Параметры матрицы  $G$  определяются с помощью следующего соотношения:

$$g_{k-1} = h_{k-1} = b_0 e_{k-1} + b_1 e_{k-2} + \dots + b_{n_b} e_{k-n_b-1}, \quad k = \overline{1, N}, \quad e_j = 0 \quad \forall j < 0. \quad (36)$$

Для вычисления значений  $d_k$  целесообразно использовать соотношение:

$$\begin{aligned} d_k &= (b_1 e_{k-1} + b_2 e_{k-2} + \dots + b_{n_b} e_{k-n_b})x(t-b) + \\ &+ (b_2 e_{k-1} + b_3 e_{k-2} + \dots + b_{n_b} e_{k-n_b+1})x(t-b-1) + \\ &\dots \\ &+ b_{n_b} e_{k-1} x(t-b-n_b+1), \quad k = \overline{1, N}, \quad e_j = 0 \quad \forall j < 0. \end{aligned} \quad (37)$$

Рассмотрим синтез прогнозного регулятора для объекта, описываемого моделью (22), при  $N=3$ . В этом случае имеем:

$$\begin{aligned} n_a &= 3; \quad a_0 = 1; \quad a_1 = -0.52; \quad a_2 = -0.593; \quad a_3 = 0.308; \quad n_b = 1; \\ b_0 &= -1; \quad b_1 = 0.077; \quad n_f = 2; \quad n_e = 2. \end{aligned}$$



Используя описанную выше методику синтеза и взяв в качестве матриц  $Q_1$  и  $Q_2$  диагональные матрицы, все диагональные элементы которых равны  $q_1=3.5$  и  $q_2=0.02$  соответственно, мы получили следующее представление оптимального регулятора в векторной форме:

$$\begin{bmatrix} x(t) \\ x(t+1) \\ x(t+2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6.030 & 0.403 & -0.915 \\ -1.105 & -6.199 & 0.403 \\ 1.601 & -1.105 & -6.030 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r(t+1) - f(t+1) \\ r(t+2) - f(t+2) \\ r(t+3) - f(t+3) \end{bmatrix},$$

где

$$\begin{aligned} f(t+1) &= 0.520y(t) + 0.593y(t-1) - 0.308y(t-2) + d_1; & d_1 &= 0.077x(t-3); \\ f(t+2) &= 0.863y(t) + 0y(t-1) - 0.160y(t-2) + d_2; & d_2 &= 0.04x(t-3); \\ f(t+3) &= 0.449y(t) + 0.352y(t-1) - 0.266y(t-2) + d_3; & d_3 &= 0.067x(t-3). \end{aligned}$$

Поскольку на практике, как правило, реализуется принцип отступающего горизонта, то особое значение имеет определение управления  $x(t)$ . После его реализации и получения отклика системы горизонт сдвигается на один такт и управление пересчитывается.

Для  $x(t)$  мы имеем

$$\begin{aligned} x(t) &= -6.03(r(t+1) - f(t+1)) + 0.403(r(t+2) - f(t+2)) - 0.915(r(t+3) - f(t+3)) = \\ &= -6.03(r(t+1) - 0.520y(t) - 0.593y(t-1) + 0.308y(t-2) - 0.077x(t-3)) + \\ &+ 0.403(r(t+2) - 0.863y(t) - 0y(t-1) + 0.160y(t-2) - 0.04x(t-3)) - \\ &- 0.915(r(t+3) - 0.449y(t) - 0.352y(t-1) + 0.266y(t-2) - 0.067x(t-3)). \end{aligned} \quad (38)$$

Результаты экспериментального исследования работоспособности разработанного прогнозного регулятора представлены на рис. 6.

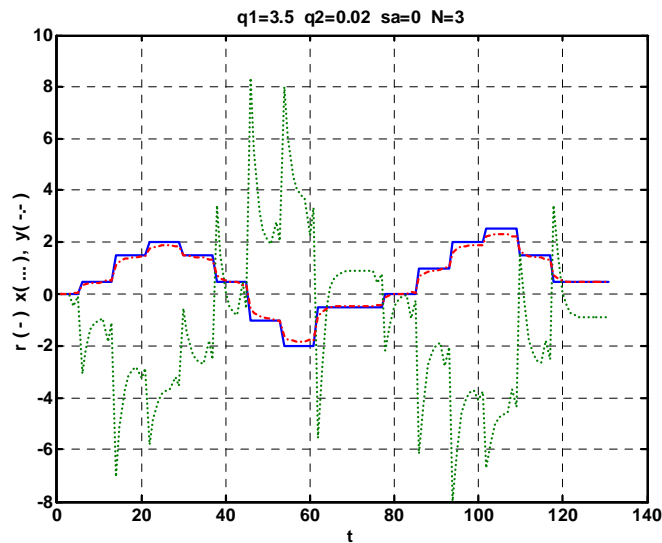


Рис. 6. Результаты моделирования работы регулятора

## 5. Выводы

1. Впервые синтезирована адекватная ARMAX-модель процесса вытягивания монокристаллических слитков арсенида галлия в условиях промышленной установки «Арсенид-1М», которая может быть использована для регулирования диаметра слитка по каналу температуры фонового нагревателя с целью повысить точность поддержания диаметра.

2. На основе применения разработанной ARMAX-модели процесса выращивания впервые выполнен синтез оптимального прогнозного регулятора для установки «Арсенид-1М», позволяющего учитывать прогнозируемые состояния регулируемого процесса с заданным упреждением и за счет этого обеспечивающего точность поддержания диаметра на уровне  $\pm 2$ мм. Эффективность разработанного регулятора подтверждена также приведенными результатами моделирования его работы.

3. Практическая ценность полученных результатов заключается в существенном сокращении потерь дорогостоящего материала при калибровке слитков и повышении качественных показателей выращенных монокристаллов.

4. Дальнейшие исследования следует посвятить разработке математической модели и прогнозного регулятора для процесса выращивания монокристаллических слитков арсенида галлия диаметром 100 мм.

**Список литературы:** 1. *Satunkin G.A.* Mathematical modelling and control system design of Czochralski and liquid encapsulated Czochralski process: the basic low order mathematical model / G.A. Satunkin // *J. Crystal Growth*. 1995. V. 154. P. 172-188. 2. *Satunkin G. A.* Weighting control of the automatic crystallization process from the melt / G.A. Satunkin, A.G. Leonov // *J. Grystal Growth*. 1990. V. 102. P. 592–608. 3. *Суздаль В.С.* Системы управления процессами получения монокристаллов из расплава / В.С. Суздаль, П.Е. Стадник // *Функциональные материалы для науки и техники. Сборник статей под ред. В.П. Семиноженко*. Харьков: Институт монокристаллов, 2001. С. 514-526. 4. *Петренко В.Р.* Моделирование динамики зависимости диаметра слитка арсенида галлия от скорости его вытягивания / В.Р. Петренко, А.С. Овсепян, Л.Г. Шепель, И.В. Петренко // *Нові технології. Науковий вісник КУЕІТУ*. 2005. №1-2(7-8). С. 46-53. 5. *Оксанич А.П.* Разработка стохастических моделей передаточных функций для системы управления процессом выращивания монокристаллов кремния большого диаметра / А.П. Оксанич, В.Р. Петренко // *Вестник Херсонского государственного технического университета*. 2002. № 2(15). С. 360-363. 6. *Оксанич А.П.* Оценивание адекватности стохастических моделей передаточных функций системы управления процессом выращивания монокристаллов кремния / А.П. Оксанич, В.Р. Петренко // *Нові технології. Науковий вісник Інституту економіки та нових технологій*. 2004. № 3(6). С. 12-14. 7. *Петренко В.Р.* Использование принципа прогнозного управления для регулирования диаметра Cz-Si монокристаллов / В.Р. Петренко, С.В. Ивушкин // *Нові технології. Науковий вісник КУЕІТУ*. 2009. №4(26). С.30-39. 8. *Петренко В.Р.* Регулирование процесса выращивания монокристаллов GaAs по ЛЕС-технологии / В.Р. Петренко, В.А. Тербан // «Автоматизация: проблемы, идеи, решения», міжнародна наук.-технічна конф. (2009; Севастополь). Міжнародна науково-технічна конференція «Автоматизация: проблеми, ідеї, рішення», 7-12 вересня 2009 р.: [матеріали] / редкол.: В.Я. Копп [та ін.]. Севастополь: Вид-во СевНТУ, 2009. С. 281-283. 9. *Model predictive heuristic control* / Richalet J., Rault A., Testud L.J., Papon J. // *Automatica*. 1978. Vol. 14. P. 413-428. 10. *Generalized predictive control. Part 1 and 2.* / Clarke D.W., Mohtadi C., Tuffs P.S. // *Automatica*. 1987. Vol. 23. P. 137-160. 11. *Peterka V.* Predictor-Based Self-Tuning Control / V. Peterka // *Automatica*. 1984. Vol. 20, № 1. P. 39-50. 12. *Properties of Generalized Predictive Control* / D.W. Clarke, C. Mohtadi // *Automatica*. 1989. № 25. P. 859-875. 13. *Analysis and Tuning of Adaptive Generalized Predictive Control* / McIntosh A.R., S.L. Shah, D.G. Fisher // *The Canadian Journal of Chemical Engineering*. 1991. Vol. 69. P. 97-110. 14. *Красовский А.А.* Универсальные алгоритмы оптимального управления непрерывными процессами / А.А. Красовский, В.Н. Буко, В.С. Шендрик. М.: Наука, 1977. 272 с. 15. *Generalized predictive control* / D. Clarke, C. Mohtadi, P. Tu's // *Automatica*. 1987. Vol. 23. P. 137-160. 16. *Allg'ower F., Badgwell T.A., Qin J.S., Rawlings J.B., Wright S.J.* Advances in Control / Highlights of ECC'99 // Chapt. 12. *Nonlinear Predictive Controls and Moving Horizon Estimation*. Springer, London. 1999. P. 391-449. 17. *Анализ временных рядов. Прогноз и управление* / Бокс Дж., Дженкинс Г.; под ред. В.Ф. Писаренко. М.: Мир, 1974. 197 [2]с. 18. *Marquardt D.W.* An Algorithm for least squares estimation of non-linear parameters / D.W. Marquardt // *J. Int. Appl. Math.* 1963. № 11. P. 431-440. 19. *Adaptive general predictive controller for nonlinear systems* / O.M. Zhu, K. Warwick, J.L. Douce // *IEE Proceedings-D*. 1991. Vol. 138, № 1. P. 33-40. 20. *Петренко В.Р.* Синтез оптимального регулятора с предсказанием для процесса выращивания объемных Cz-Si монокристаллов / В.Р. Петренко // *Складні системи і процеси*. 2008. №2(14). С.64-76.

*Поступила в редколлегию 11.06.2011*

**Загирняк Михаил Васильевич**, д-р техн. наук, профессор, ректор Кременчугского национального университета им. Михаила Остроградского, зав. кафедрой электрических машин и аппаратов. Научные интересы: автоматизация процессов управления производством полупроводниковых материалов. Адрес: Украина, 39600, Кременчуг, ул. Первомайская, 20, тел.: (05366) 36218. E-mail: mzagirn@kdu.edu.ua.

**Оксанич Анатолий Петрович**, д-р техн. наук, профессор, директор НИИ технологии полупроводников и информационно-управляющих систем Кременчугского национального университета им. Михаила Остроградского, зав. кафедрой информационно-управляющих систем. Научные интересы: методы и аппаратура контроля структурно-совершенных полупроводниковых монокристаллов. Адрес: Украина, 39600, Кременчуг, ул. Первомайская, 20, тел.: (05366) 30157. E-mail: oksanich@kdu.edu.ua

**Петренко Василий Радиславович**, д-р техн. наук, профессор кафедры информационно-управляющих систем Кременчугского национального университета им. Михаила Остро-

градского. Научные интересы: автоматизация процессов управления производством полупроводниковых материалов, информационные технологии. Адрес: Украина, 39600, Кременчуг, ул. Первомайская, 20. E-mail: [prvg@kdu.edu.ua](mailto:prvg@kdu.edu.ua).

**Притчин Сергей Эмильевич**, канд. техн. наук, доцент кафедры информационно-управляющих систем Кременчугского национального университета им. Михаила Остроградского. Научные интересы: автоматизация процессов управления производством полупроводниковых материалов. Адрес: Украина, 39600, Кременчуг, ул. Первомайская, 20. E-mail: [pritchin@knu.edu.ua](mailto:pritchin@knu.edu.ua)

**Тербан Виктор Андреевич**, канд. техн. наук, доцент, заместитель директора ООО «Силикон». Научные интересы: технологии производства полупроводниковых материалов. Адрес: Украина, 36000, Светловодск, ул. Заводская, 3, тел.: (05236)22041. E-mail: [galag@ukrpost.net](mailto:galag@ukrpost.net)