МЕТОД ЧИСЕЛЬНОГО АНАЛІЗУ ВЕРТИКАЛЬНОГО РОЗПОВСЮДЖЕННЯ ДОМІШКИ В НЕСТАЦІОНАРНОМУ ПОГРАНИЧНОМУ ШАРІ АТМОСФЕРИ

Чернов О.Г.
Науковий керівник – канд. фіз.-мат. наук, доц. Сидоров М.В.
Харківський національний університет радіоелектроніки
(61166, Харків, пр. Науки, 14, каф. прикладної математики,
тел. (057) 702-14-36), e-mail: oleksandr.chernov@nure.ua

The problem of evaluation of the vertical propagation of the ground source impurity in a non-stationary constant boundary layer of the atmosphere is considered. For an approximate solution to this problem, it is proposed to use the Galerkin method.

Збільшення обсягів виробництва, транспортування і зберігання низькотемпературних отруйних речовин становить підвищену небезпеку для довкілля і людини. Тому актуальною є розробка методів моделювання аварійних ситуацій, пов’язаних з розливами, викидами і витоками низькотемпературних речовин у навколишнє середовище.

Вертикальне розповсюдження осідаючої домішки від миттєвого точкового джерела потужності Q, що знаходиться на висоті H, описується за допомогою наступної початково-крайової задачі [1]:

$$\frac{\partial q}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z}\left(k_z \frac{\partial q}{\partial z}\right) + w\frac{\partial q}{\partial z},\ z_0 < z < h(t),\ t > 0, \qquad (1)$$

$$q\big|_{t=0} = Q\delta(z - H), \qquad (2)$$

$$k_z \frac{\partial q}{\partial z} + (w - \beta)q\bigg|_{z=z_0} = 0, \qquad (3)$$

$$k_z \frac{\partial q}{\partial z}\bigg|_{z=h(t)} = 0. \qquad (4)$$

Тут q – середня концентрація домішки, k_z – вертикальний коефіцієнт турбулентної дифузії, w – швидкість гравітаційного осідання частинок, β – швидкість сухого осідання (параметр, що характеризує взаємодію частинок із підстілаючою поверхнею), z_0 – параметр шороховатості, h – висота верхньої границі нестаціонарного усталеного пограничного шару атмосфери, H – висота джерела домішки ($0 \le H \le h$), $\delta(z)$ – дельта-функція.

Випадку домішки, яка не осідає та не осаджується, відповідають значення $w = \beta = 0$, а випадку домішки, яка не осідає, але осаджується, відповідає $w = 0$, $\beta \ne 0$.

Точні розв’язки задачі (1) – (4) отримано лише для обмеженого класу задач, що робить актуальною задачу розробки ефективних чисельних методів. Скористаємося для отримання наближено-аналітичного розв'язку задачі (1) – (4) методом R-функцій [3] і методом Гальоркіна для нестаціонарних заадч [2].

Наближений розв'язок задачі (1) – (3) шукатимемо у вигляді

$$q_N(z,t) = \sum_{j=1}^{N} c_j(t)\varphi_j(z),$$

де $\varphi_j(z)$ – повна система квадратично сумованих лінійно незалежних функцій, що задовольняє крайовим умовам (3), (4).

Згідно з методом Гальоркіна для нестаціонарних задач для визначення коефіцієнтів $c_i(t)$, $i = 1, 2, ..., N$, ми отримуємо систему звичайних диференціальних рівнянь вигляду

$$\sum_{j=1}^{N} \frac{dc_j}{dt}(\varphi_j, \varphi_k) + \sum_{j=1}^{N} c_j([\varphi_j, \varphi_k] + (K\varphi_j, \varphi_k)) = 0 \qquad (5)$$

із початковими умовами, що отримуємо із системи

$$\sum_{j=1}^{N} c_j(0)(\varphi_j, \varphi_k) = Q\varphi_k(H), \quad k = 1, 2, ..., N. \qquad (6)$$

Тут

$$(\varphi_j, \varphi_k) = \int_{z_0}^{h} \varphi_j \varphi_k dz,$$

$$[\varphi_j, \varphi_k] = \int_{z_0}^{H} k_z \frac{d\varphi_j}{dz}\frac{d\varphi_k}{dz} dz + (\beta - w)\varphi_j\varphi_k\Big|_{z=z_0},$$

$$(K\varphi_j, \varphi_k) = -w\int_{z_0}^{h} \frac{d\varphi_j}{dz}\varphi_k dz, \quad j, k = 1, 2, ..., N.$$

Відповідно до загальної методики побудови структур розв'язку крайових задач [3] базисні функції візьмемо у вигляді

$$\varphi_j(z) = \left(1 + \frac{(\beta - w)(H - z)^2(z - z_0)}{k_z(H - z_0)^2}\right)\tau_j(z) -$$
$$- \frac{(H - z)(z - z_0)(-2z + z_0 + H)}{(H - z_0)^2}\frac{d\tau_j(z)}{dz},$$

де $\tau_j(z)$ – повна система функцій (поліномів Лежандра, сплайни та ін.)

1. Берлянд М.Е. Прогноз и регулирование загрязнения атмосферы. – Л.: Гидрометеоиздат, 1985. – 277 с.

2. Михлин С.Г. Численная реализация вариационных методов. – М.: Наука, 1966. – 432 с.

3. Рвачев В.Л. Теория R-функций и некоторые ее приложения. – К.: Наук. Думка, 1982. – 552 с.