

ПРИМЕНЕНИЕ СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛИЗА ДЛЯ ПОИСКА ПЕРИОДИЧЕСКИХ СОСТАВЛЯЮЩИХ В РАСПРЕДЕЛЕНИЯХ АСТЕРОИДОВ ПО БОЛЬШОЙ ПОЛУОСИ

Ю.В. ЧЕРКАС, Ю.И. ВОЛОЩУК

К настоящему времени получены некоторые эмпирические результаты, согласно которым в распределениях элементов орбит малых тел Солнечной системы присутствует периодическая составляющая. Это возможно, если существуют системы стабильных и нестабильных орбит. Однако малые объемы выборок не позволяли утверждать это с достаточной вероятностью. Если все-таки это подтвердится, взгляды на процессы эволюции Солнечной системы могут существенно измениться. Делались попытки теоретически объяснить, что пространство возможных орбит в гравитационных системах планетарного типа является дискретным. Если это так, дискретность должна проявиться в распределениях орбитальной энергии, углового момента и некоторых элементов орбиты. Самый простой способ проверки таких гипотез — это поиск гармонических составляющих на гистограммах численности большой полуоси орбит малых тел Солнечной системы. В качестве малых тел мы выбрали астероиды, орбиты которых сближаются с орбитой Земли.

Ключевые слова: спектральный анализ распределений орбит, периодограмма, гистограмма численности, околоземные астероиды.

ВВЕДЕНИЕ

Гипотеза о том, что пространство возможных орбит в гравитационных системах планетарного типа является дискретным, давно стала предметом исследования как отечественных ученых (Гулак Ю.К., Чечельницкий А.М.), так и зарубежных (Quiroga R.J., Hu Zhong-wei) [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7]. Суть ее заключается в том, что в процессе релаксации планетарной системы орбиты малых тел, обращающихся вокруг центрального массивного тела, начинают тяготеть к определенным областям пространства возможных орбит. Это приводит к чередованию мест, где заселенность частицами выше, т.е. так называемых поясов и люков, где возможность встретить частицы ниже [1, 2]. Орбита любого малого тела в планетарной системе полностью определяется пятью кеплеровыми элементами (a — большая полуось орбиты, e — эксцентриситет, i — наклонение, ω — аргумент перигелия, Ω — долгота восходящего узла орбиты). Первые два элемента определяют форму орбиты, остальные — ориентацию относительно базовой системы координат. Дискретность пространства орбит, если она есть, должна, прежде всего, проявляться в распределении их по большой полуоси. Согласно теориям, пытающимся объяснить дискретную структуру распределений орбит в Солнечной системе, чередование мест скопления с областями меньшего присутствия тел в их распределении по большой полуоси должно иметь определенный порядок. Значение большой полуоси в местах поясов и люков a_k должно быть кратно a_0 — минимальному значению соизмеримости (основной гармонике), которым характеризуется данная планетарная система:

$$a_k = k \frac{a_0}{2}, \quad (1)$$

где k — числа натурального ряда.

Объектом исследования данной работы выбраны астероиды, орбиты которых сближаются с орбитой Земли (NEA — near Earth asteroids). В отличие от астероидов главного пояса, в первом приближении можно считать, что их движение определяется только гравитационным воздействием Солнца, а объем выборки достаточный для проведения необходимого анализа (на момент написания работы более 8000 орбит [8]). Кроме того у NEA, например, a определяется с точностью 8-9 знаков после десятичной точки, q — не менее 4-х и т. д. Ниже — в комментариях к рис. 1 — поясняется почему это важно.

Цель работы — провести анализ тонкой структуры распределений орбит NEA на предмет наличия предполагаемой периодичности и, в случае ее обнаружения, определить оценки минимальной соизмеримости орбит a_0 .

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Свойство квантования орбит в планетарной системе можно выявить путем исследования распределений интересующих параметров орбит на наличие периодических составляющих. Анализ распределений астероидов по большой полуоси орбиты будем проводить по гистограммам численности или гистограммам вероятности. Такие гистограммы фактически являются ненормированной и нормированной оценками плотности вероятности. Из распределений астероидов по большой полуоси нас интересуют лишь относительные колебания значений количества попавших орбит в тот или иной интервал на фоне

присутствующего тренда. Оценки тренда были получены аппроксимацией исходного ряда распределений полиномом. Выбор степени полинома не имеет четкого правила и во многом зависит от характера самого тренда [9, 10]. Для всех распределений был выбран полином 9-й степени. Отметим, что все расчеты были проделаны и для тренда, рассчитанного методом скользящего среднего, что привело к тем же результатам. Убрав тренд с гистограммы численности, получаем исходный дискретный ряд, который использовался для поиска предполагаемой периодичности. В настоящей работе для его анализа использовалось дискретное преобразование Фурье (ДПФ) [9, 10, 11, 12, 13].

2. АСТЕРОИДЫ ГРУППЫ АМУРА

К группе Амура (Amors) относятся астероиды, для которых выполняются условия $a > 1 \text{ a.e.}$ и $1.017 < q < 1.3 \text{ a.e.}$, где q – перигелийное расстояние. На момент проведения анализа было известно 3211 орбит астероидов данной группы. Анализируемый диапазон был ограничен сверху значением $a_{\max} = 3.2 \text{ a.e.}$, что отсеяло 50 астероидов с большими полуосями вплоть до 5 a.e. На рис. 1 приведены гистограммы численности астероидов группы Амура по большой полуоси, анализируемый диапазон разбит на $a - n = 100$ и $b - n = 200$ интервалов. Рассматривая эти гистограммы (выборки) как «временные ряды», где вместо переменной t выступает переменная a , можно анализировать их с помощью хорошо разработанных методов анализа временных рядов [10, 12, 13].

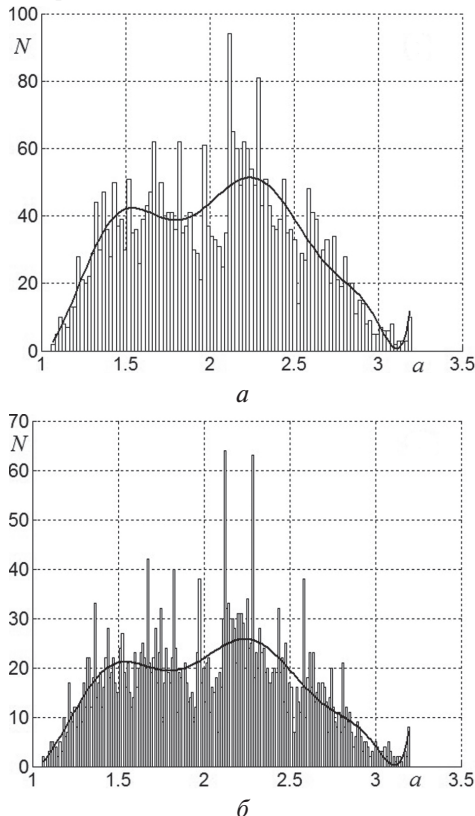


Рис. 1. Гистограммы распределений астероидов группы Амура по большой полуоси

Отметим, что дискретный характер этих рядов четко проявляется на рис. 1а и 1б у астероидов группы Амура. Как будет показано ниже, эта особенность распределений проявляется и у остальных групп астероидов. Кроме того, с увеличением количества интервалов гистограмм дискретность проявляется более отчетливо. Сплошной линией показан тренд.

Найдем оценки шага Δa и частоты f_s дискретизации гистограммы (рис. 1а):

$$\Delta a = \frac{a_{\max} - a_{\min}}{n} = \frac{3.20 - 1.06}{100} = 0.0214 \text{ a.e.}, \quad (2)$$

$$f_s = \frac{1}{\Delta a} = \frac{1}{0.0214} \approx 46.7 \text{ a.e.}^{-1}. \quad (3)$$

Следовательно, максимальная частота, которая может быть определена по данному ряду:

$$f_{\max} = \frac{f_s}{2} \approx 23.4 \text{ a.e.}^{-1}. \quad (4)$$

В распределении b , максимально возможная частота в два раза выше, поскольку анализируемый ряд содержит в два раза больше отсчетов в том же диапазоне изменения большой полуоси.

На рис. 2 приведены нормированные к единице периодограммы рядов, полученных по гистограммам a и b рис. 1, после вычитания из последних соответствующих трендов.

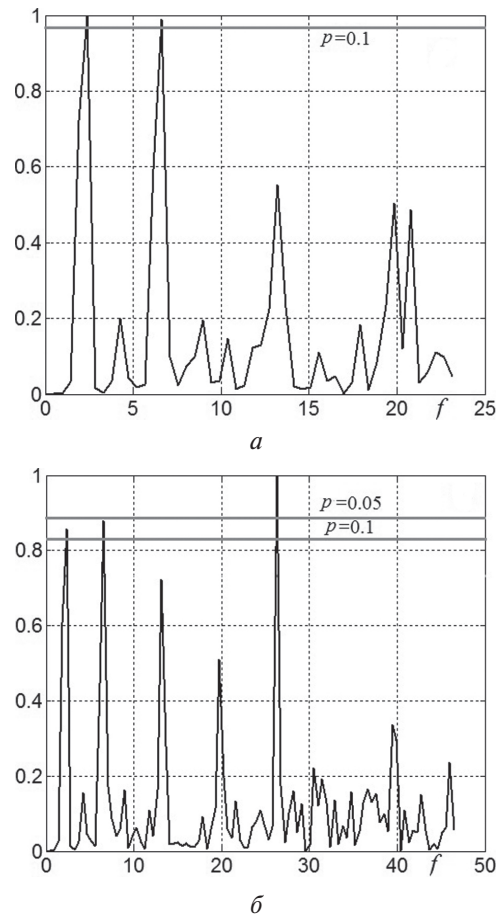


Рис. 2. Нормированные периодограммы рядов, полученных для астероидов группы Амура

На графиках периодограмм приведены оценки вероятностей того, что периодограмма ряда

случайных величины, имеющего ту же длину, что и интересующий нас ряд, содержит спектральную составляющую с амплитудой большей или равной амплитудам для указанных уровней значимости p . При заданной длине ряда n и уровне значимости p лишь отклонения периодограммы (или спектральной плотности) нормированной к ее среднему значению $\overline{P}_n(f)$, превосходящие $X_{n,p}$, могут считаться значимыми [10]:

$$X_{n,p} = -\ln \left[1 - (1-p)^{\frac{2}{n-2}} \right]. \quad (5)$$

Искомое значение амплитуды периодограммы для заданного значения параметра p и длины ряда n :

$$P_n = X_{n,p} \cdot \overline{P}_n(f). \quad (6)$$

Все графики периодограмм являются нормированными к единице, поскольку нас интересуют лишь частоты спектральных составляющих и уровни их значимости, а не конкретные значения периодограммы на тех или иных частотах. В случае ряда а) – $\overline{P}_n(f) = 0.16$, $n = 100$, $p = 0.1$ (значение p было подобрано экспериментально):

$$X_{n,p} = -\ln \left[1 - (1-0.1)^{\frac{2}{100-2}} \right] \approx 6.14,$$

$$P_n = 6.14 \cdot 0.16 \approx 0.98.$$

Для всех других периодограмм вычисление уровней значимости происходило аналогичным образом.

Оба спектра имеют разрешение, равное:

$$\frac{1}{a_{\max} - a_{\min}} = \frac{1}{3.2 - 1.06} \approx 0.5 \text{ a.e.}^{-1}.$$

В табл. 1 приведены частоты основных составляющих, проявляющихся в спектрах (рис. 2).

Частота измеряется в колебаниях на астрономическую единицу. Как видим, значения частот первых четырех гармоник практически совпадают. Гармоники f_4 и f_5 находятся на малом расстоянии друг от друга, что дает возможность предполагать, что они являются одной и той же спектральной составляющей. В пользу этого говорит и то, что в ряде б) составляющая f_5 отсутствует. Также следует отметить, что частоты f_2, f_3, f_4, f_6 образуют ряд, где каждая последующая частота больше предыдущей на значение основной гармоники, которой в данном случае будет f_2 .

Таблица 1

Частоты основных составляющих спектров на рис. 2 а и б соответственно, $[f] = 1 \text{ a.e.}^{-1}$

	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6
а	2.34	6.61	13.22	19.82	20.77	-
б	2.35	6.58	13.15	19.73	-	26.30

Практическое совпадение положений пиков обоих спектров свидетельствует, что спектр

распределения орбит по большой полуоси в рассмотренном нами случае мало зависит от выбора количества интервалов разбиения и является характеристикой колебания плотности анализируемых орбит по рассматриваемому параметру.

3. АСТЕРОИДЫ ГРУППЫ АПОЛЛОНА

К группе Аполлона (Apollos) отнесены такие NEA, для которых выполняются условия $a > 1.0 \text{ a.e.}$ и $q < 1.017 \text{ a.e.}$. На момент проведения анализа было известно 4567 орбит астероидов данной группы, из которых были отобраны 4550.

На рис. 3 приведены гистограммы распределения астероидов группы Аполлона по большой полуоси для а) $n = 100$ и б) $n = 200$ интервалов анализа соответственно. Сплошной линией показан полиномиальный тренд.

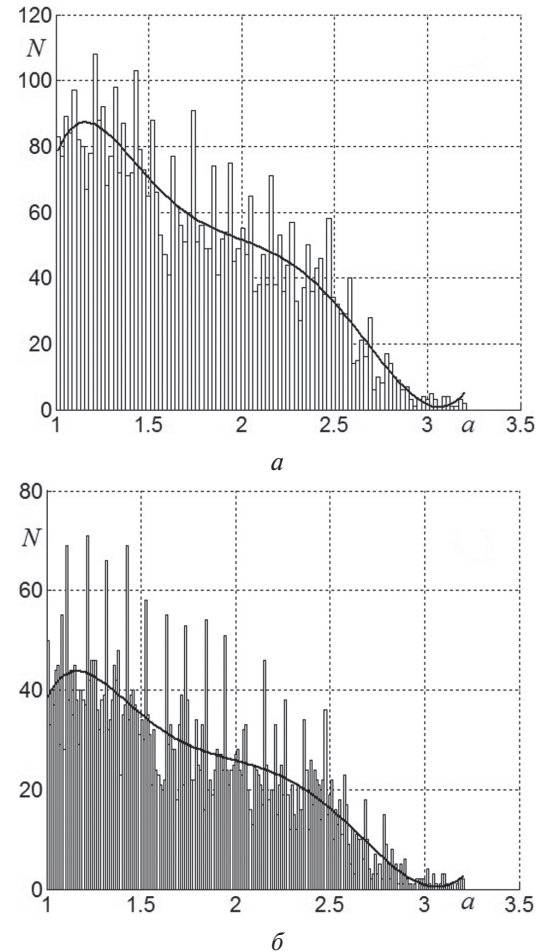


Рис. 3. Гистограммы распределений астероидов группы Аполлона по большой полуоси

На рис. 4 приведены периодограммы рядов, полученных по гистограммам численности астероидов группы Аполлона, изображенных на рис. 3, путем вычитания из них соответствующих трендов.

Уровни значимости периодограмм были рассчитаны по методике, которая использовалась и для астероидов группы Амура. Как видим, обе периодограммы имеют достаточно ярко выраженные периодические составляющие с высокими уровнями значимости.

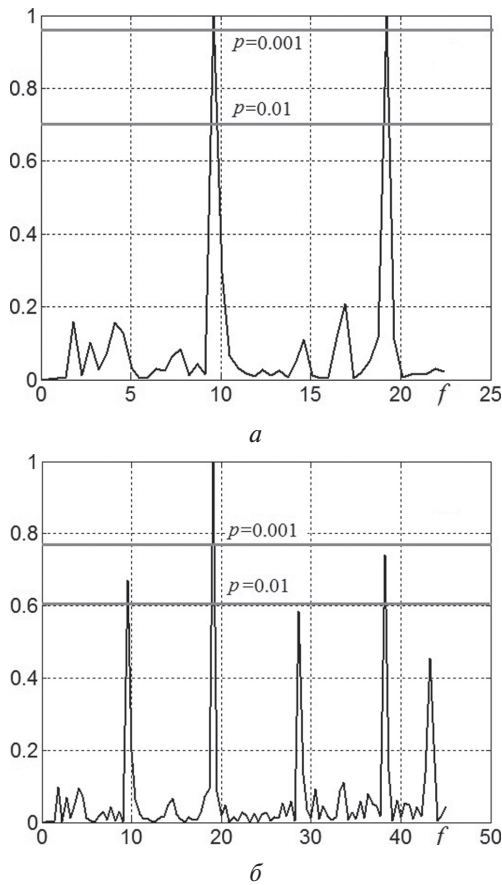


Рис. 4. Нормированные периодограммы рядов, полученных для астероидов группы Аполлона

В табл. 2 занесены частоты пиков, которые проявляются на спектрах (рис. 4).

Таблица 2

Частоты основных составляющих спектров на рис. 4 а и б соответственно, $[f] = 1 \text{ a.e.}^{-1}$

	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5
а	9.60	19.20	-	-	-
б	9.55	19.10	28.65	38.20	43.20

Как и для случая астероидов группы Амура, составляющие спектра f_1, f_2, f_3, f_4 распределений орбит по большой полуоси для астероидов Аполлона также образуют ряд, но уже с другим значением основной гармоники.

4. АСТЕРОИДЫ ГРУППЫ АТОНА

К группе Атона (Atens) отнесены такие NEA, для орбит которых выполняются условия $a < 1.0 \text{ a.e.}$ и $Q > 0.983 \text{ a.e.}$. На момент проведения анализа было известно 678 астероидов данной группы. На рис. 5 приведены гистограммы распределения астероидов группы Аполлона по большой полуоси для $a - n=100$ и $b - n=200$ интервалов анализа соответственно. Сплошной линией показан полиномиальный тренд.

Отметим, что на каждой из гистограмм в области малых значений большой полуоси появляются интервалы, в которые не попали астероиды; они не учитывались при расчете тренда.

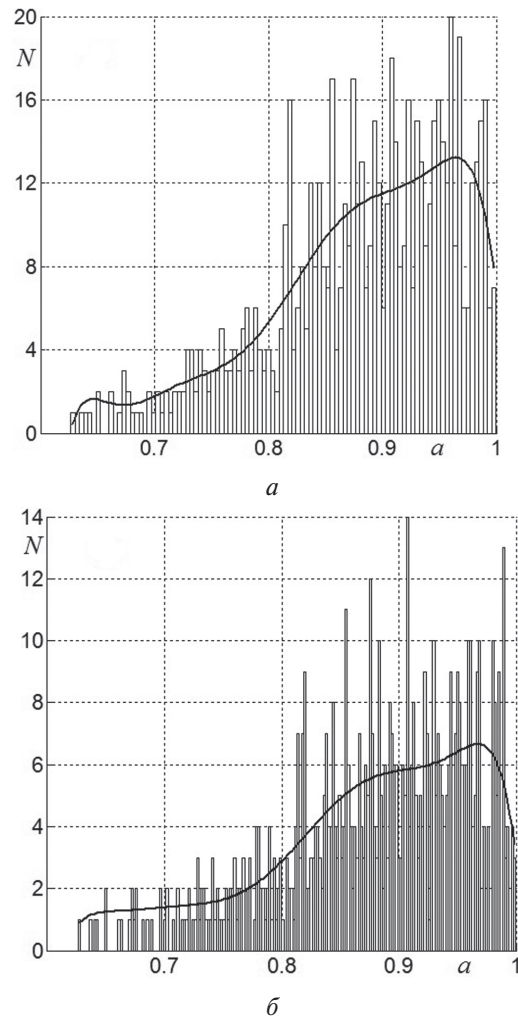


Рис. 5. Гистограмма распределений астероидов группы Атона по большой полуоси

На рис. 6 приведены периодограммы рядов астероидов группы Атона, полученные по гистограммах численности путем вычитания из них соответствующих трендов (из интервалов, в которые не попал ни один астероид, вычитания тренда не производилось). Только две спектральные составляющие имеют степень значимости равную или большую чем 0.2. Это является следствием большой зашумленности периодограмм и, как результат, большого среднего значения $\bar{P}_n(f)$.

Спектральное разрешение каждой из периодограмм на рис. 6 равно:

$$\frac{1}{a_{\max} - a_{\min}} = \frac{1}{1 - 0.63} \approx 2.7 \text{ a.e.}^{-1}.$$

Малый диапазон изменения большой полуоси Δa стал также причиной подавления низкочастотных составляющих спектров. Это делает сложным сравнение спектральных составляющих периодограмм астероидов группы Атона с периодограммами других групп астероидов.

5. АСТЕРОИДЫ NEA

Астероидами, сближающимися с Землей (NEA), называются те из астероидов, которые под воздействием вековых возмущений могут

пересечь орбиту Земли. На момент проведения анализа было известно 8467 орбит таких астероидов. Диапазон изменения большой полуоси был ограничен значениями $a_{\max} = 2.95 \text{ a.e.}$ и $a_{\min} = 0.84 \text{ a.e.}$

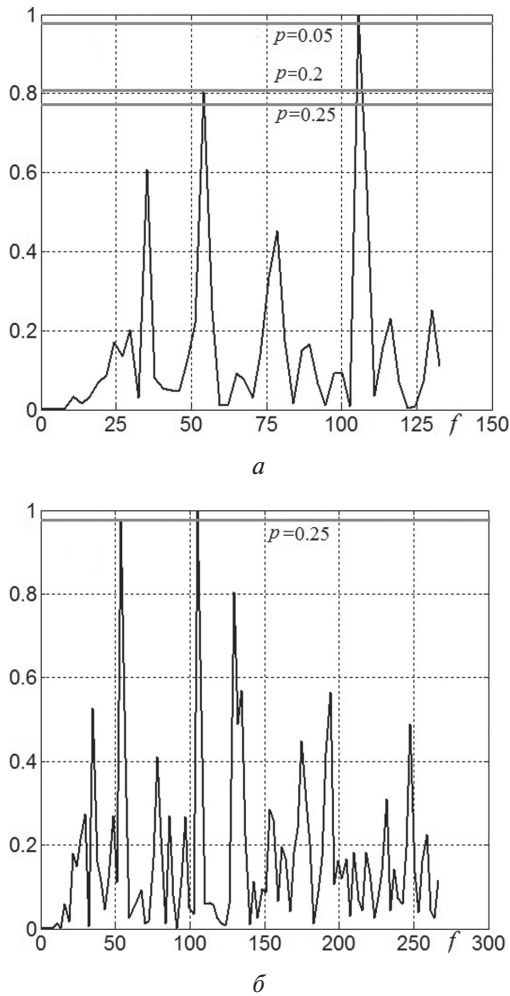


Рис. 6. Нормированные периодограммы рядов, полученных для астероидов группы Атона

На рис. 7 приведены гистограммы распределения астероидов NEA по большой полуоси, анализируемый диапазон разбит на $a - n = 100$ и $б - n = 200$ интервалов. Сплошной линией показан полиномиальный тренд.

Убирая из гистограммы тренд, получаем исходный ряд колебаний, периодограммы которого для двух случаев распределений изображены на рис. 8.

Спектральное разрешение для обоих случаев равно:

$$\frac{1}{a_{\max} - a_{\min}} = \frac{1}{2.95 - 0.84} \approx 0.47 \text{ a.e.}^{-1}.$$

В табл. 3 приведены частоты основных составляющих спектров на рис. 8. Как и для астероидов Аполлона и Амура, составляющие в общей области частот обоих спектров астероидов NEA практически совпадают. А частоты $f_2, f_3, f_4, f_5, f_6, f_7, f_8, f_9$ образуют ряд с основной гармоникой равной f_2 .

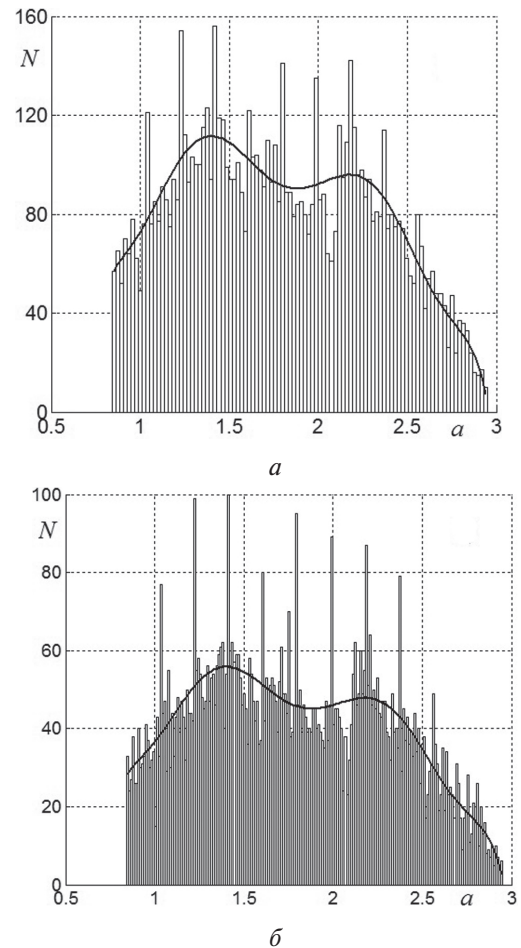


Рис. 7. Гистограммы распределений астероидов NEA

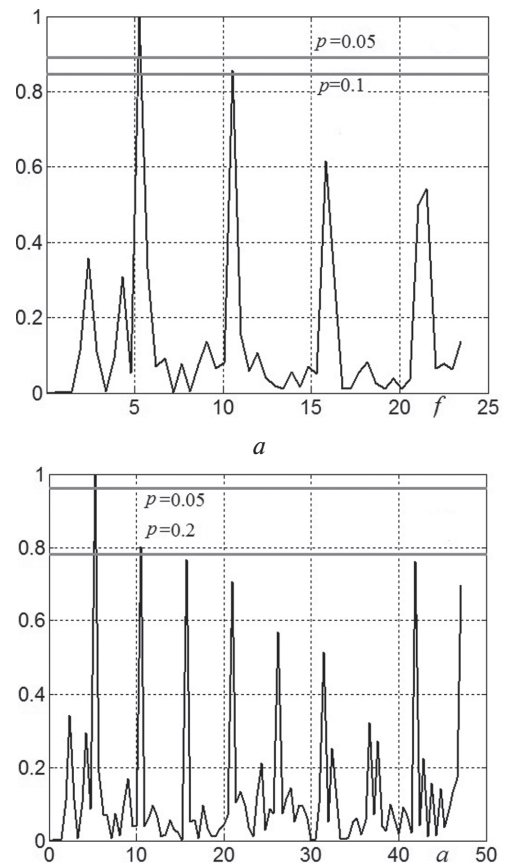


Рис. 8. Нормированные периодограммы рядов, полученных для астероидов NEA

Таблица 3

Частоты основных составляющих спектров на рис. 8 а и б соответственно, $[f]=1 \text{ a.e.}^{-1}$

	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6	f_7	f_8	f_9
а	2.40	5.27	10.53	15.80	21.54	-	-	-	-
б	2.38	5.24	10.48	15.72	20.96	26.20	31.44	36.68	41.92

ВЫВОДЫ

Проведя спектральный анализ флуктуаций распределений астероидов по большой полуоси, получили подтверждение того, что периодические составляющие присутствуют на периодограммах всех групп астероидов. В сводной таблице 4 приведены частоты спектральных составляющих низших порядков для рядов гистограмм численности астероидов по группам.

В табл. 4 жирным курсивом приведены частоты составляющих, которые были рассчитаны в предположении, что составляющая f_6 для астероидов АРО является гармоникой третьего порядка. Как видим, составляющие f_2 и f_6 представлены в спектрах рассматриваемых групп астероидов и, с учетом спектрального разрешения каждой из гармоник, практически совпадают. Это делает возможным рассматривать f_2 в качестве основной гармоники частоты смены поясов и люков на гистограммах численности астероидов по большой полуоси. Все группы астероидов имеют слегка отличающиеся значения частоты f_2 . Несомненно, каждая из групп имеет свои характерные особенности, занимает разные места в пространстве элементов орбит и, вероятно, подвержена разным воздействиям.

Таблица 4

Спектральные составляющие рядов гистограмм численности астероидов, $[f]=1 \text{ a.e.}^{-1}$

		f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6
АМО	<i>а</i>	2.34	6.61	-	13.22	-	19.82–20.77
	<i>б</i>	2.35	6.58	-	13.15	-	19.73
АРО	<i>а</i>	-	6.40	9.60	-	-	19.20
	<i>б</i>	-	6.37	9.55	-	-	19.10
NEA	<i>а</i>	2.40	5.27	10.53	-	15.80	21.54
	<i>б</i>	2.38	5.24	10.48	-	15.72	20.96

В качестве искомого значения частоты смены поясов и люков возьмем среднее значение, полученное при анализе всех астероидов NEA: $f_3 = 5.3$. Отсюда период основной a_0 гармоники будет равным:

$$a_0 = \frac{1 \text{ a.e.}}{f_0} = 2 \frac{1 \text{ a.e.}}{f_3} = 2 \frac{1 \text{ a.e.}}{5.3} \approx 0.377 \text{ a.e.}$$

Для дальнейших исследований по данному направлению целесообразным является использование методов спектрального анализа, которые имеют улучшенные характеристики (спектральное разрешение) по сравнению с ДПФ [11].

Также необходимым является проведение аналогичного анализа тонкой структуры распределений орбит для других групп малых тел Солнечной системы.

Литература

- [1] Гулак Ю.К. Соизмеримости и макроквантовые явления в солнечной системе. I. Проблемы, принципы, модель. – К.: Институт теоретической физики АН УССР, 1986. – 27 с.
- [2] Гулак Ю.К. Соизмеримости и макроквантовые явления в Солнечной системе. II. Стабильные механические структуры. – К.: Институт теоретической физики АН УССР, 1986. – 28 с.
- [3] Quiroga R.J. Angular momenta in the Solar System. – Earth, Moon and Planets. – 1984. – 30 N2. – P. 102-121.
- [4] Quiroga R.J. Angular momenta in the Solar System. II – Earth, Moon and Planets. – 1984. – 30 N2. – P. 102-121.
- [5] Чечельницкий А.М. О квантовании Солнечной системы. – *Астрономический циркуляр*, 1983, №1257. – С. 5-7.
- [6] Hu Zhong-wei, Chen Zhi-xiong Distance law and formation of satellite systems. - *Astronomische Nachrichten*. – 1987. – 308, p.359-362.
- [7] Волощук Ю.И. и др. Метеоры и метеорное вещество. – Киев: Наук. думка, 1989. – 296 с.
- [8] http://neo.jpl.nasa.gov/cgi-bin/neo_elem
- [9] Андерсон Т. Статистический анализ временных рядов: Пер. с англ. – М.: Мир, 1976. – 755 с.
- [10] Тербиж В.Ю. Анализ временных рядов в астрофизике. – М.: Наука, 1992 – 392 с.
- [11] Марпл.-мл. С.Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения: Пер. с англ. – М.: Мир, 1990. – 584 с.
- [12] Бриллинджер Д. Временные ряды. Обработка данных и теория: Пер. с англ. – М.: Мир, 1980. – 536 с.
- [13] Stoica P. Introduction to Spectral Analysis. – Prentice Hall, New Jersey, 1997 – 319 p.

Поступила в редколлегию 27.06.2012



Волощук Юрий Иванович, доктор технических наук, профессор, ХНУРЭ. Область научных интересов: радиолокация метеоров, малые тела Солнечной системы, обработка радиосигналов.



Черкас Юрий Васильевич, аспирант, ХНУРЭ. Область научных интересов: малые тела Солнечной системы, IT-технологии.

УДК 523.24:521.1; 523.6

Використання спектрального аналізу для пошуку періодичних складових в розподілах астероїдів по великій півосі / Ю.В. Черкас, Ю.І. Волощук // Прикладна радіоелектроніка: наук.-техн. журнал. — 2012. — Том 11. № 2. — С. 335–341.

Дотепер отримані деякі емпіричні результати, відповідно до яких в розподілах елементів орбіт малих тіл Сонячної системи присутня періодична складова. Це можливо, якщо існують системи стабільних та нестабільних орбіт. Проте малі об'єми вибірок не дозволяли стверджувати це з достатньою ймовірністю. Якщо ж це підтвердиться, то погляди на процеси еволюції Сонячної системи можуть істотно змінитися. Робилися спроби теоретичного пояснення того, що простір можливих орбіт в гравітаційних орбітах планетарного типу є дискретним. Якщо це так, то дискретність повинна проявитися в розподілах орбітальної енергії, кутового моменту та деяких елементів орбіти. Найпростіший спосіб перевірки таких гіпотез — пошук гармонічних складових на гістограмах чисельності великої півосі орбіт малих тіл Сонячної системи. В якості малих тіл ми вибрали астероїди, орбіти котрих зближуються із орбітою Землі.

Ключові слова: спектральний аналіз розподілів орбіт, періодограма, гістограма чисельності, навколоземні астероїди.

Табл. 4. Іл. 8. Бібліогр.: 13 найм.

UDC 523.24:521.1; 523.6

Application of spectral analysis for searching periodic components in the semi-major axis distributions of asteroids / Yu. V. Cherkas, Yu. I. Voloshchuk // Applied Radio Electronics: Sci. Journ. — 2012. Vol. 11. № 2. — P. 335–341.

To date some empirical results have been obtained, according to which distributions of orbital elements of small bodies of the Solar system contain a periodic component. It can be, if there are systems of stable and unstable orbits. However, small sample sizes have not allowed to state this with reasonable probability. If this is confirmed, views on processes of the Solar system evolution can be changed significantly. Attempts have been made to theoretically explain that the space of possible orbits in gravitational systems of planetary type is discrete. If it is so, discreteness should manifest itself in distributions of orbital energy, angular momentum and some orbital elements. The easiest way to test these hypotheses is to search for harmonic components in frequency histograms of the semi-major axis of the orbits of the Solar system's small bodies. We have chosen asteroids as small bodies whose orbits approach the Earth's orbit.

Keywords: spectral analysis of distributions of orbits, periodogram, frequency histogram, near Earth asteroids.

Tab. 4. Fig. 8. Ref: 13 items.