

УДК 519.7



## ПРАКТИЧЕСКИЕ ПРИЛОЖЕНИЯ КОМПАРАТОРНОЙ ИДЕНТИФИКАЦИИ ЛИНЕЙНЫХ КОНЕЧНОМЕРНЫХ ОБЪЕКТОВ

М.Ф. Бондаренко<sup>1</sup>, С.Ю. Шабанов-Кушнаренко<sup>2</sup>, Ю.П. Шабанов-Кушнаренко<sup>3</sup>

<sup>1, 2, 3</sup> ХНУРЭ, г. Харьков, Украина

Хотя теория компараторной идентификации представляет собой вполне самостоятельную область знания, однако, она имеет много точек соприкосновения с теорией прямой идентификации. В связи с этим здесь рассматриваются те достижения классической теории идентификации, на которые пришлось опираться при разработке вопросов компараторной идентификации.

КОМПАРАТОРНАЯ ИДЕНТИФИКАЦИЯ, ЦВЕТОВОЕ ЗРЕНИЕ, ГИЛЬБЕРТОВО ПРОСТРАНСТВО

### Введение

После того, как методами, описанными в [1, 2], установлено, что объект компараторной идентификации линеен и конечномерен, опытным путем должны быть определены параметры, характеризующие этот объект. В этой статье описываются два метода решения этой задачи.

Первый метод является компараторным вариантом метода импульсного возмущения, используемого при прямой идентификации линейного объекта [3].

Второй метод является компараторным вариантом метода ступенчатого возмущения, используемого при прямой идентификации линейного объекта [3].

В [4] был разработан метод структурной компараторной идентификации системы, реакции которой описываются метризирующим предикатом  $\Phi$ . В этом разделе статьи рассматриваются два метода параметрической идентификации системы  $\Phi$ , которые сводятся к построению сетки, характеризующей гомеоморфизм  $\varphi$  [4].

### 1. Разработка методов параметрической компараторной идентификации линейных конечномерных объектов

Рассмотрим первый метод. Параметрами линейного объекта, подлежащими определению, служат вещественные числа  $c_{1j}, c_{2j}, \dots, c_{mj}$ , являющиеся компонентами векторов  $k_j$ . Всего имеется  $n$  таких векторов:  $k_1, k_2, \dots, k_n$  [1]. Метод основан на использовании закона  $n$ -мерности [1]. На первом входе идентифицируемой системы подается сигнал в виде вектора  $x_i = (0, 0, \dots, 0, 1, 0, \dots, 0)$ ,  $i$ -тым компонентом которого служит единица, остальные компоненты — нулевые. На второй вход системы подается смесь

$$\sum_{j=1}^n F_j(x_i) e_j \quad (1)$$

сигналов  $e_1, e_2, \dots, e_n$ . В роли  $e_1, e_2, \dots, e_n$  можно взять те же сигналы, которые были использованы при проверке закона  $n$ -мерности в процессе предшес-

твующей структурной компараторной идентификации объекта.

Пропорции  $F_1(x_j), F_2(x_j), \dots, F_n(x_j)$  сигналов  $e_1, e_2, \dots, e_n$  в смеси (1) регулируются таким образом, чтобы идентифицируемая система  $E$  отреагировала на сигналы  $x_i$  и (1) единичным ответом, то есть чтобы выполнялось равенство

$$E(x_i, \sum_{j=1}^n F_j(x_i) e_j) = 1. \quad (2)$$

Согласно закону  $n$ -мерности набор коэффициентов  $(F_1(x_j), F_2(x_j), \dots, F_n(x_j))$  всегда будет единственным. Из равенств (9)–(11) [4] непосредственно следует, что найденные в описанном опыте числа  $F_j(x_j)$  совпадают с искомыми параметрами  $c_{ij}$  линейного объекта, то есть что

$$c_{ij} = F_j(x_j). \quad (3)$$

Подавая на первый вход идентифицируемой системы  $E$  по очереди сигналы  $x_1, x_2, \dots, x_m$  и определяя для каждого из них опытным путем коэффициенты  $F_1, F_2, \dots, F_n$ , можно найти всю матрицу

$$\begin{pmatrix} \chi_{11} \chi_{21} \dots \chi_{m1} \\ \chi_{12} \chi_{22} \dots \chi_{m2} \\ \dots \dots \dots \\ \chi_{1n} \chi_{2n} \dots \chi_{mn} \end{pmatrix} \quad (4)$$

параметров идентифицируемого линейного конечномерного объекта.

Сигнал  $x_i$  ( $i = \overline{1, m}$ ) можно образовать не только из единичного компонента, стоящего на  $i$ -том месте в координатном представлении вектора  $x_i$  при прочих нулевых его компонентах, но и из компонента  $a_i$ , имеющего произвольное ненулевое значение, так чтобы  $x_i = (0, 0, \dots, 0, a_i, 0, \dots, 0)$ . В этом случае параметры идентифицируемого объекта могут быть вычислены по формуле

$$c_{ij} = \frac{F_j(x_i)}{\alpha_i}, \quad (5)$$

вытекающей из соотношений (9)–(11) [4].

Сигналы  $e_1, e_2, \dots, e_n$  могут быть выбраны по следующей методике. Сигнал  $e_1$  можно взять произ-

вольным. Сигнал  $e_2$  также можно брать любым, однако с тем ограничением, чтобы его образ невозможно было выровнять с образом сигнала  $e_1$  при любой его интенсивности  $a$ . Иными словами, равенство  $E(ae_1, e_2) = 0$  должно выполняться при любом вещественном  $a$ . Сигнал  $e_3$  берется произвольно, но с тем ограничением, чтобы его образ невозможно было выровнять с образом смеси сигналов  $e_1$  и  $e_2$  при любой их интенсивности  $a$  и  $b$ . Иными словами, равенство  $E(ae_1 + be_2, e_3) = 0$  должно выполняться при любых вещественных  $a$  и  $b$ . Процедура выбора векторов  $e_i$  продолжается аналогичным способом до тех пор, пока мы не дойдем до вектора  $e_n$ . Она обрывается на векторе  $e_{n+1}$ , который уже невозможно подобрать описанным способом. При желании в роли  $e_1, e_2, \dots, e_n$  всегда можно взять векторы вида  $e_j = (0, 0, \dots, 0, b_{jk}, 0, \dots, 0)$  с единственным ненулевым компонентом  $b_{jk}$ , где числа  $j$  и  $k$  связаны взаимно однозначной зависимостью. Номер  $k$  обозначает место компонента  $b_{jk}$  в координатном представлении вектора  $e_j$ .

Рассмотрим второй метод. На первый вход идентифицируемой системы  $E$  подается сигнал в виде вектора  $x'_i = (1, 1, \dots, 1, 0, \dots, 0)$ . Все компоненты вектора  $x'_i$  до  $i$ -го включительно равны единице, прочие компоненты равны нулю. Методика определения чисел  $F_i$  остается прежней. Параметры  $c_{ij}$  объекта теперь вычисляются по формулам

$$c_{ij} = F_j(x'_i),$$

$$c_{ij} = F_j(x'_i) - F_j(x'_{i-1}), (i = \overline{1, m}), \quad (6)$$

вытекающим из соотношений (9)-(11) [4].

В обобщенном варианте второго метода в роли  $x'_i$  можно брать набор чисел  $(a_1, a_2, \dots, a_i, 0, \dots, 0)$ , где  $a_1, a_2, \dots, a_i$  - произвольные ненулевые числа. В этом случае числа  $c_{ij}$ , составляющие искомую матрицу (4) параметров линейного объекта, вычисляются по формулам

$$c_{1j} = \frac{F_j(x'_1)}{\alpha_1},$$

$$c_{ij} = \frac{F_i(x'_i) - F_i(x'_{i-1})}{\alpha_i}, (i = \overline{1, m}), \quad (7)$$

вытекающим из соотношений (9)-(11) [4]. Способ выбора векторов  $e_1, e_2, \dots, e_n$  остается прежним.

Если найденная описанными выше способами матрица (4) линейного объекта оказывается по каким-то соображениям неудобной для практического использования, то согласно утверждению 3 [1] можно перейти к другой, более приемлемой матрице  $\|\chi'_{ij}\|_{i=1, j=1}^{m, n}$ , беря в качестве новых векторов  $k'_1, k'_2, \dots, k'_n$  какие-нибудь линейно независимые линейные комбинации векторов  $k_1, k_2, \dots, k_n$ , ранее найденных в опыте:

$$k'_1 = a_{11}k_1, a_{12}k_2, \dots, a_{1n}k'_n,$$

$$k'_2 = a_{21}k_1, a_{22}k_2, \dots, a_{2n}k'_n,$$

.....

$$k'_n = a_{n1}k_1, a_{n2}k_2, \dots, a_{nn}k'_n. \quad (8)$$

Новая матрица может быть получена из исходной умножением последней на невырожденную матрицу  $\|\alpha_{jk}\|_{j,k=1}^n$ :

$$\begin{vmatrix} \chi_{11}\chi_{21}\dots\chi_{m1} \\ \chi_{12}\chi_{22}\dots\chi_{m2} \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ \chi_{1n}\chi_{2n}\dots\chi_{mn} \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} \chi'_{11} & \chi'_{21} & \dots & \chi'_{m1} \\ \chi'_{12} & \chi'_{22} & \dots & \chi'_{m2} \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ \chi'_{1n} & \chi'_{2n} & \dots & \chi'_{mn} \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \dots & \alpha_{1n} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \dots & \alpha_{2n} \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ \alpha_{n1} & \alpha_{n2} & \dots & \alpha_{nn} \end{vmatrix}. \quad (9)$$

Требование невырожденности матрицы  $\|\alpha_{jk}\|_{j,k=1}^n$  означает, что определитель

$$\begin{vmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \dots & \alpha_{1n} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \dots & \alpha_{2n} \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ \alpha_{n1} & \alpha_{n2} & \dots & \alpha_{nn} \end{vmatrix} \neq 0. \quad (10)$$

## 2. Разработка методов построения метризирующего отображения

Экспериментальным путем можно построить значения функции  $\phi$  [4] лишь в конечном числе точек, то есть на некоторой  $n$ -мерной конечной сетке. Удобнее строить не само отображение  $\phi$ , а обратное ему отображение  $\phi^{-1}$ , которое всегда существует. При  $n = 2$  это можно сделать следующим способом. Выберем произвольным образом положительное число  $e$ , задающее размер ячейки сетки. При его выборе следует учесть, что уменьшение числа  $e$  ведет к более детальному определению метризирующего отображения  $\phi$ , но вместе с тем и к увеличению числа необходимых экспериментов и наоборот, поэтому наиболее целесообразно остановиться на каком-нибудь компромиссном варианте.

Построим на плоскости  $N'$  сетку из равно-сторонних треугольников со стороной длины  $e$  (рис. 1, а). Пусть  $a'_{11}, a'_{12}, a'_{13}$  - какой-либо из этих треугольников. Выберем на плоскости  $N$  произвольную точку  $a_{11}$  и положим  $\phi^{-1}(a'_{11}) = a_{11}$  (рис. 1, б). Произвол в выборе точки  $a_{11}$  отвечает произволу в выборе нулевой точки для пространства  $N^*$ . Далее выберем произвольно точку  $a_{12} = a_{11}$  и положим  $\phi^{-1}(a'_{12}) = a_{12}$ . Произвол в выборе точки  $a_{12}$  отражает возможность произвольного выбора масштаба и направления одной из координатных осей пространства  $N^*$ . Выберем точку  $a_{13}$  так, чтобы  $\Phi(a_{11}, a_{13}, a_{12}, a_{13}) = \Phi(a_{11}, a_{12}, a_{12}, a_{13}) = 1$ , что

обеспечивает равенство расстояний  $\varphi(a'_{11}, a'_{13})$ ,  $\varphi(a'_{12}, a'_{13})$  и  $\varphi(a'_{11}, a'_{12})$ . Точек, удовлетворяющих этому условию, две. Выбор, показанный на рис. 1, б, соответствует сохранению ориентации вершин треугольника  $a'_{11}a'_{12}a'_{13}$  при отображении  $\varphi^{-1}$ . Другой возможный выбор (точка  $a_{23}$  взамен  $a_{13}$  на рис. 1, б) означал бы применение зеркального отражения по отношению к первому варианту. Полагаем  $\varphi^{-1}(a'_{13}) = a_{13}$ . Дальнейшее построение узлов сетки на плоскости  $N$  однозначно. Например прообразом точки  $a'_{22}$  на рис. 1, а, определенной условиями  $\varphi(a'_{22}, a'_{11}) = \varphi(a'_{22}, a'_{13}) = \varphi(a'_{11}, a'_{13})$ ,  $a'_{22} \neq a'_{12}$ , является точка  $a_{22}$  на рис. 1, б, определенная условиями  $\Phi(a_{22}, a_{11}, a_{22}, a_{13}) = \Phi(a_{22}, a_{11}, a_{11}, a_{13}) = 1$ ,  $a'_{22} \neq a'_{12}$ . Аналогично строятся точки  $a_{21}$  и  $a_{23}$ . Затем можно перейти к построению третьего слоя точек  $a_{31}, a_{32}, \dots, a_{36}$  и так далее.

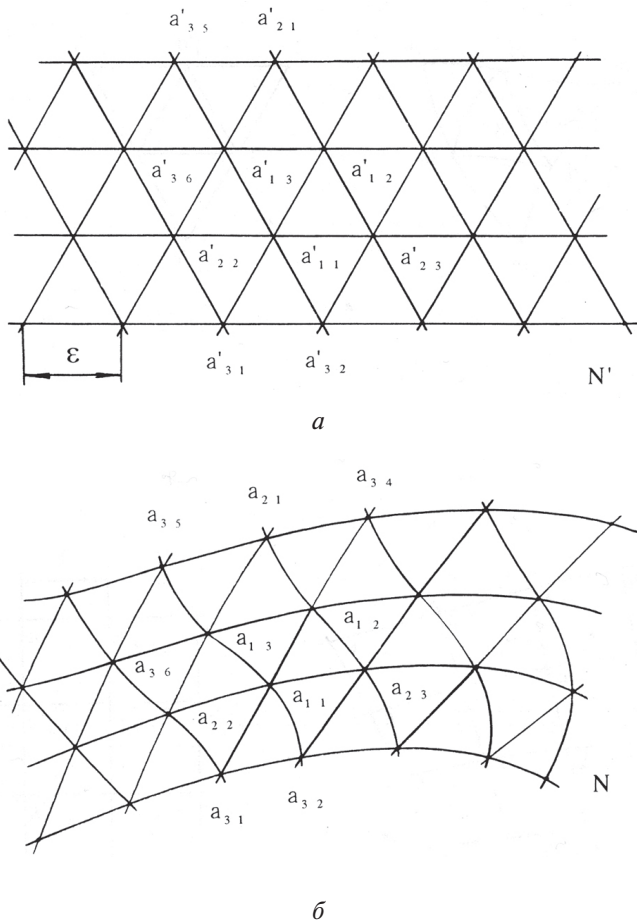


Рис. 1

После построения отображения  $\varphi^{-1}$  в узлах сетки может возникнуть вопрос о значении  $\varphi^{-1}$  в какой-либо точке  $x'$ , не являющейся узловой (рис. 2, а). Для ответа на этот вопрос можно пойти по двум путям. Один из них позволяет найти точку  $\varphi^{-1}(x')$  с любой заданной точностью, но требует дополнительных экспериментов. Например пусть точка  $x'$  принадлежит треугольнику  $a'_{11}a'_{12}a'_{13}$ . Точками  $b'_1, b'_2, b'_3$  разобьем этот треугольник на четыре рав-

носторонних треугольника со сторонами в два раза меньшими, чем исходный. В эксперименте находим точки  $b_1 = a_{13} \circ a_{12}$ ,  $b_2 = a_{11} \circ a_{13}$ ,  $b_3 = a_{11} \circ a_{12}$ . Они показаны на рис. 2, б. Поскольку

$$b'_1 = \frac{a'_{13} + a'_{12}}{2}, \quad b'_2 = \frac{a'_{11} + a'_{13}}{2}, \quad b'_3 = \frac{a'_{11} + a'_{12}}{2},$$

$\varphi^{-1}(b'_1) = b_1$ ,  $\varphi^{-1}(b'_2) = b_2$ ,  $\varphi^{-1}(b'_3) = b_3$ . Точка  $x$  принадлежит одному из четырех треугольников  $a_{11}b_2b_3$ ,  $a_{13}b_1b_2$ ,  $a_{12}b_1b_3$ ,  $b_1b_2b_3$  (на рис. 2, б – треугольнику  $b_1b_2b_3$ ). Если нас не удовлетворяет степень приближения точки  $x$  к ближайшей вершине своего треугольника (в нашем примере – это точка  $b_1$ ), то процесс дробления треугольника следует продолжать.

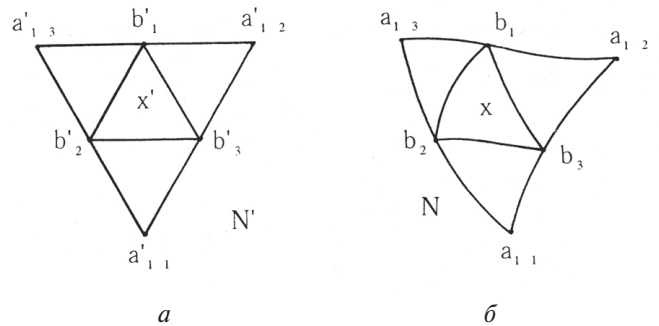


Рис. 2

Если же возникает вопрос о приближенном нахождении значения  $\varphi^{-1}(x')$  без проведения дополнительных экспериментов, то можно применить какую-либо интерполяцию. Простейший способ состоит в следующем. Пусть  $x' = g_1 a'_{11} + g_2 a'_{12} + g_3 a'_{13}$ ,  $g_i \geq 0$ ,  $g_1 + g_2 + g_3 = 1$  – барицентрическое [5] представление точки  $x'$ . Тогда в качестве приближения для значения  $\varphi^{-1}(x') = x$  можно взять точку  $x = g_1 a_{11} + g_2 a_{12} + g_3 a_{13}$ .

Отметим, что предложенный способ приближенного построения отображения  $\varphi$  неприменим при  $n=2$ . Дело в том, что пространство  $R^n$  при  $n=2$  не может быть вымощено правильными тетраэдрами. Укажем другой способ, лишенный этого недостатка, но являющийся более громоздким в случае  $n=2$ . Обобщение на случай более высокой размерности пространства  $N'$  не составляет труда. Заддим произвольное  $\epsilon > 0$ . Построим на плоскости сетку из правильных квадратов со стороной  $\epsilon$  (см. рис. 3, а). Выберем какой-либо из этих квадратов, например,  $a'_{01}a'_{01}a'_{11}a'_{01}$ . Далее зафиксируем на плоскости  $N$  произвольную точку  $a_{00}$  (рис. 3, б). Положим  $\varphi^{-1}(a'_{00}) = a_{00}$ . Затем зафиксируем произвольную точку  $a_{10} \neq a_{00}$  и положим  $\varphi^{-1}(a'_{10}) = a_{10}$ . Пусть  $a_{-10}$  – точка, определенная условием  $a_{-10} \circ a_{10} = a_{00}$ . Положим  $\varphi^{-1}(a'_{-10}) = a_{-10}$ . Аналогично положим  $\varphi^{-1}(a'_{20}) = a_{20}$ , где точка  $a_{20}$  определена условием  $a_{20} \circ a_{00} = a_{10}$ .

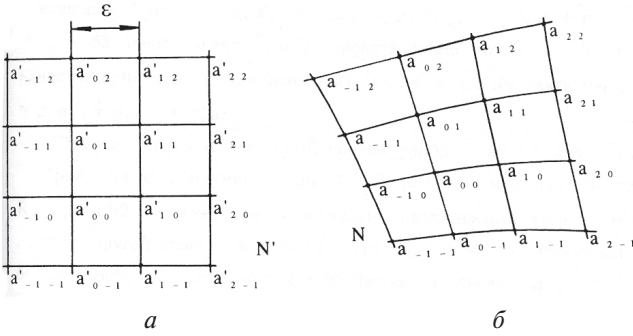


Рис. 3

С помощью этой процедуры может быть построена любая из точек  $\varphi^{-1}(a'_{k_0})$ ,  $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ . Построим теперь точку  $a_{01}$ , удовлетворяющую условиям

$$\Phi(a_{01}, a_{00}, a_{00}, a_{10}) = \Phi(a_{-10}, a_{01}, a_{10}, a_{01}). \quad (11)$$

### 3. Построение метризирующего отображения для цветового пространства

Разработанный в предыдущем разделе метод использования сетки с квадратными ячейками для компараторной идентификации метризирующего отображения теперь применим для изучения метрики цветового пространства. Состояние исследований в этой области было проанализировано в [3]. Чтобы наметить путь для решения указанной задачи, воспользуемся аналогией, имеющей место между механизмом восприятия цвета и механизмом зрительного восприятия пространства.

Руководствуясь схемой зрительного восприятия физического пространства, представленной в [6], приходим к следующей модели преобразования объективного поля зрения  $N$  в субъективное  $N'$ . В качестве исходных постулатов используются соотношения

$$\gamma = \beta, \quad (12)$$

$$\rho = k\alpha, \quad (13)$$

где  $k$  – коэффициент пропорциональности. Равенство (12) означает, что любая прямая, проходящая через начало координат  $e$  на плоскости  $N$ , преобразуется снова в прямую на плоскости  $N'$ , причем углы их наклона  $\gamma$  и  $\beta$  всегда совпадают. Соотношение (13) означает, что на плоскости  $N'$  расстояние точки  $x'$  от начала координат  $e'$  всегда пропорционально углу  $\alpha$ , под которым наблюдатель видит точку  $X$  физического пространства  $M$ .

Постулаты (12) и (13) достаточно точно согласуются с фактами зрения, которые были изображены Гельмгольцем [7] в виде так называемой «шахматной доски», изображенной на рис. 4. При рассмотрении рисунка одним глазом с расстояния 20 см в семикратном увеличении он воспринимается не с искажениями, а с правильными квадратами как шахматная доска.

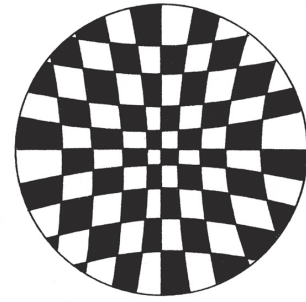


Рис. 4

Гельмгольц объясняет это явление тем, что наше поле зрения является для нас вовсе не плоскостью, но что мы видим предметы как бы прикрепленными к вогнутой, приблизительно шарообразной поверхности. Такое объяснение, очевидно, согласуется с постулатами (12) и (13).

Из постулатов (12) и (13) выведены формулы

$$\xi' = \frac{k \cdot \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{\xi^2 + \eta^2}}{R}}{\sqrt{\xi^2 + \eta^2}} \cdot \xi, \quad (14)$$

$$\eta' = \frac{k \cdot \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{\xi^2 + \eta^2}}{R}}{\sqrt{\xi^2 + \eta^2}} \cdot \eta, \quad (15)$$

описывающие преобразование  $\varphi$  объективного поля зрения  $N$  в субъективное  $N'$ .

Формулы

$$\xi = \frac{R \cdot \operatorname{tg} \frac{\sqrt{\xi'^2 + \eta'^2}}{k}}{\sqrt{\xi'^2 + \eta'^2}} \cdot \xi', \quad (16)$$

$$\eta = \frac{R \cdot \operatorname{tg} \frac{\sqrt{\xi'^2 + \eta'^2}}{k}}{\sqrt{\xi'^2 + \eta'^2}} \cdot \eta' \quad (17)$$

описывают обратное преобразование  $\varphi^{-1}$  субъективного поля зрения  $N'$  в объективное  $N$ .

Существует глубокая аналогия между механизмом цветового зрения и механизмом зрительного восприятия пространства. Давно подмечено, что природа часто использует одни и те же математические зависимости при реализации механизмов, предназначенных для совершенно различных целей. Цветовое пространство трехмерно, также трехмерно и физическое пространство, воспринимаемое глазом человека. Лучам, исходящим из оптического центра глаза, соответствуют лучи в цветовом пространстве, исходящие из точки черного цвета. Все точки одного и того же луча физического пространства проектируются в единственную точку поля зрения. Точно так же все точки каждого луча цветового пространства проектируются в одну точку цветового графика. Отдельной точке поля зрения соответствует точка цветового графика, за-

дающая вполне определенную цветность светового излучения. Кампиметрической плоскости, то есть плоскости  $N$  физического пространства, перпендикулярной зрительной оси, соответствует в цветовом пространстве плоскость равной яркости. Расстоянию  $R$  кампиметрической плоскости от оптического центра глаза соответствует в цветовом пространстве яркость светового излучения. Объективному полю зрения соответствует объективное цветовое пространство, субъективному полю зрения – субъективное цветовое пространство.

Руководствуясь вышеприведенной аналогией, мы попытаемся распространить действие зависимостей (12)-(17), описывающих преобразование объективного поля зрения в субъективное, на механизм цветового зрения и таким образом достичь математического описания метризирующего отображения объективного цветового пространства в субъективное. Если аналогия подтвердится, то для достижения полного математического описания отображения, метризирующего цветовое пространство, нам предстоит решить следующие задачи: 1) найти в цветовом пространстве луч, соответствующий зрительной оси, а на цветовом графике – его отпечаток, то есть точку, соответствующую для поля зрения точке фиксации; 2) найти на цветовом графике положение координатных осей, соответствующих осям  $x_1$  и  $x_2$  на кампиметрической плоскости; 3) найти масштаб для шахматной доски Гельмгольца, определяемый величиной параметра  $k$ , связывающего зависимость (12) величины  $\alpha$  и  $\rho$ .

При решении перечисленных задач мы исходили из равноконтрастного цветового графика (рис. 5), построенного Н.Г. Болдыревым и К.Б. Мартыновым [8] на основании опытов Д. Мак-Адама [9] по определению пороговых эллипсов в различных точках цветового графика (рис. 6).

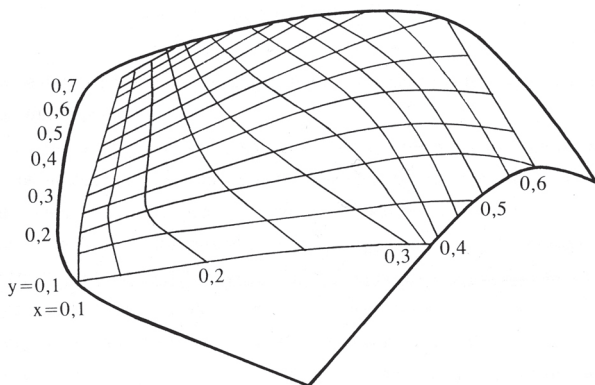


Рис. 5

Переход от рис. 6 к рис. 5 произведен с помощью такой деформации цветового графика, при которой все эллипсы превращаются в окружности одинакового диаметра. График, изображенный на рис. 5, играет роль аналога субъективного поля зрения. Его мы назовем субъективным цветовым

графиком. Цветовой график, который бы играл роль аналога объективного поля зрения, назовем объективным цветовым графиком.

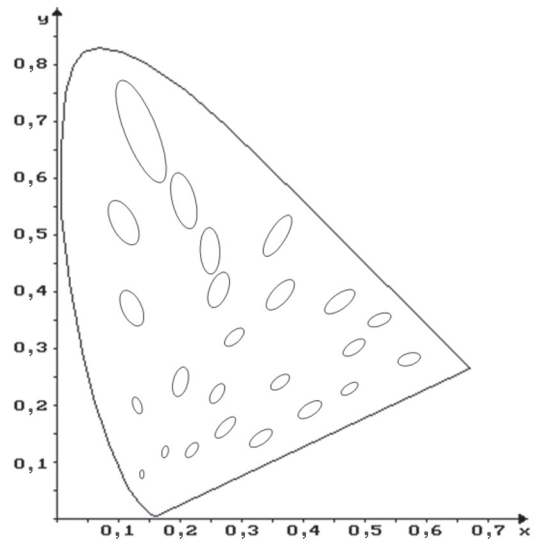


Рис. 6

Нанесем на субъективном цветовом графике прямоугольную сетку, размер ее ячеек и ориентацию сетки выбираем произвольно. Пример такой сетки представлен на рис. 7.

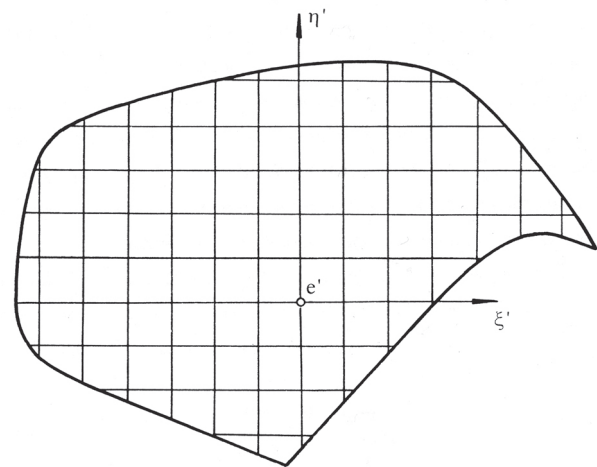


Рис. 7

Как видно из рис. 4, все прямые линии сетки при проекции последней на объективный цветовой график должны превратиться в кривые, кроме двух линий, остающихся прямыми и ортогональными друг другу. Проектируя сетку на цветовой график рис. 6, обнаруживаем, что действительно все прямые линии преобразуются в кривые, кроме двух линий, которые остаются практически прямыми при любой ориентации сетки. Эти прямые пересекаются в точке  $x = 0,270$ ;  $y = 0,130$ . Оказывается, что точка пересечения прямых почти не зависит от ориентации исходной сетки. Таким образом, мы нашли на цветовом графике начало координатной системы, которое соответствует точке фиксации в поле зрения.

Тем не менее, прямые на графике рис. 6 пересекаются друг с другом при различных ориентациях сетки не всегда под прямым углом. Это означает, что плоскость цветового графика, изображенного на рис. 6, нельзя принять за аналог кампиметрической плоскости, а значит, эту диаграмму нельзя рассматривать как объективный цветовой график. Мы попытались найти в цветовом пространстве такое положение плоскости цветового графика, чтобы при произвольной ориентации сетки на субъективном цветовом графике ее оси всегда превращались после перехода к объективному цветовому графику в пару ортогональных прямых. Такая плоскость существует, и она практически совпадает с плоскостью равной яркости, а объективный цветовой график близок к диаграмме, указанной Д. Джаддом [10]. Этот график представлен на рис. 8.

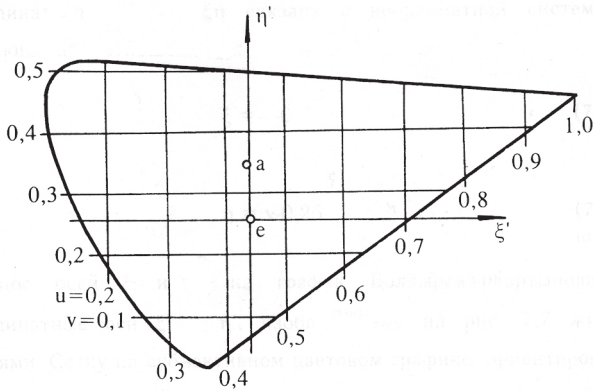


Рис. 8

Преобразование стандартного цветового графика (рис. 6) в цветовой график Джадда описывается уравнениями

$$u = \frac{0,4661x + 0,1593y}{y - 0,1574x + 0,2424}, \quad (18)$$

$$v = \frac{0,6581y}{y - 0,1574x + 0,2424}. \quad (19)$$

Направление осей  $\xi$  и  $\eta$  на объективном цветовом графике можно выбрать произвольным, но таким, чтобы оси были взаимно перпендикулярными и проходили через найденное выше начало координатной системы. Удобно взять оси, совпадающие по направлению с осями  $u$  и  $v$ . Соответствующая координатная сетка показана на рис. 9, оси  $\xi$  и  $\eta$  на ней проведены жирными линиями. Координатная система  $\xi\eta$  связана с координатной системой  $uv$  следующими соотношениями:

$$\xi = u - 0,44, \quad (20)$$

$$\eta = v - 0,26. \quad (21)$$

Перенос осей  $\xi$  и  $\eta$  на график Болдырева-Мартынова дает координатные оси  $\xi'$  и  $\eta'$ , изображенные на рис. 7 жирными линиями.

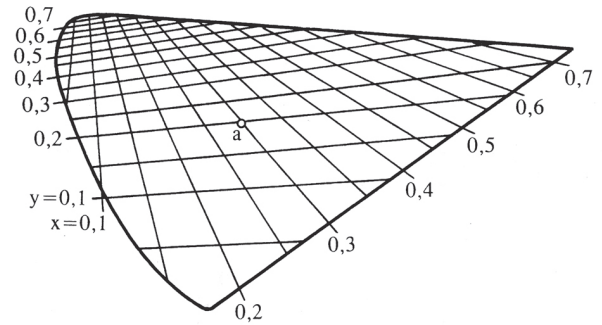


Рис. 9

Сетку на субъективном цветовом графике, ориентированную в соответствии с найденными координатными осями (см. рис. 7), проектируем на диаграмму Джадда. В результате получаем диаграмму, изображенную на рис. 10.

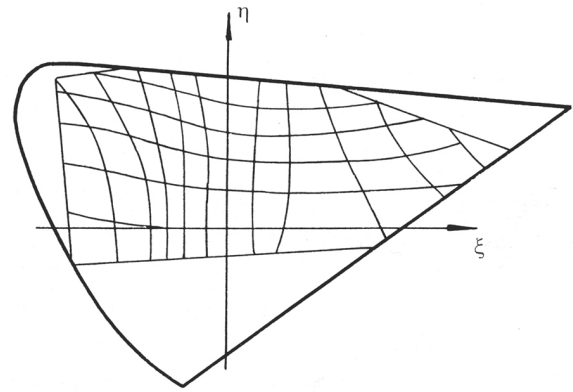


Рис. 10

На диаграмму Джадда также наносим деформированную шахматную доску Гельмгольца (рис. 11), масштаб которой подбирается с таким расчетом, чтобы она по характеру кривых наиболее приблизилась к кривым рис. 10. Кривые обеих диаграмм по своему направлению довольно хорошо согласуются друг с другом, за исключением четырех вертикальных линий в верхнем правом квадранте графика.

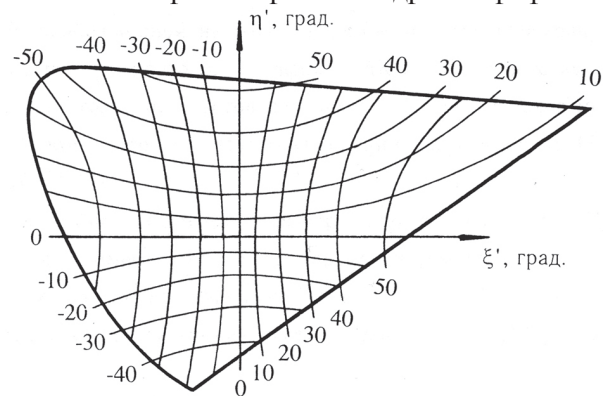


Рис. 11

Однако эти четыре кривые также противоречат и исходным экспериментальным данным Мак-Адама (см. ориентацию эллипсов в правой верхней части рис. 6), которые, однако, хорошо согласуются с диаграммой рис. 11.

Переход от координатной системы  $\xi\eta$  к координатной системе  $\xi'\eta'$  математически описывается формулами (14) и (15) при  $k=1$  и

$$R = 0,170 \text{ 1/град.} \quad (22)$$

Таким образом, общие формулы (12)-(15) для случая цветового зрения человека запишутся в виде:

$$\xi' = \frac{5,9 \cdot \arctg \sqrt{\xi^2 + \eta^2}}{\sqrt{\xi^2 + \eta^2}} \cdot \xi, \quad (23)$$

$$\eta' = \frac{5,9 \cdot \arctg \sqrt{\xi^2 + \eta^2}}{\sqrt{\xi^2 + \eta^2}} \cdot \eta, \quad (24)$$

$$\xi = \frac{0,170 \cdot \tg \sqrt{\xi'^2 + \eta'^2}}{k} \cdot \xi', \quad (25)$$

$$\eta = \frac{0,170 \cdot \tg \sqrt{\xi'^2 + \eta'^2}}{k} \cdot \eta'. \quad (26)$$

Выравнивая координатную сетку  $\xi\eta$  цветового графика, изображенного на рис. 11, получаем скорректированную диаграмму субъективного цветового графика (рис. 12).

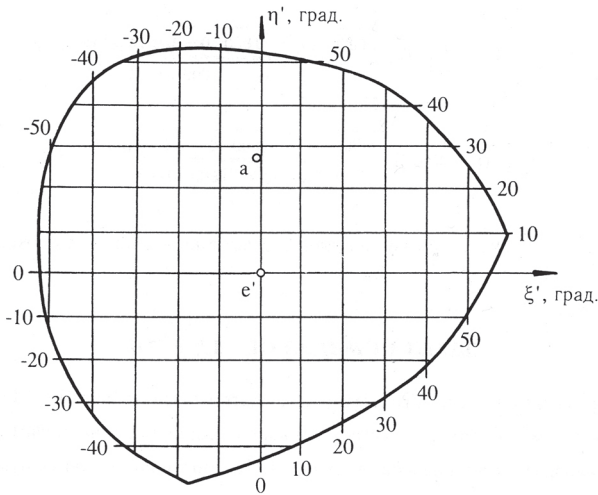


Рис. 12

Как видим, границы цветового графика приобрели форму, близкую к окружности, а начало координатной системы  $\xi\eta$  расположилось почти в ее центре. В этом факте проявляется еще одна аналогия между цветовым и пространственным зрительным восприятием, поскольку поле зрения человека также имеет форму, близкую к круговой, точка фиксации располагается приблизительно в его центре. Заранее эта аналогия не имелась в виду и явилась для автора приятной неожиданностью, она проявилась только в конце длинной цепи рассуждений и вычислений.

На рис. 13 на субъективный цветовой график нанесена координатная сетка  $xu$ . Пользуясь этой диаграммой совместно с диаграммой, изображенной на рис. 12, можно легко переходить от точек стандартного цветового графика МКО к соответствующим точкам равноконтрастного цветового графика. Тот же переход можно совершать, кроме того, и путем вычислений по формулам (18)-(26).

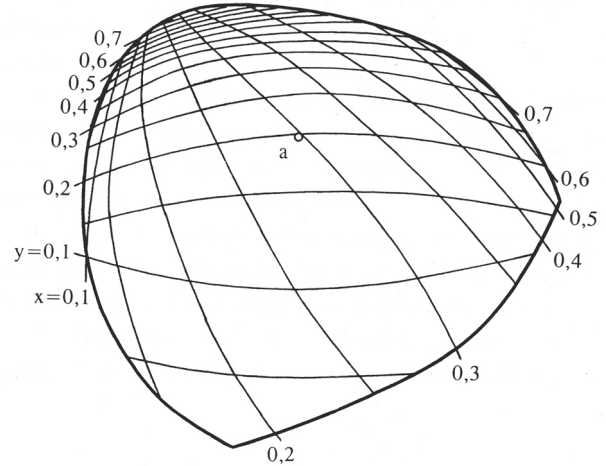


Рис. 13

В заключение приведем пример такого перехода. Пусть некоторый цвет имеет цветность, характеризуемую координатами  $x=0,3$ ;  $y=0,2$  (см. точку  $a$  на рис. 8 и на рис. 13). Вычисляем координаты  $u$  и  $v$  для той же цветности по формулам (18) и (19):

$$u = \frac{0,4661 \cdot 0,3 + 0,1593 \cdot 0,2}{0,2 - 0,1574 \cdot 0,3 + 0,2424} = 0,437,$$

$$v = \frac{0,6581 \cdot 0,2}{0,2 - 0,1574 \cdot 0,3 + 0,2424} = 0,349.$$

Положение точки  $a$  в системе  $uv$  отмечено на рис. 9. По формулам (20) и (22) вычисляем координаты точки  $a$  в системе  $\xi\eta$ :

$$\xi = 0,437 - 0,440 = -0,003,$$

$$\eta = 0,349 - 0,260 = 0,089.$$

По формулам (24) и (25) вычисляем координаты точки  $a$  в системе  $\xi\eta$ :

$$\xi' = \frac{\arctg 5,9 \sqrt{(-0,003)^2 + (0,089)^2}}{\sqrt{(-0,003)^2 + (0,089)^2}} (-0,003) = -1^\circ,$$

$$\eta' = \frac{\arctg 5,9 \sqrt{(-0,003)^2 + (0,089)^2}}{\sqrt{(-0,003)^2 + (0,089)^2}} 0,089 = 27^\circ.$$

Положение точки  $a$  в системе  $\xi\eta$  показано на рис. 11 и рис. 12.

### Выводы

Разработаны методы параметрической компараторной идентификации линейных конечномерных объектов — импульсного возмущения,

ступенчатого возмущения и обобщенного ступенчатого возмущения. Разработаны методы построения сетки для метризирующего отображения, в которых используются треугольные и четырехугольные ячейки. Методы компараторной идентификации отображения, метризирующего пространство выходных сигналов линейного конечномерного объекта, применены для построения равноконтрастного цветового графика. Получено уточнение равноконтрастного цветового графика, используемого в настоящее время в качестве международного стандарта в области колориметрии и цветного телевидения. Получены расчетные зависимости для перехода от стандартного цветового графика к уточненному и обратно.

**Список литературы:** 1. Бондаренко, М.Ф. Об общей теории компараторной идентификации [Текст] / М.Ф. Бондаренко, С.Ю. Шабанов-Кушнаренко, Ю.П. Шабанов-Кушнаренко // Бионика интеллекта: науч.-техн. журнал. – 2008. № 2(68). – С. 13-22. 2. Бондаренко, М.Ф. Идентификация объектов, описываемых числовыми системами [Текст] / М.Ф. Бондаренко, С.Ю. Шабанов-Кушнаренко, Ю.П. Шабанов-Кушнаренко // Бионика интеллекта: науч.-техн. журнал. – 2008. – № 2(68). – С. 23-31. 3. Бондаренко, М.Ф. Компараторная идентификация цветового зрения человека [Текст] / М.Ф. Бондаренко, С.Ю. Шабанов-Кушнаренко, Ю.П. Шабанов-Кушнаренко // Бионика интеллекта: науч.-техн. журнал. – 2008. – № 2(68). – С. 3-12. 4. Бондаренко, М.Ф. Идентификация объектов, описываемых векторами и линейными операциями над ними [Текст] / М.Ф. Бондаренко, С.Ю. Шабанов-Кушнаренко, Ю.П. Шабанов-Кушнаренко // Бионика интеллекта: науч.-техн. журнал. – 2009. – № 1(70). – С. 3-10. 5. Ефимов, Н.В. Высшая геометрия [Текст] / Н.В. Ефимов. – М.: Физматгиз, 1961. – 580 с. 6. Бондаренко, М.Ф. Разработка теории структурной метризации конечномерного арифметического пространства [Текст] /

М.Ф. Бондаренко, С.Ю. Шабанов-Кушнаренко, Ю.П. Шабанов-Кушнаренко // Бионика интеллекта: науч.-техн. журнал. – 2009. – № 1(70). – С. 17-27. 7. Гебер, Р. Курс физиологии человека [Текст] / Р. Гебер. – М.-Л.: Биомедгиз, 1936. – 678 с. 8. Болдырев, Н.Г. Равноконтрастный цветовой график [Текст] / Н.Г. Болдырев, К.Б. Мартынов // Проблемы физиологической оптики. – 1953. – Т. VIII. – С. 54-63. 9. Mac-Adam, D.L. Representations of colour tolerance on the chromaticity diagram [Текст] / D.L. Mac-Adam // JOSA. – 1939. – Vol. 4. – P. 46. 10. Judd, D. A Maxwell triangle yielding uniform chromaticity diagram [Текст] / D. Judd // JOSA. – 1935. – Vol. 25. – P. 24.

*Поступила в редколлегию 03.09.2009*

УДК 519.7

**Практичні додатки компараторної ідентифікації лінійних скінченномірних об'єктів** / М.Ф. Бондаренко, С.Ю. Шабанов-Кушнаренко, Ю.П. Шабанов-Кушнаренко // Біоніка інтелекту: наук.-техн. журнал. – 2009. – № 2 (71). – С. 5–12.

У статті розвиваються методи параметричної компараторної ідентифікації лінійних скінченномірних об'єктів. Отримані методи компараторної ідентифікації метризуючого відображення застосовано для побудови аналітичної моделі рівноконтрастного кольорового графіка.

Лл. 13. Бібліогр.: 10 найм.

UDC 519.7

**The linear final-dimensional objects comparator identifications applications** / M.F. Bondarenko, S.Yu. Shabanov-Kushnarenko, Yu.P. Shabanov-Kushnarenko // Bionika intellekta: Sci. Mag. – 2009. – № 2(71). – P. 5-12.

In article is develops the linear final-dimensional objects parametrical comparator identifications methods. The obtained comparator identifications methods of metric imagery are applied to construction of the colour schedule equal-contrast analytical model.

Fig.: 13. Ref.: 10 items.