Міністерство освіти і науки України

Харківський національний університет радіоелектроніки

МАЦИЙ ОЛЬГА БОРИСІВНА
Підпис

УДК 519.161

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТА МЕТОДИ ОПТИМІЗАЦІЇ ЗАМКНЕНИХ МАРШРУТІВ В ЗАДАЧАХ ТРАНСПОРТНОГО ТИПУ

01.05.02 – математичне моделювання та обчислювальні методи

Автореферат
дисертації на здобуття наукового ступеня
кандидата технічних наук

Харків – 2019

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана в Харківському національному автомобільно-дорожньому університеті Міністерства освіти і науки України.

Науковий керівник:	доктор технічних наук, професор **Панішев Анатолій Васильович,** завідувач кафедри інженерії програмного забезпечення, Житомирський державний технологічний університет.
Офіційні опоненти:	доктор технічних наук, професор **Гребеннік Ігор Валерійович,** завідувач кафедри системотехніки, Харківський національний університет радіоелектроніки;
	доктор фізико-математичних наук, професор **Ємець Олег Олексійович,** завідувач кафедри математичного моделювання та соціальної інформатики, Полтавський університет економіки і торгівлі.

Захист відбудеться «*26*» *березня* 2019 р. о *15*^{00} годині на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 64.052.02 Харківського національного університету радіоелектроніки за адресою: 61166, м Харків, пр. Науки, 14.

З дисертацією можна ознайомитися в бібліотеці Харківського національного університету радіоелектроніки, за адресою: 61166, Харків, пр. Науки 14 і на сайті спеціалізованої вченої ради Д 64.052.02 за електронною адресою: http://nure.ua/branch/d-64-052-02.

Автореферат розісланий «*22*» *лютого* 2019 р.

Учений секретар
спеціалізованої вченої ради Д 64.052.02 *Підпис* Л. В. Колесник

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми. Серед важливих проблем розвитку економічного потенціалу країни особливе місце займають проблеми підвищення ефективності управління транспортними процесами. Їх розв’язання залежать не лише від рівня модернізації транспортних засобів і використання сучасних інформаційних технологій, але й від вибору мереж ефективних маршрутів.

Задачам в області формування оптимальних транспортних маршрутів присвячені численні дослідження в різних країнах світу. Особливої актуальності набувають роботи, що дозволяють більш точно оцінювати обсяги вантажоперевезень, визначати кількість одиниць транспорту, необхідних для забезпечення вантажопотоків, визначати раціональні маршрути руху, які скорочують сумарні витрати на транспортування.

Дисертаційна робота присвячена дослідженню математичних моделей оптимізації транспортних перевезень, розробленню нових і вдосконаленню відомих методів та алгоритмів комбінаторної оптимізації, які застосовуються в транспортній логістиці для побудови замкнених маршрутів.

Розв'язання таких задач є важливим і набуває особливого значення в екстремальних умовах, коли виникає необхідність швидкої перебудови маршрутів руху при зміні зовнішніх умов.

Зв’язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Дисертаційне дослідження здійснювалося відповідно до плану науково-дослідних робіт Харківського національного автомобільно-дорожнього університету.

Наукові результати, на яких базується дисертаційна робота, отримані при виконанні планових бюджетних досліджень: проект на замовлення Державного агентства з питань науки, інновацій та інформатизації України № ДЗ/464-2011 «Розроблення та впровадження інформаційно-комунікаційної технології руху наземного транспорту великих міст»; держбюджетна тема за договором № Ф62/106-2015 «Розроблення та впровадження новітніх інформаційно-комунікаційних технологій для мехатронних і навігаційних систем броньованих колісних і гусеничних машин»; держбюджетна тема № 01-53-16 «Забезпечення конкурентоспроможності підприємств транспортної галузі України за рахунок підвищення ефективності віртуального управління процесами транспортного обслуговування»; держбюджетна тема за галузевим замовленням МОН України за договором № 0117U002405 «Розроблення інформаційно-комунікаційної технології інтелектуального керування наземними безпілотними багатоцільовими транспортними засобами».

Мета і завдання дослідження. Метою роботи є розроблення та модифікація математичних методів знаходження замкнених маршрутів у задачах транспортного типу.

Для досягнення поставленої мети в дисертації вирішуються такі завдання:

– огляд і аналіз сучасних досягнень комбінаторної оптимізації, що формує математичний апарат транспортної логістики;

– визначення класу різновидів та окремих випадків класичної задачі маршрутизації, який містить основні задачі про паросполучення в дводольних та довільних графах: задачу знаходження 2-фактора мінімальної ваги (2-*f*) і задачу про зважене паросполучення (ЗЗП);

– розроблення методу для розв’язування задачі про призначення (ЗП), 2-*f* і ЗЗП зі швидкодією, що перевищує швидкодію відомих методів;

– розроблення для наближеного розв’язання класичної задачі маршрутизації модифікації алгоритму Літтла, що скорочує обсяг обчислень шляхом підвищення точності нижніх оцінок, які встановлюються швидкими алгоритмами побудови зважених паросполучень;

– програмна реалізація методу розв’язання задач про паросполучення і модифікації методу Літтла;

– експериментальне дослідження й аналіз досягнутих результатів.

Об'єкт дослідження – замкнені маршрути в задачах транспортного типу.

Предмет дослідження – моделі і методи знаходження оптимальних замкнених маршрутів у задачах транспортного типу.

Методи досліджень. У дисертаційній роботі використано елементи теорії графів для побудови моделі маршрутизації та удосконалення методів розв’язання ЗП, 2-*f* і окремих випадків VRP (Vehicle Routing Problem), методи комбінаторної оптимізації для розроблення модифікації алгоритму Літтла, основи теорії складності для оцінювання трудомісткості розроблених методів.

Наукова новизна отриманих результатів. У результаті виконання дисертаційного дослідження розроблені нові методи та програмне забезпечення для оптимізації замкнених маршрутів в задачах транспортного типу.

При цьому отримано такі нові наукові результати:

– набула подальшого розвитку схема пошуку в ширину, яка в комбінації із способами побудови збільшуючих шляхів у графах транспортної мережі, утворює метод розв’язання базових задач оптимізації замкнених маршрутів та інших задач про паросполучення;

– вперше розроблено метод знаходження в довільному графі транспортної мережі паросполучення мінімальної ваги з використанням більш простої структури дводольного графа і меншою часовою складністю, ніж у відомих методах оптимізації замкнених маршрутів;

– вперше запропоновано рекурентний метод розв’язання задачі про призначення, що містить швидку за часовими параметрами процедуру побудови найкоротшого збільшуючого шляху в зваженому графі транспортної мережі, чим досягається перевага в швидкості обчислень перед іншими методами оптимізації замкнених маршрутів;

– удосконалено рекурентний метод побудови зважених паросполучень, на основі якого будується 2-фактор мінімальної ваги з найменшою на теперішній час часовою складністю, в результаті зведення 2-фактора до обмеженої задачі про призначення;

– вперше запропоновано модифікацію алгоритму Літтла з істотно меншим часом розв'язання задач транспортного типу, що містить для швидкого обчислення точніших оцінок меж шуканого оптимуму один з окремих випадків 2-*f*.

Практичне значення отриманих результатів. Практичне значення отриманих результатів полягає в тому, що розроблені моделі та методи оптимізації орієнтовані на вдосконалення організації перевезень у реальному масштабі часу і в реальних умовах руху транспортних засобів. Їх практичне застосування дозволяє зменшити витрати часу і пального на виконання транспортних робіт, патрулювання населених пунктів, доставку пошти, прискорюють передачу даних із безпілотних літальних апаратів, що виконують замкнені маршрути.

Усі запропоновані методи програмно реалізовані, апробовані і показали свою працездатність і ефективність на серіях розв'язання тестових задач у широкому діапазоні розмірності вхідних даних. На їх основі створено програмний продукт, впроваджений в навчальний процес Харківського національного автомобільно-дорожнього університету та використаний у виробничому процесі науково-виробничого підприємства «Карсис» (м. Харків).

Особистий внесок здобувача. Основні результати дисертації отримані здобувачем та опубліковані в роботах [1 – 18]. У роботах, опублікованих у співавторстві, здобувачеві належать такі результати: в [1] – спосіб перетворення *i*-дерева в гамільтонів цикл для побудови наближеного розв'язку задачі комівояжера, в [2] – декомпозиція транспортної мережі на блоки для підвищення ефективності точних і наближених методів вирішення загальної задачі комівояжера; в [5] – перестановочно-матрична постановка задачі про призначення і рекурентний метод її розв'язання; в [6] – алгоритм розв'язання задачі про зважене паросполучення, в [7] – зведення 2-фактора до обмеженої задачі про призначення і швидку процедуру побудови найкоротшого збільшуючого шляху відносно поточного паросполучення в схемі покрокового пошуку її розв'язання; в [8] – опис і доказ коректності методу розв'язання задачі про зважене паросполучення, що не містить трудомістких операцій з непарними циклами; в [10] – підхід до розв'язання симетричної задачі класу комівояжера з матрицею вартості, яка характеризується великим числом однакових значень; в [12] – правильний вибір критерію оптимальності, за допомогою якого ефективно вирішується проблема моделювання транспортних маршрутів; в [18] – підходи до удосконалення методів розв'язання задач оптимізації замкнутих маршрутів.

Апробація результатів дисертації. Основні результати дисертаційної роботи доповідалися й обговорювалися на конференціях: Всеукраїнській науковій конференції «Сучасні проблеми математичного моделювання та обчислювальних методів» (Україна, Рівне, 2013 р.) [10]; XXII Міжнародній науково-практичній конференції «Інформаційні технології: наука, техніка, технологія, освіта, здоров'я» (MicroCAD-2014) (Україна, Харків, 2014 р.) [13]; III Міжнародній науково-практичній конференції «Обчислювальний інтелект (результати, проблеми, перспективи)» (Україна, Київ-Черкаси, 2015 р.) [14]; XXIV Міжнародній науково-практичній конференції «Інформаційні технології: наука, техніка, технологія, освіта, здоров'я» (MicroCAD-2015) (Україна, Харків, 2015 р.) [15]; Міжнародній конференції «Інноваційні технології в науці та освіті. Європейський досвід» (Австрія, Відень, 2017) [18].

Публікації. Основні результати, що становлять зміст дисертації, опубліковані у 18 наукових роботах: у тому числі, в 9 статтях [1 – 9] у фахових наукових виданнях, з яких статті [1 – 4, 6, 9] опубліковані в спеціалізованих фахових виданнях України, статті [5, 7, 8] опубліковані в міжнародних фахових виданнях та 9 тез доповідей на наукових конференціях [10-18]. Публікації [5, 7 ,8] проіндексовані в наукометричній базі SCOPUS.

Структура і обсяг дисертації. Дисертаційна робота складається зі вступу, 5 розділів, висновків, списку використаних джерел із 134 найменувань (12 с.), 4 додатків (6 с.), 63 рисунків, 3 таблиці. Загальний обсяг роботи складає 165 сторінок, з них 123 сторінок основного тексу.

ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

У вступі обґрунтовано актуальність теми дослідження, зокрема теоретична і практична важливість удосконалення існуючих методів теорії паросполучень для розв'язання широкого класу задач оптимізації маршрутів на транспортних мережах; сформульовано мету, об'єкт, предмет дослідження, визначено наукову новизну та наведено відомості про апробацію отриманих результатів, включаючи зв'язок з науковими програмами, планами.

У першому розділі виконано аналіз сучасного стану проблем транспортної логістики, пов'язаних з побудовою і дослідженням моделей маршрутизації. Ключовою задачею маршрутизації є задача VRP, яка полягає в тому, що споживачеві i, $i=\overline{1,n}$, треба доставити однорідний вантаж в кількості d_i одиниць з бази $n+1$, використовуючи K транспортних засобів однакової місткості S. Кожен споживач обслуговується тільки одним транспортним засобом, що виконує замкнутий маршрут та повертається до бази. Задано вартість d_{ij} перевезення з пункту i в пункт j, $i \in N \cup \{n+1\}, |N| = n,$ не залежну від об'єму (ваги) вантажу, причому $d_{ij} = d_{ji}$. Розв'язком VRP є k послідовностей σ_k розвезення вантажів, що доставляють мінімум $\sum_{k=1}^{k}\sum_{i,j\in\sigma_k} d_{ij}$ при обмеженні на місткість транспортного засобу $\sum_{i\in\sigma_k} d_i \le S$.

Встановлено, що VRP і її прикладні версії є узагальненнями NP-повної задачі комівояжера. Виділено окремі випадки VRP, надані базовими, ефективно вирішуваними задачами про паросполучення. Усі відомі алгоритми задачі про паросполучення характеризуються непростими і різними способами побудови. Серед них алгоритми задачі про призначення і задачі знаходження 2-фактора мінімальної ваги, які можуть збільшити точність нижніх меж у методі Літтла.

Із наведеного аналізу виходить необхідність розв'язання базових задач про паросполучення одним методом, що прискорює побудову і знижує вартість маршрутів в узагальненнях задачі комівояжера.

Другий розділ містить опис методу, розробленого для розв'язання задачі про призначення та задачі про зважене паросполучення.

Розв'язання задачі про призначення наведеним методом знаходиться на основі її формулювання в такому вигляді: для матриці вартостей $C = \left[c_{ij}\right]_n$, де $c_{ij} \in R_0^+$ або $c_{ij} = \infty$, R_0^+ – множина невід'ємних дійсних чисел, знайти

$$C(\sigma) = \min_{\pi} \sum_{i=1}^{n} c_{\pi[i]}.$$

Тут $\pi = \left(\pi[1], \pi[2], ..., \pi[n]\right)$ – перестановка множини $\{1, 2, ..., n\}$ номерів стовпців матриці C.

Будь-яка частина допустимого рішення задачі про призначення із k елементів, однозначно визначає підматрицю $\left[C_{i_s}, j_t\right]_K$, $i_1 < i_2 ... < i_s < ... < i_k$, $j_1 < j_2 ... < j_t < ... < j_k$.

Нехай послідовність $\pi_k = \left(\pi_k[i_1], \pi_k[i_2], ..., \pi_k[i_s], ..., \pi_k[i_k]\right)$, $\pi_k[i_s] \in \{j_1, j_2, ..., ..., j_t, ..., j_k\}$, $k = \overline{1, n-1}$:

а) – є рішенням задачі про призначення для підматриці $\left[C_{i_s}, j_t\right]_k$;

б) – вартість π_k не більше вартості рішення задачі про призначення для будь-якої підматриці порядку k матриці C.

Тоді π_k з властивостями а) і б) можна перетворити в послідовність $\pi_{k+1} = \left(\pi_{k+1}[i_1],\ \pi_{k+1}[i_2], ...,\ \pi_{k+1}[i_r], ...,\ \pi_{k+1}[i_{k+1}]\right)$ з цими ж властивостями.

У C знаходиться

$c_{\pi_k[i_{k+1}]} = \min\left\{c_{ij} \mid i \neq i_1,\ i_2, ...,\ i_s, ...,\ i_k,\quad j \neq \pi_k[i_1],\ \pi_k[i_2], ...,\ \pi_k[i_s], ...,\ \pi_k[i_k]\right\}$, формується послідовність $\pi^1_{k+1} = \left(\pi_k,\ \pi_k[i_{k+1}]\right)$ і обчислюється $MIN1 = \sum_{s=1}^{k} C_{\pi_k[i_s]} + C_{\pi_k[i_{k+1}]}$. Далі вирішується задача пошуку $k+1$ елементів, які доставляють в C мінімальну суму $MIN2$ своїх значень і розташовується в різних рядках і стовпцях, включаючи всі рядки і стовпці з номерами, що задаються величинами $C_{\pi_k[i_s]}$, $s = \overline{1,k}$. Знайдені елементи утворюють шукану послідовність $\pi_{k+1} = \pi^2_{k+1}$, якщо $MIN2 \leq MIN1$, інакше $\pi_{k+1} = \pi^1_{k+1}$.

Рекурентна побудова рішення задачі про призначення $\sigma = \pi_n$ виконується засобами теорії паросполучень для дводольних графів. Матриці C відповідає дводольний граф (*X*, *Y*, *U*), в якому $|X| = |Y| = n$ і вершина $i \in X$ сполучена з вершиною $j \in Y$ ребром (i, j) вагою C_{ij}. Розв'язок σ в (*X*, *Y*, *U*) є досконалим паросполученням з мінімальною вартістю ваги ребер. В (*X*, *Y*, *U*) знаходиться ребро мінімальної ваги, що утворює паросполучення π_1 вартістю $C(\pi_1)$.

Нехай побудоване паросполучення π_k з мінімальною сумою ваг ребер $C(\pi_k)$ на множині Π_k усіх паросполучень потужності k. Перетворимо π_k у паросполучення π_{k+1}, у якого $C(\pi_{k+1})$ досягає мінімуму на множині Π_{k+1} усіх паросполучень потужності $k+1$. π_k розбиває X та Y на підмножини насичених вершин I_k, J_k і на підмножини вільних вершин $X - I_k$, $Y - J_k$. Знайдемо вільне ребро вагою

$$C_{i_r j_p} = \min\left\{C_{i_s j_q} \,\middle|\, i_s \in X - I_k,\ j_q \in Y - J_k\right\}, \tag{1}$$

і приєднавши його до π_k, отримаємо паросполучення $\pi^1_{k+1} = \pi_k \cup \left[i_r, j_p\right]$ вартістю $MIN1 = C(\pi_k) + C_{i_r j_p}$. Якщо $MIN1 > C(\pi_{k+1})$, то $\pi_{k+1} \in \Pi_{k+1} - \left\{\pi^1_{k+1}\right\}$.

Доведено, що в цьому випадку $\pi_{k+1} = \left(P_{k+1} - \pi_k\right) \cup \left(\pi_k - P_{k+1}\right)$, де P_{k+1} – найкоротший збільшуючий шлях відносно π_k. Отже, для знаходження π_{k+1} в (*X*, *Y*, *U*) досить:

а) – визначити π^1_{k+1} і вартість $C(\pi^1_{k+1}) = MIN1$;

б) – знайти паросполучення π^2_{k+1} і вартість $C(\pi^2_{k+1}) = MIN2$; побудувавши найкоротший збільшуючий шлях P_{k+1}, відносно π_k;

в) – покласти $\pi_{k+1} = \pi^1_{k+1}$, якщо $MIN1 \leq MIN2$ і $\pi_{k+1} = \pi^2_{k+1}$ інакше.

Для побудови P_{k+1} визначимо множини X_k та Y_k.

У X_k міститься кожна вільна вершина i_r, яка є кінцем вільного ребра (i_r, j_l) вагою

$$C_{i_r j_l} = \min\left\{C_{i_s j_l} \,\middle|\, i_s \in X - I_k, j_l \in J_k\right\}. \quad (2)$$

У Y_k включена кожна вільна вершина j_p, інцидентна вільному ребру (i_f, j_p) вагою

$$C_{i_f j_p} = \min\left\{C_{i_f j_q} \,\middle|\, j_q \in Y - I_k, i_f \in I_k\right\}. \quad (3)$$

Тоді P_{k+1} відносно π_k починається у вершині із X_k і закінчується у вершині із Y_k.

Шлях P_{k+1} знаходиться в орграфі (V, A), де $V = \{i_0\} \cup X_k \cup I_k \cup Y_k$, A – розбиття дуг на підмножини A_0, A_1, A_2, A_3. A_0 містить $|X_k|$ дуг (i_0, i_r) нульової ваги. У підмножину A_1 входить дуга (i_r, i_l), $i_r \in X_k$, $i_l \in I_k$, якщо і тільки якщо, вершина j_l ребра (i_r, j_l) – напарник вершини i_l, $[i_l, j_l] \in \pi_k$. Дузі (i_r, i_l) присвоєна вага $c(i_r, i_l) = c_{i_r j_l} + c_{i_l j_l}$. Дуга $(i_d, i_l) \in A_2$, $i_d, i_l \in I_k$, тоді і тільки тоді, коли вершина j_l ребра (i_d, j_l), $j_l \in J_k$, є напарником i_l, $[i_l, j_l] \in \pi_k$. Дугі (i_d, i_l) присвоєно вагу $c(i_d, i_l) = c_{i_d j_l} + c_{i_l j_l}$. Підмножина A_3 містить дугу (i_f, j_p), $i_f \in I_k, j_p \in Y_k$, якщо вершини i_f *і* j_p сполучені в графі *(X, Y, U)* ребром (i_f, j_p). Дузі (i_f, j_p) присвоєно вагу $c(i_f, j_p) = c_{i_f j_p}$.

Побудова P_{k+1} виконується в орграфі (*V*, *A*) за алгоритмом Дейкстри.

Метод розв’язання задачі про призначення подано покроковим знаходженням $\pi_1, \pi_2, ..., \pi_n = \sigma$ з трудомісткістю $O(n^3)$, не більшою, ніж у найбільш поширеного угорського методу. Він складається з однотипних дій, що спрощують програмну реалізацію і забезпечують економію пам'яті на великій розмірності вхідних даних. Викладена схема побудови σ застосовується для розв’язання задачі про зважене паросполучення. У задачі про зважене паросполучення задано довільний граф $H = (V,\ U)$, $|V| = n$, в якому ребро $\{v_i, v_j\} \in U$ має вагу $c_{ij} \in R_0^+$, $i, j = \overline{1, n}$. Потрібно знайти в *H* максимальне паросполучення M_{opt} з мінімальною сумою ваг ребер $C(M_{opt})$. Показано, що M_{opt} знаходиться в дводольному графі *D*=(*X*, *Y*, *E*), відповідному *H*. *D* складається з множини вершин X, Y, $|X| = |Y| = n$, множини ребер

$E=\{(i,j)|i\in X, j\in Y\}$ з вагами $c_{ij}\in R_0^+$ і містить паросполучення $M_{k-1}=\{[i_1,j[i_1]],...,[i_l,j[i_l]],...,[i_{k-1},j[i_{k-1}]]\}$ з найменшою сумою $C(M_{k-1})$ ваг ребер на множині усіх паросполучень потужності $k-1$, $i_l\in X$, $j[i_l]\in Y$, $i_l\neq j[i_l]$, $k\geq 2$. Паросполученню M_{k-1} взаємно однозначно відповідає в H паросполучення $\{[v_1,v_2],\ [v_3,v_4],\ \ldots,\ [v_{2k-3},v_{2k-2}]\}$. Нехай в $M_k^1=M_{k-1}\cup\{[i_k,\ j[i_k]]\}$ ребро $[i_k,\ j[i_k]]$ має найменшу вагу серед усіх ребер, які можна приєднати до M_{k-1}. Тоді $M_k^2=M_{k-1}\oplus P_k$, де P_k – найкоротший збільшуючий шлях відносно M_{k-1}, і $C(M_k^1)$, $C(M_k^2)$ – вартості M_k^1, M_k^2. Доведено, що якщо $C(M_k^2)\leq C(M_k^1)$, то $C(M_k)=C(M_k^2)$, інакше $C(M_k)=C(M_k^1)$, M_k – паросполучення *з* мінімальною сумою ваг *k* ребер в *D*. Таким чином,

$$C(M_k)=\min\left\{C(M_k^1),C(M_k^2)\right\},\ 2\leq k\leq|M_{opt}|. \qquad (4)$$

При $k=|M_{opt}|$ хоч би одне зі значень $C(M_k^1)$ або $C(M_k^2)$ досягає $C(M_{opt})$; $M_k=M_{opt}$, якщо при деякому $C(M_k)\neq\infty$, а при $k+1$ $C(M_{k+1}^1)=C(M_{k+1}^2)=\infty$.

Побудова M_{opt} розпочинається зі знаходження $M_1=\{[i_1,j[i_2]]\}$, $C(M_1)=c_{i_1 j[i_1]}=\min\left\{c_{ij}\,|\,i,j=\overline{1,n}\right\}$, i_1 – номер першої по порядку в C рядка, якому належить $c_{i_1 j[i_1]}$.

Вершина $j_l\in Y$ називається відображенням j_l' початку ребра $[i_l,j[i_l]]\in M_{k-1}$, $l=\overline{1,k-1}$, вершина $i_m\in X$ – відображенням i_m' кінця $j[i_l]$ цього ребра; $I_{k-1}=\left\{i_l\,|\,l=\overline{1,k-1}\right\}$, $J_{k-1}=\left\{j[i_l]\,|\,l=\overline{1,k-1}\right\}$ множини вершин M_{k-1}, I_{k-1}', J_{k-1}' – множини їх відображень.

Після знаходження $M_1=\{[i_1,j[i_1]]\}$ видаляються ребра, інцидентні відображенням j_1' та i_1'. Щоб визначити M_k, знаходиться $M_k^1=M_{k-1}\cup\{[i_k,j[i_k]]\}$ де $[i_k,j[i_k]]$ – ребро вагою $c_{i_k j[i_k]}=\min\left\{c_{ij}\,|\,i\notin I_{k-1}\cup I_{k-1}', j\notin J_{k-1}\cup J_{k-1}'\right\}$ і віддаляються ребра, інцидентні j_k' та i_k'. Щоб визначити M_k^2, для кожної вершини $i_m\notin I_{k-1}\bigcup I_{k-1}'$ формується підграф $D_{i_k}=(X_{i_k},Y_{i_k},E_{i_k})$. Він включає підмножину $E_{i_k}^1$ вільних ребер

$\left(i_k, j\left[i_l\right]\right)$, $l \in \{1,\ 2,\ ...,\ k-1\}$, підмножина $E_{i_k}^2$ усіх ребер, що сполучають вершини із I_{k-1} з вершинами із J_{k-1} і підмножину $E_{i_k}^3$ ребер $\left(i_l, j_s\right)$, $j_s \neq j_k$, $j_s \in \left\{Y - \left\{J_{k-1} \cup J_{k-1} - \left\{j_k\right\}\right\}\right\}$, $l \in \{1,\ 2,...,\ k-1\}$ із вагами $c_{i_l j_s} = \min\left\{c_{i_l j} \mid j \in Y - -\left\{J_{k-1} \cup J'_{k-1}\right\} - \left\{j_k\right\}\right\}$, вершин $Y_{i_k}^1$.

Таким чином $X_{i_k} = \left\{i_k\right\} \bigcup I_{k-1}$, $Y_{i_k} = Y_{i_k}^1 \bigcup J_{k-1}$. D_{i_k} будується для знаходження найкоротшого збільшуючого шляху P_{i_k} відносно M_{k-1}. Цей шлях починається в i_k і закінчується в $j_s \in Y_{i_k}^1$, $j_s \neq j_k$. Якщо існує P_{i_k}, то $M_{i_k} = P_{i_k} \oplus M_{k-1}$ – паросполучення з мінімальною сумою ваг *k* ребер в D_{i_k}. Побудова D_{i_k} і пошук P_{i_k} повторюється для кожної вершини $i_k \in X - \left\{I_{k-1} \bigcup I'_{k-1}\right\}$ і завершується вибором M_k^2 вартістю. $C\left(M_k^2\right) = \min\left\{C\left(M_{i_k}^2\right) \middle| i_k \notin I_{k-1} \bigcup I'_{k-1}\right\}$.

Пошук P_{i_k} спрощується в орграфі $\left(Z_{i_k}, A_{i_k}\right)$, де $Z_{i_k} = \left\{i_k\right\} \bigcup I_{k-1} \bigcup Y_{i_k}^1$, $A_{i_k} = A_{i_k}^1 \bigcup A_{i_k}^2 \bigcup A_{i_k}^3$. У підмножину $A_{i_k}^1$ входить дуга (i_k, i_l), $i_k \in X - \left\{I_{k-1} \bigcup I'_{k-1}\right\}$, $i_l \in I_{k-1}$, тоді і тільки тоді, коли вершина $j[i_l]$ ребра $(i_d, j[i_l])$ є напарником вершини i_l. Дузі (i_k, i_l) надається вага $c(i_k, i_l) = c_{i_k j[i_l]} + c_{i_l j[i_l]}$. Дуга (i_d, i_l), i_d, $i_l \in I_{k-1}$, входить в $A_{i_k}^2$, якщо і тільки якщо вершина $j[i_l]$ ребра $(i_d, j[i_l])$, є напарником вершини i_l. Дуга (i_d, i_l) отримує вагу $c(i_d, i_l) = c_{i_d j[i_l]} + c_{i_l j[i_l]}$. Підмножина A_{i_3} містить усі дуги (i_l, j_s), $i_l \in I_{k-1}$, $j_s \in Y_{i_k}^1$, якщо вершини i_l і j_s з'єднані ребром у D_{i_k}. Дуга (i_l, j_s) має вагу $c(i_l, j_s) = c_{i_l j_s}$. Неважко переконатися, що при невід'ємних вагах ребер графа D шлях P_{i_k} – найкоротший шлях серед усіх простих шляхів з вершини i_k у вершини множини $Y_{i_k}^1$ орграфа (Z_{i_k}, A_{i_k}).

Пошук P_{i_k} виконується за алгоритмом Дейкстри.

З аналізу покрокового подання методу розв'язання задачі про зважене паросполучення випливає, що після впорядкування значень елементів над головною діагоналлю матриці $C = [c_{ij}]_n$ і графа H M_{opt} коректно знаходиться за час $O\left(n^3\right)$, менший, ніж у відомого алгоритму Едмондса.

У третьому розділі викладений модифікований метод розв'язання гамільтової задачі комівояжера, яка є задачею комівояжера для довільного зваженого графа $H = \left(V, U\right)$. Метод поданий удосконаленою версією класичного алгоритму Літтла, в якій для підвищення точності нижніх оцінок вартості обходів застосовується розв’язок задачі знаходження 2-фактора мінімальної ваги.

У гамільтоновій задачі комівояжера задано граф *H* = (*V*, *U*) з вагами ребер $\{v_i, v_j\} \in U$, які дорівнюють $c_{ij} \in R_0^+$, $v_i, v_j \in V$.

Маршрутом комівояжера або обходом називається простий основний цикл у *H*. Треба знайти обхід τ^* з мінімальною сумою ваг ребер $C(\tau^*)$ або встановити, що множина обходів графа *H* є порожньою.

Задача знаходження 2-фактора мінімальної ваги формується таким чином. У матриці $C = \left[c_{ij}\right]_n$, де $c_{ij} = \infty$ при $i = j$ і $c_{ij} \in R_0^+$ або $c_{ij} = \infty$ при $i \neq j$, $i, j = \overline{1, n}$, потрібно знайти

$$C(\eta) = \min_{\xi} \sum_{i=1}^{n} c_{[i]}. \qquad (5)$$

Де $\eta = (\eta[1], \eta[2], \ldots, \eta[n])$ – перестановка множини $\{1, 2, \ldots, n\}$ номерів стовпців C, циклове розкладання якої складається з контурів, що містять не менше трьох вершин. Отже, задача знаходження 2-фактора мінімальної ваги є обмеженою задачею про призначення і рекурентний метод побудови σ неважко адаптувати для побудови η. Припустимо, що на множині Π_k усіх паросполучень $\pi_k = ([l_1, \pi[l_1]], [l_2, \pi[l_2]], \ldots, [l_k, \pi[l_k]])$ графа *D*=(*X*, *Y*, *E*), в яких немає ребер, що сполучають вершини $\pi[l_m] \in X$ і $l_m \in Y$, $\pi[l_m] \neq l_m$, $m = \overline{1, k}$ побудовано паросполучення $\xi_k = ([i_1, j_1], [i_2, j_2], \ldots, [i_k, j_k])$ мінімальної вартості. Видалення в *D* ребер $(j_1, i_1), (j_2, i_2), \ldots, (j_k, i_k)$ приводить до підграфа D_k. Тоді $\xi_k \in D_k$ перетвориться в паросполучення ξ_{k+1} мінімальної вартості на множині Π_{k+1} усіх паросполучень π_{k+1} потужності $k+1$. З цією метою знаходиться вільне ребро вагою

$$c_{ms} = \min\left\{c_{ij} \middle| i \in X - I_k,\ j \in Y - J_k\right\},\ (m, s) \in D, \qquad (6)$$

де $I_k = \{i_1, i_2, \ldots, i_k\}$, $J_k = \{j_1, j_2, \ldots, j_k\}$ – множини насичених вершин $I_k \subset X$, $J_k \subset Y$. Ребро (m, s) приєднується до паросполучення ξ_k, утворюючи паросполучення $\xi_{k+1}^1 = \xi_k \cup [m, s]$ вартістю $MIN1 = C(\xi_k) + c_{ms}$. Якщо ξ_{k+1}^1 не доставляє мінімальну суму ваг ребер на множині Π_{k+1}, то її доставляє $\xi_{k+1}^2 \in \Pi_{k+1} - \{\xi_{k+1}^1\}$ вартістю

$MIN2 = C\left(\xi_{k+1}^{2}\right)$. Таким чином, $C\left(\xi_{k+1}\right) = \min\left\{MIN1, MIN2\right\}$. Доведено, що якщо $\xi_{k+1} \in \Pi_{k+1} - \left\{\xi_{k+1}^{1}\right\}$, то $\xi_{k+1} = P_{k+1} \oplus \xi_k$, де P_{k+1} – найкоротший збільшуючий шлях відносно паросполучення ξ_k в D_k.

Шлях P_{k+1} будується у підграфі спеціального виду за алгоритмом Дейкстри.

Метод розв’язання задачі знаходження 2-фактора мінімальної ваги наведено покроковим знаходженням η за час $O\left(n^3\right)$.

Розв’язання задачі знаходження 2-фактора мінімальної ваги, що використовується в поданій модифікації алгоритму Літтла, утворює циклове покриття $\eta = \left\{\eta_m \middle| m = \overline{1,\mu}\right\}$ вартістю $C(\eta)$. У $C(\eta)$ включена сума ваг ребер $C(\eta_m)$ кожного циклу η_m. Значення $C(\eta)$ береться за суму вартості $C\left(\tau^*\right)$ шуканого обходу τ^* гамільтонової задачі комівояжера в корені $\varnothing$ дерева перебору.

Ребро $\{x, y\}$, що ініціює галуження в корені, вибирається серед ребер $\{v_k, v_l\} \in \eta_f$, таких, що:

а) або $\{v_k, v_l\}$ утворює простий цикл $(v_k, v_r, v_d, v_l, v_k)$, $\{v_r, v_d\} \in \eta_g$, $f \neq g$;

б) або вершина v_k інцидентна вершині з η_a, а вершина v_l – вершині з η_b; $f \neq a,b$; $a \neq b$.

Ребро $\{x, y\}$ має вагу

$$c_{xy} = \max\left\{c_{kl} \middle| \{v_k, v_l\} \in \eta\right\}. \tag{7}$$

Корінь $\varnothing$ породжує вершини $X_{\overline{xy}}$ і X_{xy}, що означають відповідно множину всіх обходів, які не містять ребро $\{x, y\}$ і множину усіх обходів, що містять його. Оцінка знизу $C\left(\eta_{\overline{xy}}\right)$ вартості обходів великої кількості $X_{\overline{xy}}$ знаходиться побудовою циклового покриття $\eta_{\overline{xy}}$ у підграфі $H - \{x, y\}$.

Для обчислення оцінки знизу $C\left(\eta_{xy}\right)$ вартість обходів великої множини X_{xy} в циклі η_m, якому належить $\{x, y\}$, визначається ребро $\{p, q\}$ з другою після c_{xy} вагою

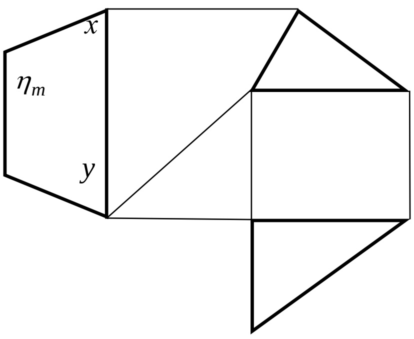
$$c_{pq} = \max\left\{c_{kl} \middle| \{v_k, v_l\} \in \eta_m - \{x, y\}\right\} \tag{8}$$

і в підграфі $H-\{p,q\}$ знаходиться циклове покриття $\eta_{\overline{pq}}$. Очевидно $C(\eta_{xy})=C(\eta_{\overline{pq}})$.

Таким чином, множина усіх обходів гамільтонової задачі комівояжера є об'єднанням підмножин $X(\eta_{\overline{xy}})\cup C(\eta_{xy})$, що не перетинаються.

Циклове покриття $\eta_{\overline{xy}}$ і оцінка $C(\eta_{\overline{xy}})$ визначається за час $O(n^3)$, у результаті вирішення наступної допоміжної задачі.

За відомим цикловим покриттям $\eta=\{\eta_1,\eta_2,...,\eta_\mu\}$ і ребром з вагою c_{xy}, що видаляється з η_m треба знайти циклове покриття $\eta_{\overline{xy}}$ і його вартість $C(\eta_{\overline{xy}})$ на множині усіх 2-факторів, які містять менше, ніж μ, число циклів (рис.1).



а б

Рисунок 1 – Циклове покриття η:

а – циклове покриття η; б – циклове покриття $\overset{\circ}{\eta}_{\overline{xy}}$

Оскільки $C(\eta_{xy})=C(\eta_{\overline{pq}})$, то циклове покриття η_{xy} знаходиться в результаті рішення цієї ж задачі для випадку, коли з циклового покриття η видаляється ребро $\{p, q\}$, визначуваних з (8).

Кінцева вершина дерева перебору, якій відповідає цикловому покриттю з декількох компонент, відноситься до множини активних вершин. Галуження, виконується для активної вершини з найменшою вартістю циклового покриття, що відповідає їй. У викладеній модифікації алгоритму Літтла висота дерева перебору обмежена згори величиною $\lfloor n/3\rfloor-1$. Оскільки число всіх вершин у дереві не більше $2^\mu-1$, то трудомісткість розв’язання гамільтонової задачі комівояжера оцінюється величиною $O\left(n^3 2^{\lfloor n/3\rfloor}\right)$.

У четвертому розділі описано процес проектування і розроблення програмного продукту, що дозволяє за вхідними даними будувати маршрути комівояжера на основі ідей, викладених у дисертаційній роботі.

Окремою частиною програми винесено модуль для проведення обчислювального експерименту. Обчислювальний експеримент проводився на випадково згенерованих наборах даних, які подавалися на вхід алгоритмів розв'язання ЗП і методу розв'язання задачі 2-*f*.

1. Досліджено час роботи відомих методів розв'язання ЗП (методу потенціалів та угорського методу) і рекурентного методу, запропонованого в дисертаційній роботі. Досліджено залежність часу розв'язання задачі кожним із методів від розміру вхідних даних.

2. Досліджено час роботи методу 2-*f* для отримання 2-фактора мінімальної ваги. Використовували ті ж параметри експерименту і вхідні дані, на яких було досліджено час роботи методів розв'язання ЗП.

3. Досліджено час розв'язання ЗК модифікованим методом Літтла, в якому використані різні релаксації для отримання нижніх оцінок вартості маршрутів комівояжера.

Для кожної розмірності вирішувалося по 100 задач трьома модифікаціями методу Літтла, в яких використані для отримання нижньої межі методи – 2-фактора, рекурентний метод розв'язання задачі про призначення і угорський метод.

Усереднений час розв'язання задач для кожної з розмірностей вхідної матриці вартостей проілюстровано у формі графіків на рис. 2.

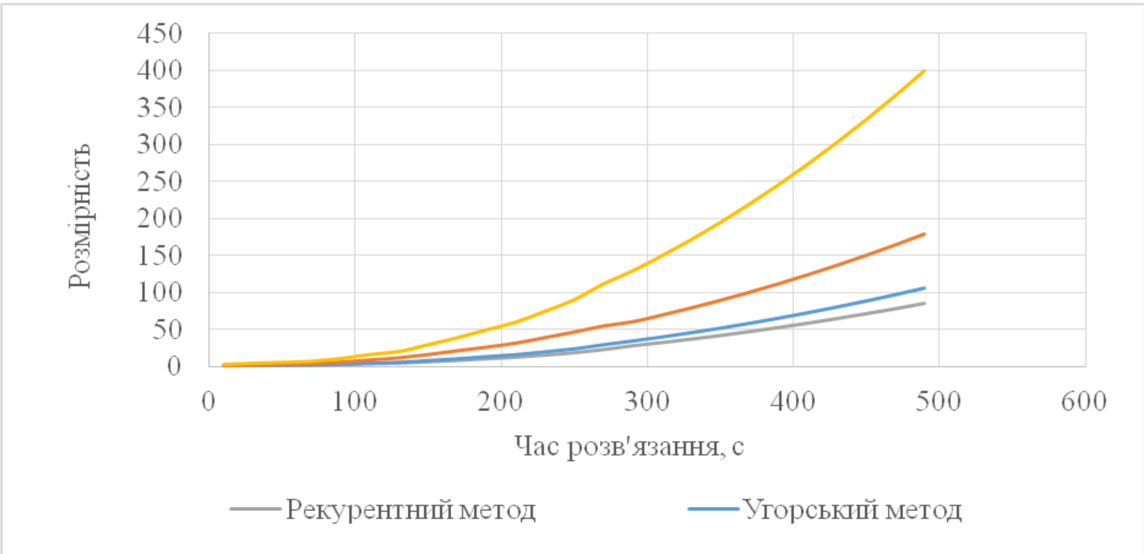


Рисунок 2 – Графіки залежності часу розв'язання задачі про призначення і 2-фактора від розмірності вхідних матриць

Результати дослідження дають можливість зробити висновок, що отримання 2-фактора мінімальної ваги є більш трудомістким, ніж розв'язок ЗП. Порівняння методів розв'язку ЗП показало, що кращі характеристики показав рекурентний метод розв'язку ЗП, наведений в другій главі дисертаційної роботи. Відомі методи (угорський і потенціалів) за одних і тих же умов показують гірші результати.

У ході обчислювального експерименту вирішували серії по 100 задач з подальшим усереднюванням загального часу їх розв'язання.

Кожна серія задач розв'язувалась модифікованим методом Літтла, в якому використовувалися різні способи обчислення нижніх оцінок. Результати експерименту показані на рис. 2.

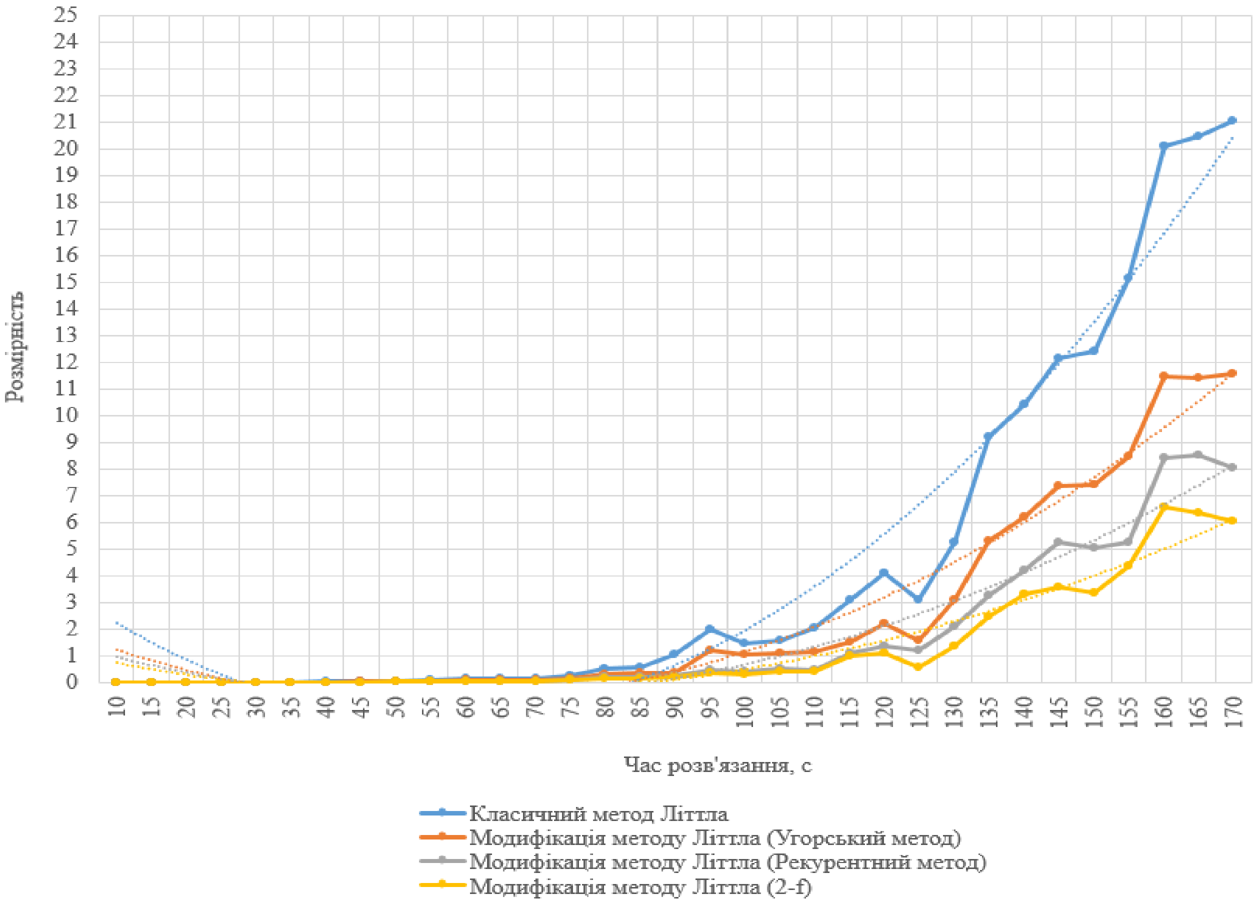


Рисунок 3 – Графік залежності часу роботи модифікації методу Літтла з різними способами отримання нижніх меж

Результати обчислювального експерименту показують, що найменший час розв'язання ЗК демонструє модифікація методу Літтла, що використовує релаксацію метод 2-f. Другий результат показує модифікація з рекурентним методом.

ВИСНОВКИ

1. У роботі проведено аналіз сучасного стану проблем маршрутизації транспортних засобів, орієнтований на вдосконалення планування перевезень методами комбінаторної оптимізації та їх програмної реалізації.

2. Набув подальшого розвитку підхід до розв’язання VRP та її різновидів. Встановлено, що ряд окремих випадків VRP представленні основними задачами паросполучень. Серед них задачі про призначення і задачі знаходження 2-фактора мінімальної ваги є релаксаціями, що прискорюють розв’язання тих задач маршрутизації, які потребують побудови кращих обходів пунктів транспортної мережі.

3. Вперше запропоновано загальну схему розв’язання задачі про призначення, задачі знаходження 2-фактора мінімальної ваги і задачі про зважене паросполучення, що виконує рекурентну побудову паросполучень у змішаних графах. Вона включає скінчену кількість простих однотипних дій, що знижують трудомісткість відомих алгоритмів.

4. Виходячи із запропонованої схеми отримано нову перестановочно-матричну модель оптимального призначення та розроблено метод розв’язання задачі про призначення, що не поступається за швидкодією угорському методу.

5. Вперше виконано перетворення довільного зваженого графа в дводольний граф, в якому шукається паросполучення, відповідне розв’язку задачі про зважене паросполучення. На основі перетворення для розв’язання задачі про зважене паросполучення розроблено модифікацію методу оптимального призначення. Тимчасова складність модифікації оцінюється такою ж величиною, як у самих ефективних алгоритмів розв’язання задачі про призначення, менш складною, ніж задача про зважене паросполучення.

6. У роботі встановлено, що задача побудови в будь-якому графі 2-фактора мінімальної ваги зводиться до задачі про паросполучення, в цикловому розкладі якого кожний контур містить не менше трьох дуг. На цій основі розроблено рекурентний метод розв’язання задачі знаходження 2-фактора мінімальної ваги з меншою трудомісткістю, ніж у відомих методів.

7. Вперше розроблено модифікацію алгоритму Літтла, що містить для підвищення точності нижніх оцінок вартості маршрутів комівояжера та скорочення часу їх побудови розв’язання задачі знаходження 2-фактора мінімальної ваги.

8. Розроблено програмне забезпечення для швидкого пошуку розв’язків класу задач маршрутизації на транспортній мережі та експериментальної перевірки викладеного результату.

9. Порівняння методів розв’язання задачі про призначення показало, що кращі характеристики показав рекурентний метод розв’язання задачі про призначення, угорський метод і метод потенціалів показали гірші результати.

10. Встановлено, що найменший час розв’язання задачі комівояжера демонструє модифікація методу Літтла, в якому використано релаксацію – розв’язок задачі знаходження 2-фактора мінімальної ваги. Другий результат показує модифікація з розв’язком задачі про призначення рекурентним методом.

СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

1. Геращенко И. В., Маций О. Б., Панишев А. В. Полиномиальное преобразование в приближенных алгоритмах решения задач типа коммивояжера // Радиоэлектроника и информатика. 2007. №1. С. 45-49.

2. Левченко А. Ю., Маций О. Б., Панишев А. В. Оптимізація замкнених маршрутів на транспортній мережі // Штучний інтелект. 2010. № 1. С 43-49.

3. Маций О. Б. Повышение точности симметричной задачи коммивояжера большой размерности // Вестник Харьковского национального автомобильно-дорожного университета. 2011. № 55. С 100-102.

4. Маций О. Б. Удосконалення угорського методу рішення задачі про призначення // Открытые информационные и компьютерные технологии. 2014. № 66. С. 166-171.

5. Matsiy O. B., Morozov A. V., Panishev A. V. The Recurrent Method to Solve the Assignment Problem // Cybernetics and Systems Analysis. 2015. Vol. 51. No 6. Pp. 939-946.

6. Кушнір Н. А., Маций О. Б., Скачков В. А. Метод найкоротших збільшуючих шляхів у задачах про паросполучення // Вісник Житомирського державного технологічного університету. 2016. № 3(74). С. 101-111.

7. Matsiy O. B., Morozov A. V., Panishev A. V. Fast Algorithm to Find 2-Factor of Minimum Weight // Cybernetics and Systems Analysis. 2016. Vol. 32. No 3. Pp 464-474.

8. Matsiy O. B., Morozov A. V., Panishev A. V. A Recurrent Algorithm to Solve the Weighted Matching Problem // Cybernetics and Systems Analysis. 2016. Vol. 52. No 5. Pp 748-753.

9. Маций О. Б. Класс задач маршрутизации, сводимых к задаче коммивояжера // Автомобіль і Електроніка. Сучасні Технології. 2017. № 12. С. 167-170.

10. Никонов О. Я., Маций О. Б. Подход к решению симметричной задачи коммивояжера // Сучасні проблеми математичного моделювання та обчислювальних методів: матеріали Всеукраїнської наукової конференції. Рівне: РДГУ-НУВГ, 2013. С. 192.

11. Маций О. Б. Про один підхід до рішення задачі комівояжера з симетричною матрицею відстаней // Інформаційні технології і мехатроніка: матеріали Всеукраїнської науково-практичної конференції. Харків: ХНАДУ, 2014. С. 83.

12. Маций О. Б., Шаригін Г. М. Сучасні аспекти моделювання маршрутів перевезення // Інформаційні технології і мехатроніка: матеріали Всеукраїнської науково-практичної конференції. Харків: ХНАДУ, 2014. С. 160-161.

13. Маций О. Б. Рекуррентный метод решения задачи о назначених // Інформаційні технології: наука, техніка, технологія, освіта, здоров’я (MicroCAD-2014): матеріали XXII міжнародної науково-практичної конференції. Харків: НТУ ХПІ, 2014. С. 249.

14. Маций О. Б. Метод ускоренного поиска кратчайших гамильтоновых маршрутов // Обчислювальний інтелект (результати, проблеми, перспективи): матеріали III міжнародної науково-практичної конференції. Київ-Черкаси: М-во освіти і науки України, Київ. нац. ун-т імені Тараса Шевченка та [ін.]; наук. ред. В.Є. Снитюк. – Черкаси: видавець Чабаненко Ю, 2015. С. 312.

15. Маций О. Б. Алгоритм решения задачи о взвешенном паросочетании // Інформаційні технології: наука, техніка, технологія, освіта, здоров'я (MicroCAD-2015): матеріали XXIII міжнародної науково-практичної конференції. Харків: НТУ ХПІ, 2015. С. 231.

16. Маций О. Б. Схема поиска гамильтонова маршрута минимальной стоимости на транспортной сети // Інформаційні технології і мехатроніка: освіта, наука та працевлаштування: матеріали міжнародної науково-практичної конференції. Харків: ХНАДУ, 2016. С. 76-78.

17. Маций О. Б. Поліноміальне перетворення наближених алгоритмів в рішенні задач типу комівояжера // Інформаційні технології і мехатроніка: освіта, наука та працевлаштування: матеріали міжнародної науково-практичної конференції Харків: ХНАДУ, 2017. С. 54-57.

18. Панишев А. В., Маций О. Б. Базовые задачи оптимизации замкнутых маршрутов и способы усовершенствования методов их решения // Інноваційні технології в науці та освіті. Європейський досвід: матеріали міжнародної конференції. Відень: Издательство, 2017. С. 315-319.

АНОТАЦІЯ

Маций О. Б. Математичне моделювання та методи оптимізації замкнених маршрутів в задачах транспортного типу. – Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук за спеціальністю 01.05.02 – математичне моделювання і обчислювальні методи. – Харківський національний університет радіоелектроніки, Міністерство освіти і науки, Україна, Харків, 2019.

Дисертаційна робота присвячена дослідженню математичних моделей оптимізації транспортних перевезень, розробленню нових і вдосконаленню відомих методів та алгоритмів комбінаторної оптимізації, які застосовуються в транспортній логістиці для побудови замкнених маршрутів.

Розв'язання таких задач є важливим і набуває особливого значення в екстремальних умовах, коли виникає необхідність швидкої перебудови маршрутів руху при зміні зовнішніх умов.

Для класу задач про паросполучення, які представлені задачею про призначення, задачею знаходження 2-фактора мінімальної ваги і задачею про

зважене паросполучення, запропоновано методи розв'язання, розроблені за єдиною схемою, яка знижує трудомісткість відомих методів.

Запропоновано модифікацію методу Літтла для знаходження оптимального маршруту в транспортній мережі. Для класу задач про паросполучення, наведених задачею про призначення, задачею знаходження 2-фактора мінімальної ваги і задачею про зважене паросполучення, запропоновано методи розв'язання, розроблені за єдиною схемою, яка знижує трудомісткість відомих методів.

Особливість модифікації полягає в тому, що вперше оцінка знизу шуканого значення цільового функціонала визначається в результаті розв'язання задачі знаходження 2-фактора мінімальної ваги. Застосування вибраної оцінки обмежує згори дерево перебору та істотно скорочує час пошуку розв'язку задач транспортного типу.

Ключові слова: гамільтонова задача комівояжера, задача про призначення, 2-фактор, задача про зважене паросполучення.

АННОТАЦИЯ

Маций О. Б. Математическое моделирование и методы оптимизации замкнутых маршрутов в задачах транспортного типа. – Квалификационная научный труд на правах рукописи.

Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук по специальности 01.05.02 – математическое моделирование и вычислительные методы. – Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Министерство образования и науки, Украина, Харьков, 2019.

Диссертационная работа посвящена исследованию математических моделей оптимизации транспортных перевозок, разработке новых и усовершенствованию известных методов и алгоритмов комбинаторной оптимизации, применяемых в транспортной логистике для построения замкнутых маршрутов.

Решение таких задач является важным и приобретает особое значение в экстремальных условиях, когда возникает необходимость быстрой перестройки маршрутов движения при изменении внешних условий.

Для класса задач о паросочетания, приведенных задачей о назначении, задачей нахождения 2-фактора минимального веса и задачей о взвешенном паросочетании, предложены методы решения, разработанные по единой схеме, которые снижают трудоемкость известных методов.

Предложенная модификация алгоритма Литтла для нахождения маршрута коммивояжера в транспортной сети. Особенность модификации заключается в том, что впервые оценка снизу искомого значения целевого функционала определяется в результате решения задачи нахождения 2-фактора минимального веса.

Применение выбранной оценки ограничивает сверху дерево перебора и существенно сокращает время поиска решения задач транспортного типа.

Ключевые слова: гамильтонова задача коммивояжера, задача о назначении, 2-фактор, задача о взвешенном паросочетании.

ABSTRACT

Matsiy O. B. Mathematical modeling and optimization methods of closed routes in transport type problems. − Qualifying scientific work as a manuscript.

Thesis for the degree of technical sciences candidate in specialty 01.05.02 – «Mathematical Modeling and Computational Methods». Kharkov National University Of Radio Electronics, Ministry of Education and Science, Ukraine, Kharkov, 2019.

The thesis is devoted to the study of mathematical models of transport optimization, the development of new and the improvement of the known methods and algorithms of combinatorial optimization used in transport logistics to build closed routes.

The solution of such tasks is important and acquires special significance in extreme conditions, when the need arises for a rapid restructuring of traffic routes when external conditions change.

The target of this degree is a research of algorithmic properties for routing problems and based on findings further development of the known Little’s method, used for solving a Traveling Salesman Problem. The speeding of method is achieved as a result of the more accurate definition of the lower bounds for optimal solution cost, defined by effective matching algorithms in bipartite and arbitrary graphs. For class of matching tasks, represented by the assignment problem, the 2-factor problem and the weighted matching problem, it was suggested to use a developed solution methods, where the same procedures are used, reducing, therefore, a complexity of the known methods. In question in this thesis work is an upgraded version of Little's algorithm for finding route of a traveling salesman in a transport network, described by an arbitrary graph.

Thesis for the degree gives the reasoning for topic of research, in particular for theoretical and the practical importance of improving the existing methods of the matching theory in solving a wide class of problems; for optimizing routes on the transport network; formulates goal, target and subject of research; defines its scientific novelty and provides information about approbation of the obtained results, including its association with scientific research programs and curriculums.

The key task of routing is the task of VRP (VRP – Vehicle Routing Problem. The emphasis is made on VRP particular cases, represented by basic and effectively solvable tasks on matchings: the assignment problem, the 2-factor problem, the weighted matching problem.

The emphasis is made on VRP particular cases, represented by basic and effectively solvable tasks on matchings: the assignment problem, the 2-factor problem, the weighted

matching problem. All known algorithms for matching problems described by complex and different methods of building up. Among them – are algorithms for assignment problems and 2-factor problems that can increase the accuracy of the lower bounds in the Little’s method, but cannot reduce its complexity.

In the thesis describes a modified method for solving the Hamiltonian Traveling Salesman Problem, which is a Traveling Salesman Problem. The method is represented by an upgraded version of the classical Little’s algorithm, where solution of the 2-factor problem is used to get increasing accuracy of the lower bound estimates of the cost for cycles. A 2-factor of an arbitrary graph is called the union of not overlapping nodes of cycles. The 2-factor problem lies in the fact that, it is required to find in a weighted graph a 2-factor, which would have the smallest sum of its edges weights.

Subject of the study was working time of known methods for solving assignment problem (the method of potentials and the Hungarian method) and the recurrent method, proposed in this thesis work.

The working time of the 2-factor method for solving problem of obtaining minimum weight of the 2-factor was under study. The same parameters and input data were used, as it was in experiment for studying working time of the methods for solving the assignment problem. A time of solving a Travel Salesman Problem by updated version of the Little’s method was under study, where various relaxations were used to obtain estimates of lower bound for the cost of traveling salesman routes.

A comparison of the methods for solving the assignment problem proved that the recursive method for solving the assignment problem, represented in the Second section of this thesis work, showed the best characteristics.

The results of computational experiment show that the shortest time for solving a Traveling Salesman Problem demonstrates the updated version of the Little’s method, using the 2-factor relaxation. The second result shows usage of updated version for solution of the assignment problem by recursive method.

Keywords: Hamiltonian Traveling Salesman Problem, Assignment Problem, 2-factor, Weighted Matching Problem.

Формат 60x84/16. Ум. друк. арк. 0,9. Тир. 100 прим. Зам. № 085-19.
Підписано до друку 18.12.2018. папір офсетний.

Надруковано з макету замовника у ФОП Бровін О.В.
61022, м. Харків, вул. Трінклера, 2, корп.1, к.19. Т.(057) 758-01-08, (066) 822-71-30
Свідоцтво про внесення субєкта до державного реєстру
Видавців та виготовників видавничої продукції серія ДК 3587 від 23.09.09 р.