УДК 519.7

МОДЕЛЬ РАВЕНСТВА ИДЕЙ

М.Ф. Бондаренко[1], С.Ю. Шабанов-Кушнаренко[2], Ю.П. Шабанов-Кушнаренко[3]

[1, 2, 3] ХНУРЭ, г. Харьков, Украина

Рассмотрены проблемы построения эффективного математического аппарата для формализации и моделирования систем искусственного интеллекта. В качестве такого аппарата предложен абстрактный эквивалент алгебры конечных предикатов – алгебра идей. На основе алгебра идей получены некоторые результаты в области формального описания закономерностей интеллектуальной деятельности человека.

КОМПАРАТОРНАЯ ИДЕНТИФИКАЦИЯ, МЕТОД СРАВНЕНИЯ, АЛГЕБРА КОНЕЧНЫХ ПРЕДИКАТОВ, ТЕОРИЯ ИНТЕЛЛЕКТА, АКСИОМАТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ

Введение

Вычислительная техника быстро развивается. Все чаще пишут о появлении искусственного интеллекта. Но так ли уж велики успехи интеллектуализации вычислительной техники, если их оценивать по большому счету? Совершенный автоматический перевод так и не получился. Распознавание образов увязает в огромных трудностях. Как достичь понимания речи машиной – никто не знает. Естественный язык машина по-настоящему не освоила. Общение с ЭВМ для человека попрежнему остается неудобным и нелегким делом. Если трезво оценивать создавшееся положение, то приходится признать, что никакого искусственного интеллекта еще нет. Термин “искусственный интеллект” выражает пока лишь систематически не сбывающиеся надежды.

Характеристика ЭВМ как “ученых идиотов”, данная Шенноном на заре развития вычислительной техники, остается пока в силе и сегодня. Основные проблемы, перед которыми разработчики искусственного интеллекта остановились в 50-е годы, до сих пор не преодолены. Машины пока не мыслят, и нет надежд на то, что у них в обозримом будущем появятся проблески разума, если события и дальше будут развиваться подобным образом. Ощущение такое, что техника искусственного интеллекта стоит перед неприступной стеной, обход которой совершенно невозможен. И дело здесь не в слабости технических возможностей современных компьютеров. Причины трудностей в другом – слишком уж несовершенна функциональная организация существующих систем искусственного интеллекта.

Можно ли надеяться на кардинальные сдвиги в области искусственного интеллекта в обозримом будущем? История развития науки свидетельствует о том, что качественным сдвигам после длительного периода застоя обычно предшествует изменение точки зрения на предмет исследования. Думается, что и в области искусственного интеллекта прорыв может быть обеспечен при новом подходе к проблеме. Такой новый подход, по нашему мнению, может дать бионика. До сих пор умственные способности машины развивались почти исключительно посредством новых технических решений. Разработчики аппаратных средств лишь в крайне незначительной степени используют уже существующие в природе механизмы и явления интеллектуальной деятельности. Однако при сложившемся положении недостаточно опираться только на изобретательство, инженерную деятельность при создании систем искусственного интеллекта. Надо опираться также и на те решения, которые накопила природа, изучать закономерности естественного интеллекта. Ведь все те умственные способности, которые желательно привить машине, уже имеются у человека, причем в достаточно развитом виде, и неразумно пренебрегать этой подсказкой природы. Любая область техники опирается на изучение соответствующих законов природы, а техника искусственного интеллекта этого не делает и на этом сильно проигрывает. До тех пор, пока положение кардинально не изменится, и наука не обратится к серьезным систематическим исследованиям человеческого интеллекта, дело создания искусственного интеллекта вряд ли сдвинется с мертвой точки. Такие исследования, конечно, потребуют огромных усилий и средств, однако и в других областях науки и техники охотно идут на это и находят такой способ действий очень выгодным.

1. Алгебра конечных предикатов и задачи теории интеллекта

Наука, изучающая механизмы естественного интеллекта с целью использования добытых знаний для создания систем искусственного интеллекта, называется *теорией интеллекта* [1, с. 3]. Один из пионеров в области искусственного интеллекта Нильсон писал: “Если бы такую теорию интеллекта можно было бы создать, то с ее помощью можно было бы направленно вести разработку интеллектуальных машин” [4, с. 12]. Теория интеллекта – это не техника, это область естествознания, физики. Имеется физический объект – человек с его интеллектом. Требуется математически описать законы, управляющие интеллектуальной деятельностью человека. Как достичь прогресса в разработке теории интеллекта, в каких направлениях ее развивать? Чтобы ответить на эти вопросы, полезно учесть опыт физики. Первое, что бросается в глаза, — это то, что физика пользуется хорошо развитым математическим аппаратом, который специально для нее разрабатывается целой армией математиков. Открываемые в физике законы описываются в виде математических уравнений, которыми задаются определенные отношения. Кроме того, математики разрабатывают методы решения уравнений. Решая уравнения относительно тех или иных переменных, инженеры получают функции, описывающие интересующие их физические процессы. Аналогично этому в теории интеллекта можно ставить задачу разработки специального математического аппарата уравнений для описания законов интеллекта и аппарата функций для описания интеллектуальной деятельности.

Представляется, что для теории интеллекта, прежде всего, необходим математический аппарат. Быть может, для нее подойдет математический аппарат, используемый в физике? А там используется непрерывная (континуальная) математика. Для каких-то периферийных задач теории интеллекта континуальная математика наверняка подойдет. Так, например, на языке интегрального исчисления удобно описывать работу органов чувств [3, с. 114]. Однако ясно, что главной опорой для теории интеллекта такой аппарат стать не может. Дело в том, что интеллект — инструмент универсальный, и для своего формального описания он, естественно, нуждается в универсальном математическом аппарате. Аппарат же вещественных функций, дифференциального и интегрального исчисления, созданный для нужд физики, весьма специален, он явно не обладает свойством универсальности. Но может быть, подойдет аппарат дискретной (счетной) математики, разработанный теорией алгоритмов и автоматов? Однако этот математический аппарат тоже неуниверсален, о чем свидетельствует теорема Геделя о неполноте. Об эту теорему в свое время разбилась программа Гильберта создания теории доказательств на базе счетной математики. Теорию доказательств Гильберт понимал как науку о правилах, согласно которым действует наше мышление, то есть по существу как теорию интеллекта.

Означает ли это, что универсальный математический аппарат, необходимый для теории интеллекта, вообще невозможен? Гильберт с таким выводом не соглашается. Он пишет: «...возникшее на определенное время мнение, будто из результатов Геделя следует неосуществимость моей теории доказательств, является заблуждением. Этот результат на самом деле показывает только то, что "...финитная точка зрения должна быть использована некоторым более сильным образом..."» [5, с. 19]. В этом высказывании мы усматриваем призыв к переходу от счетной математики к конечной. В другом месте [6, с. 364] Гильберт пишет: "Общий вывод таков: бесконечное нигде не реализуется. Его нет в природе, и оно недопустимо как основа нашего разумного мышления, — здесь мы имеем замечательную гармонию между бытием и мышлением".

Теорема Геделя о неполноте на конечную математику не распространяется, поэтому последняя свободна от ограничений, которым подвержена счетная математика. Отсюда принудительно вытекает вывод: именно конечная математика представляет собой тот единственно возможный универсальный язык формального описания, который так необходим для теории интеллекта. Сказанное вовсе не означает, что континуальная или счетная математика неприменима в теории интеллекта. Она применима, но не в качестве универсального средства формального описания интеллектуальной деятельности человека. Так, например, с помощью интегралов можно описать преобразование зрительной системой человека светового излучения в цветовое ощущение. Однако это описание будет не вполне точным, поскольку в нем не учитывается факт конечной чувствительности органа зрения. Чтобы его учесть, необходимо перейти на язык конечной математики.

С прикладной точки зрения язык конечной математики тоже представляется вполне приемлемым, так как любые системы искусственного интеллекта имеют конечную сложность. С их помощью можно практически воспроизвести лишь те интеллектуальные процессы, которые допускают математическое описание на языке конечной математики. Итак, остановимся на конечной математике в роли универсального языка теории интеллекта. Но в виде какой конкретной алгебраической системы она должна использоваться в теории интеллекта? Для этой цели можно использовать алгебру конечных предикатов [1, с. 15]. Эта рекомендация основывается на факте полноты алгебры конечных предикатов. На языке алгебры конечных предикатов можно записать любое конечное отношение и любую конечную функцию. Это означает, что на языке алгебры конечных предикатов можно выразить любой закон интеллекта и любую интеллектуальную деятельность, реализуемую на ЭВМ.

Все то, что можно выразить на языке алгебры конечных предикатов, можно также практически воспроизвести на ЭВМ. И обратно, все то, что можно реализовать на ЭВМ, можно также записать на языке алгебры конечных предикатов. Таким образом, существует точное соответствие между описательными возможностями алгебры конечных предикатов и возможностями вычислительных машин фактически реализовать описания этой алгебры. Вывод о приемлемости для теории интеллекта алгебры конечных предикатов подкрепляется еще и тем, что к алгебре конечных предикатов ведут буквально все пути. Так, если язык теории графов дополнить формульным аппаратом, то в результате получаем алгебру конечных предикатов. Если алгебру логики обобщить и перейти от двоичных переменных к буквенным, тоже получаем алгебру конечных предикатов. Если многозначную логику дополнить языком для записи отношений, – снова приходим к алгебре конечных предикатов. Наконец, если взять конечный фрагмент логики предикатов и алгебраизировать его, то и в этом случае приходим к той же алгебре конечных предикатов.

Очень важно то, что алгебра конечных предикатов служит для теории интеллекта не только формальным языком описания законов интеллекта и интеллектуальной деятельности человека. Ее роль оказывается гораздо более значительной. Без преувеличения можно сказать, что алгебра конечных предикатов в действии – это и есть интеллект. Структуры алгебры конечных предикатов выражают самую суть интеллектуальных процессов и явления, они допускают непосредственную интерпретацию в психологических терминах. Так, формулы алгебры конечных предикатов можно непосредственно интерпретировать как фразы естественного языка; предикаты, обозначаемые формулами, – как мысли человека; операции над предикатами – как мыслительную деятельность человека. Уравнения алгебры конечных предикатов интерпретируются как законы мышления. Минимизация формул непосредственно связывается с лаконизмом речи. Декомпозиция формул соответствует расчленению текста на отдельные предложения в процессе речи.

Предикаты различных порядков соответствуют понятиям различного уровня абстрактности. Решение уравнений алгебры конечных предикатов можно трактовать как творческую деятельность человека. Благодаря наличию такой широкой содержательной интерпретации, даже чисто математическая разработка алгебры конечных предикатов позволяет вместе с тем продвигать вперед разработку теории интеллекта. Минимизация, декомпозиция, решение уравнений, тождественное преобразование формул – это важные задачи теории интеллекта. В данной области уже сейчас имеются существенные результаты.

Другая важная проблема теории интеллекта, которая также поддается сравнительно легкой и быстрой разработке, заключается в формальном описании математических понятий, используемых людьми в своей интеллектуальной деятельности. Любое математическое понятие, любой математический знак при переводе на язык алгебры конечных предикатов немедленно становятся доступными для систем искусственного интеллекта. Объем исследований в этой области предстоит выполнить очень большой. Оказывается, что даже самые простые понятия математики, такие как принадлежность элемента множеству, равенство и включение множеств, декартово произведение множеств, исчерпывающим образом еще не описаны на языке конечной математики. Работы в этой области уже начаты и получены первые результаты. Описание же таких математических объектов как непрерывность, интеграл, производная, то есть понятий континуальной математики, практически еще не начиналось. Выражение понятий континуальной и счетной математики на языке конечной математики вполне осуществимо. О возможности этого в свое время писал еще Гильберт [6, с. 356]. В этой области также предстоит выполнить огромный объем исследований. Когда все эти работы будут доведены до конца, вычислительные системы смогут оперировать математическими понятиями столь же легко и свободно, как это делает человек.

Алгебра конечных предикатов приносит свои плоды и в такой, казалось бы, устоявшейся области как синтез схем ЭВМ [2]. До сих пор математической основой такого синтеза служила двоичная алгебра логики. Оказывается, синтез схем можно вести также и на базе буквенной алгебры конечных предикатов. При этом появляются ценные дополнительные возможности. Схемы получаются широко распараллеленными, их структура весьма напоминает строение нейронных ансамблей, которые нейрофизиологи находят в мозге животных и человека. Возникает множество интересных задач, связанных с разработкой методов синтеза схем на базе алгебры конечных предикатов. К ним, в частности, относятся синтез схем, реализующих частичные алфавитные операторы, синтез вполне конечных автоматов, разработка специализированных схем для автоматической обработки текстов.

Алгебра конечных предикатов наводит на определенные размышления и по поводу методов программирования будущих вычислительных машин. Если мысли – это конечные предикаты, а мыслительная деятельность – процесс решения уравнений алгебры конечных предикатов, то отсюда вытекает возможность полного отказа от внешнего программирования вычислительных машин. Для того, чтобы человек мог решать определенные задачи, например, школьник мог решать задачи по физике, нет надобности каждый раз снабжать его специальной программой действия. Школьнику лишь сообщаются условия задачи: например, из пункта А в пункт В выехал велосипедист, расстояние такое-то, время такое-то и так далее., то есть школьнику сообщаются только связи, присутствующие в задаче, иными словами, ему задается некоторая система отношений. Эти отношения школьник переводит на язык алгебраических уравнений, а затем решает полученные уравнения и таким способом приходит к решению задачи. У школьника имеется "внутреннее программное обеспечение" в виде умения составлять уравнения и решать их. А больше ему для решения задачи ничего и не требуется.

Если следовать этой аналогии, то вычислительную машину достаточно будет снабдить только внутренним программным обеспечением, которое могло бы переводить условия задачи, поступающее в машину, с естественного языка, удобного человеку, на язык уравнений, удобный машине, и могло бы решать получаемые уравнения. При этом никакие другие программы пользователю ЭВМ не потребуются. Пользователь должен сообщить машине на удобном ему языке лишь условия задачи и что именно требуется найти. Остальное машина сможет сделать сама. При таком подходе мощь систем машинного интеллекта будет определяться лишь тем, какова предельная сложность уравнений алгебры конечных предикатов, которые способны эффективно обработать данная система машинного интеллекта.

Описанный подход к программированию порождает массу интереснейших задач. Нужно, к примеру, научиться выражать на языке алгебры конечных предикатов отношения, заключенные во фразах естественного языка, а также смысл слов и понятий, которыми пользуется человек. Важна и обратная задача – научиться переводить выражения алгебры конечных предикатов на естественный язык, транслировать формулы с высокого уровня абстракции на более низкий и наоборот.

Одна из важнейших задач теории интеллекта состоит в том, чтобы суметь добраться физическими методами до субъективных состояний человека. Мысли человека, его ощущения, восприятия, представления – все это субъективные состояния. Но субъективные состояния человека идеальны, они бестелесны, их не пощупаешь как физический предмет, непосредственно не измеришь как массу тела или силу тока. Если окажется, что мысли, восприятия и представления человека недоступны объективному, то есть строго научному, исследованию, то вся теория интеллекта повисает в воздухе, становится бездоказательной. Например выше утверждалось, что мысли – это не что иное как конечные предикаты. Но если этого нельзя будет доказать физическим экспериментом, то все подобные заявления останутся всего лишь беспочвенными предположениями.

К счастью, теория интеллекта располагает общим методом вполне объективного физического изучения психологических состояний человека, в том числе его ощущений, восприятий, представлений, понятий и мыслей. Это – *метод сравнения* [3, с. 85], который основан на понятии конечного предиката. Согласно этому методу сам человек выполняет роль экспериментальной установки. В опыте испытуемому предъявляются внешние физические предметы – зрительные картины, звуки, фразы, тексты и тому подобное. Испытуемый их воспринимает и реагирует на них двоичным ответом "да" или "нет", руководствуясь специальным заданием исследователя. Этим своим поведением испытуемый реализует некоторый конечный предикат. Свойства этого предиката экспериментально изучаются и математически формулируются. Исследователь всегда может дать такое задание испытуемому, чтобы из свойств реализуемого им предиката можно было путем специального математического анализа чисто логически вывести математическое описание изучаемых субъективных состояний испытуемого, а также найти вид функции, лежащей в основе преобразования физических предметов в порождаемые ими субъективные образы.

Таким образом, параметры внутреннего мира человека могут быть объективно измерены, правда, это будут не прямые измерения, а косвенные, но от этого их сила не уменьшается. Именно таким путем было, например, установлено, что цветовые ощущения человека можно формально представить в виде трех чисел, которые получаются в результате интегрирования спектров соответствующих световых излучений с определенными весовыми функциями. Точно так же можно доказать, что наши мысли – это конечные предикаты вполне определенного вида. Этим же методом можно будет найти вид функции, преобразующей тексты в соответствующие им мысли и тому подобное.

2. Модель равенства идей. Формальное представление идей

Занимаясь формальным описанием закономерностей интеллектуальной деятельности на языке алгебры конечных предикатов, мы обнаружили, что кроме этой алгебры для теории интеллекта необходим еще и некий абстрактный эквивалент этой алгебры, называемый нами *алгеброй идей*. Выбор такого названия обусловлен тем, что элементы множества – носителя алгебры идей, как будет показано ниже, естественным образом интерпретируется как *идеи* интеллекта (то есть мысли, понятия, вообще – любые субъективные состояния человека), а операции алгебры идей над этими элементами – как действия интеллекта над идеями.

Развивая алгебру идей, одновременно с этим будем продвигаться вперед и в деле формального описания закономерностей интеллектуальной деятельности человека. Это будет достигаться посредством *психологической интерпретации* понятий и законов алгебры идей. Правомерность такой интерпретации будет обосновываться в каждом конкретном случае путем экспериментального изучения соответствующих свойств поведения испытуемого. Под *испытуемым* мы подразумеваем того конкретного человека, интеллектуальная деятельность которого подвергается формализации. В этой статье вводится *носитель алгебры идей*. С содержательной точки зрения он представляет собой множество всех идей испытуемого с заданным на нем предикатом равенства.

В роли прототипа алгебры идей будем использовать *алгебру одноместных k-ичных предикатов первого порядка* [1, с. 10] (Об *алгебре конечных предикатов произвольного порядка* см. [3, с. 6]). Обратим внимание на то, что в роли прототипа алгебры идей нами принимается не самый общий вариант алгебры конечных предикатов, как, казалось бы, надо сказать, а, напротив, весьма частный ее случай. Дело в том, что при переходе от конкретной алгебры к ее абстрактному эквиваленту частное и общее меняются местами. Поэтому наиболее частный вариант алгебры конечных предикатов порождает алгебру идей самого общего вида. Оказывается, что именно алгебра одноместных k-ичных предикатов первого порядка приводит к нужному нам предельно общему определению алгебры идей. Абстрактные аналоги более общих алгебр конечных предикатов (многоместных и произвольного порядка) получаются просто детализацией исходной алгебры идей.

Одноместные k-ичные предикаты первого порядка вводятся следующим образом [1, с. 12]. Пусть $A_k = \{a_1, a_2, ..., a_k\}$ – множество, состоящее из k *букв* $a_1, a_2, ..., a_k$. Все буквы пронумерованы, каждая имеет свой порядковый номер. На множестве A_k задана переменная x, называемая *буквенной*. Вводим множество $\Sigma = \{0, 1\}$, состоящее из *логических констант* 0 и 1, называемых соответственно *нулем* и *единицей*. На множестве Σ задана переменная y, называемая *логической*. *Одноместным k-ичным предикатом первого порядка* называется каждая функция $y = P(x)$, отображающая множество A_k в множество Σ. Будем говорить, что предикат P задан на множестве A_k. Множество всех одноместных k-ичных предикатов первого порядка обозначаем символом M_k. Пусть $N_0(k)$– число всех предикатов, входящих в состав множества M_k. Оно равно

$$N_0(k) = 2^k. \tag{1}$$

Рассмотрим, к примеру, троичные предикаты ($k = 3$), заданные на множестве $A_3 = \{a, b, c\}$. Всевозможные такие предикаты $P_0 \div P_7$ представлены в табл. 1. Всего имеется $N_0(3) = 2^3 = 8$ троичных предикатов. Если читать снизу вверх колонку логических констант, соответствующую в табл. 1 предикату P_i ($i \in \{0, 1, ..., 7\}$), интерпретируя логические константы как двоичные цифры, то каждому предикату можно поставить в соответствие некоторый двоичный код.

Таблица 1

x	P_0	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7
a	0	1	0	1	0	1	0	1
b	0	0	1	1	0	0	1	1
c	0	0	0	0	1	1	1	1

Число i, соответствующее этому коду, принимаем в качестве *номера предиката* P_i. Например предикату P_3 соответствует код 001, представляющий собой число 3. В данном случае в роли множества всех предикатов выступает множество $M_3 = \{P_0, P_1, ..., P_7\}$.

Построение алгебры идей начнем с введения ее носителя – *множества всех идей*. Обозначим символом S_k множество, состоящее из 2^k различных элементов $s_0, s_1 ..., s_{2^k-1}$. Принимаем множество S_k в роли *носителя алгебры идей* размерности k. Элементы множества S_k называем идеями размерности k. Прототипами элементов множества S_k для нас служат одноместные k-ичные предикаты первого порядка. Число элементов 2^k множества S_k выбрано с таким расчетом, чтобы оно совпадало с числом всех одноместных k-ичных предикатов первого порядка. Множество S_k назовем k-мерным *пространством идей*. Вопрос о конкретном значении числа k оставляем открытым. Пока же будем считать, что в роли k может быть выбрано любое натуральное число $k = 1, 2, ...$. Заметим, что при любом значении k множество S_k не пусто. В некоторых задачах нас будет интересовать не все множество S_k, а лишь какая-то его часть N. Число элементов в множестве N может быть произвольным, но оно должно быть меньше, чем 2^k. Множество N будем называть *неполным множеством идей*, а множество S_k – *полным*.

Введем биекцию $\Phi\colon S_k \to M_k$, устанавливающую взаимно-однозначное соответствие между всеми идеями размерности k и всеми k-ичными предикатами, заданными на множестве A_k. Это всегда можно сделать, поскольку множества S_k и M_k содержат одинаковое число элементов. Биекцию Φ можно выбрать даже многими способами. Всего существует $2^k!$ различных вариантов выбора биекций Φ, заданных на множестве S_k, что соответствует числу всех перестановок из 2^k различных элементов. Например при $k = 3$ существует $2^3! = 40320$ различных вариантов выбора биекции Φ. Предикат $P = \Phi(x)$ будем называть *предикатом, соответствующим идее x*, а идею $x = \Phi^{-1}(P)$ – *идеей, соответствующей предикату* P. В таблицах 2 и 3 приведены два примера биекций Φ' и Φ''.

Биекция $\Phi': S'_k \to M_k$ определена на трехмерном пространстве идей $S'_3 = \{s'_0,\ s'_1, \ldots,\ s'_7\}$, биекция $\Phi'': S''_k \to M_k$ на пространстве $S''_3 = \{s''_0,\ s''_1, \ldots,\ s''_7\}$ той же размерности.

Таблица 2

x'	s'_0	s'_1	s'_2	s'_3	s'_4	s'_5	s'_6	s'_7
$\Phi'(x')$	P_0	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7

Таблица 3

x''	s''_0	s''_1	s''_2	s''_3	s''_4	s''_5	s''_6	s''_7
$\Phi''(x'')$	P_4	P_5	P_7	P_1	P_6	P_0	P_3	P_2

Символ x' обозначает переменную, заданную на множестве S'_3, символ x'' – переменную, заданную на множестве S''_3. Множества S'_3 и S''_3 можно рассматривать как разные системы обозначений для одних и тех же трехмерных идей.Элементы множества S_k будем психологически интерпретировать как *мысли* какого-нибудь конкретного человека, которого в дальнейшем будем именовать *испытуемым*. Человека, изучающего интеллектуальную деятельность испытуемого, будем называть *исследователем*. Проводя опыты, исследователь формирует в уме испытуемого ту или иную мысль, предъявляя испытуемому для восприятия специально подобранный физический сигнал, выполняющий в данном случае роль *имени мысли*. Мысль, порождаемую каким-либо именем, будем называть *смыслом* этого *имени*. Таким образом, между *мыслью исследователя* и возбуждаемой ею *мыслью испытуемого* всегда имеется неизбежный посредник – некоторый физический сигнал, обозначающий мысль исследователя и являющийся вместе с тем именем мысли испытуемого.

Мысли от одного человека к другому передаются с помощью *высказываний*. Любое высказывание имеет вид *повествовательного предложения* или последовательности повествовательных предложений – *текста*. Мысль, заключенную в том или ином высказывании, будем называть *смыслом высказывания*. Высказывание выполняет роль имени мысли. Любое повествовательное предложение, являющееся именем некоторой мысли, будем считать высказыванием. Именем мысли может быть не только высказывание, но и любой другой физический сигнал. Например красный свет семафора передает машинисту электровоза мысль “Путь закрыт”. И, тем не менее, высказывания как средства передачи мыслей в некотором смысле *незаменимы*: человек не сможет понять смысл неречевого сигнала до тех пор, пока ему не объяснят его с помощью высказываний. Так, машинист электровоза должен быть предварительно обучен тому, что свет семафора означает запрещение проезда. Как средство передачи мыслей высказывания *универсальны*. Любую мысль каждый психически здоровый человек может сформулировать в виде высказывания. Если человек этого сделать не может, то у окружающих его лиц может возникнуть убеждение, что данной мысли у него попросту нет. Высказываний больше, чем мыслей. Одну и ту же мысль можно выразить различными высказываниями. Высказывания, выражающие одну и ту же мысль, будем называть *тождественными*.

Не каждое повествовательное предложение может быть высказыванием. Например фраза, написанная на непонятном для испытуемого языке, не несет ему никакой мысли. Чтобы повествовательное предложение могло возбудить в уме испытуемого какую-то мысль, оно должно быть им *понято*. Одно и то же предложение для одного испытуемого может быть понятным, а для другого непонятным. Предложение может оказаться непонятным, даже будучи записанным или произнесенным на языке, которым владеет испытуемый. Это может случиться, если предложение имеет неправильную грамматическую структуру или в нем встречаются непонятные для испытуемого слова. Текст, взятый из руководства по незнакомой области знаний, будет испытуемому непонятен. Но после того, как испытуемый освоит эту область знаний, тот же самый текст станет ему понятным. Таким образом, вопрос о том, признать ли данную фразу высказыванием или нет, решается только применительно к конкретному испытуемому, причем на находящемуся на вполне определенной стадии своего развития. Вместе с тем, можно говорить, что данное предложение является высказыванием относительно целой группы лиц, но только в том случае, если все они понимают смысл этого предложения, причем одинаково.

У исследователя нет прямого способа удостовериться в том, что мысль испытуемого совпадает с его собственной мыслью. Это обстоятельство может послужить причиной неправильного понимания исследователя испытуемым. Предъявляя фразу, исследователь рассчитывает, что она возбудит в уме испытуемого именно ту мысль, которую он в нее вложил. Но испытуемый может расшифровать фразу как совершенно иную мысль или мысль, не вполне совпадающую с той, которую имел ввиду исследователь. О том, что такое возможно, свидетельствует постоянно встречающиеся в жизни случаи неточной передачи мыслей от человека к человеку и проистекающие от этого недоразумения. Одна и та же фраза, в зависимости от меняющихся побочных обстоятельств, может быть воспринята испытуемым по-разному. Так, цитата, вырванная из контекста и вставленная в другой текст, зачастую приобретает совершенно иной смысл. Это явление может нарушить стабильность формирования исследователем мыслей в уме испытуемого.

Проводя эксперименты на испытуемом, исследователь обязан позаботиться о том, чтобы возбуждаемые в уме испытуемого мысли всегда однозначно определялись предъявленным ему высказываниями. Смысл имени всегда должен однозначно соответствовать имени. Выполнение этого требования, которое мы называем *условием повторяемости*, совершенно обязательно для доброкачественности опытов. Эксперимент не пострадает, если исследователь вызовет в уме испытуемого не ту мысль, которую намеревался получить, лишь бы повторное предъявление высказывания порождало в сознании испытуемого ту же самую мысль. Но опыт не удастся, если при его проведении не будет обеспечена повторяемость при формировании мыслей, то есть если при различных предъявлениях одного и того же высказывания в сознании испытуемого будут возникать различные мысли. Требование повторяемости предъявляется не только к описываемым здесь психофизическим экспериментам, его выполнение необходимо также и в любом грамотном физическом эксперименте. Если условие повторяемости в экспериментах нарушается, то мысли, предъявляемые испытуемому, становятся неконтролируемыми, а результаты опытов – неопределенными.

Для борьбы с нестабильностью мыслей исследователь должен тщательно учитывать все обстоятельства, сопутствующие высказываниям в момент их предъявления испытуемому, и выявлять те из них, которые приводят к искажению мыслей. Помощь исследователю в этом деле может оказать сам испытуемый, указывая случаи изменения смысла высказывания при появлении того или иного обстоятельства. Например испытуемый легко обнаруживает изменение смысла фразы, вызванное сменой контекста, сопутствующего этой фразе. Факторы, влияющие на смысл высказывания, должны исключаться из условий опыта или же стабилизироваться. Так, например, фразу можно предъявить, не связывая ее ни с каким контекстом. Если же это по каким-либо причинам неприемлемо, то каждое предъявление данной фразы следует сопровождать одним и тем же контекстом. Стабилизируемые в опыте обстоятельства необходимо включать в характеристику высказывания, которому эти обстоятельства сопутствуют. Так, в протоколе испытания надо указывать не только саму предъявленную фразу, но также и сопровождающий ее контекст.

Предикат P (речь идет об одноместных k-ичных предикатах первого порядка), принимающий для всех букв $x \in A_k$ нулевое значение $P(x) = 0$, назовем *тождественно ложным*. Предикат P, принимающий для всех букв $x \in A_k$ единичное значение $P(x) = 1$, назовем *тождественно истинным*. Обозначаем эти предикаты соответственно символами 0 и 1. Предикат 0 имеет номер 0, предикат 1 – номер $2^k - 1$. В табл. 1 в роли предиката 0 выступает предикат P_0, а в роли предиката 1 – предикат P_7.

Идею, соответствующую тождественно ложному предикату 0, будем называть *ложью*, обозначая ее тем же самым символом 0. Идею, соответствующую тождественно истинному предикату 1, будем называть *истиной*, обозначая ее символом 1. Таким образом:

$$\Phi^{-1}(0) = 0, \tag{2}$$

$$\Phi^{-1}(1) = 1. \tag{3}$$

Символом $^{-1}$ обозначена операция обращения биекции Φ. Обратим внимание на омографичность знаков 0 и 1. В роли аргументов функции Φ^{-1} они обозначают предикаты, то есть элементы множества M_k, а в роли значений функции Φ^{-1} они обозначают идеи, то есть элементы множества S_k. Это обстоятельство, однако, не будет приводить к недоразумениям, поскольку истинный смысл знаков 0 и 1 легко определяется по контексту. Для примера, найдем по таблицам 2 и 3 идеи 0 и 1 в множествах S'_3 и S''_3. В обеих таблицах в роли предиката 0 выступает предикат P_0, в роли предиката 1 – предикат P_7. По табл. 2 находим $\Phi'^{-1}(P_0) = s'_0$, $\Phi'^{-1}(P_7) = s'_7$. Таким образом, для множества S'_3 имеем $0 = s'_0$, $1 = s'_7$. По табл. 3 находим $\Phi''^{-1}(P_0) = s''_5$, $\Phi'^{-1}(P_7) = s'_2$. Таким образом, для множества S''_3 имеем $0 = s''_5$, $1 = s''_2$. Высказывание, выражающее ложь, назовем *противоречием*. Высказывание, выражающее истину, назовем *тавтологией*.

3. Предикат равенства идей

Рассмотрим *предикат равенства* $\mathsf{D}_k(P, Q)$ *предикатов* P и Q, заданный на декартовом квадрате множества M_k всех одноместных k-ичных предикатов первого порядка. Он определяется равенством [1, с. 92]:

$$\mathsf{D}_k(P, Q) = \forall x (P(x) \sim Q(x)), \tag{4}$$

справедливым для любых $P, Q \in M_k$. Здесь выражение $\forall x$ означает квантор общности, который берется по переменной $x \in A_k$. Символ $\sim$ обозначает операцию эквивалентности логических констант [1, с. 91]. Предикат D_k ставит в соответствие равным предикатам P и Q логическую константу 1, неравным – 0.

В табл. 4 в виде примера приведен предикат равенства предикатов $\mathsf{D}_3(P, Q)$, заданный на декартовом квадрате множества $M_3 = \{P_0, P_1, \ldots, P_7\}$ всех троичных одноместных предикатов первого порядка.

Уравнение $\mathsf{D}_k(P, Q) = 1$ задает *отношение равенства* $P = Q$ *предикатов* $P, Q \in M_k$. Отношение равенства предикатов можно рассматривать как диагональное отношение, заданное на декартовом квадрате множества M_k, то есть как множество всех пар вида $(P,\ P)$, где $P \in M_k$. В нашем примере отношением равенства предикатов служит множество $\{(P_0,\ P_0),\ (P_1,\ P_1),...,\ (P_7,\ P_7)\}$. Уравнение $\mathsf{D}_k(P,\ Q) = 0$ задает *отношение неравенства* $P \neq Q$ *предикатов* P и Q. Отношение неравенства предикатов можно рассматривать как антидиагональное отношение [9, с. 18], заданное на декартовом множестве M_k.

Таблица 4

P \ Q	P_0	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7
P_0	1	0	0	0	0	0	0	0
P_1	0	1	0	0	0	0	0	0
P_2	0	0	1	0	0	0	0	0
P_3	0	0	0	1	0	0	0	0
P_4	0	0	0	0	1	0	0	0
P_5	0	0	0	0	0	1	0	0
P_6	0	0	0	0	0	0	1	0
P_7	0	0	0	0	0	0	0	1

$\mathsf{D}_k(P,\ Q)$

Введем на множестве $S_k \times S_k$ *предикат равенства идей* D_k, определяя его для любых $x,\ y \in S_k$ следующим образом:

$$D_k(x,\ y) = \mathsf{D}_k(\Phi(x),\ \Phi(y)). \tag{5}$$

Здесь Φ – биекция, отображающая множество S_k на множество M_k. Предикат $D_k(x,\ y)$ отображает множество $S_k \times S_k$ на множество Σ. Отправляясь от определения (5) и используя отношения равенства и неравенства предикатов, предикат D_k можем представить в виде

$$D_k(x, y) = \begin{cases} 0, \text{ если } \Phi(x) \neq \Phi(y), \\ 1, \text{ если } \Phi(x) = \Phi(y). \end{cases} \tag{6}$$

Под символами 0 и 1 понимаются логические константы. Очевидно, что при любом выборе биекции Φ зависимости (5) и (6) задают один и тот же предикат D_k. Для примера таблицами 5 и 6 заданы предикаты равенства идей D'_3 и D''_3, найденные по выражению (6) при $\Phi = \Phi'$ и $\Phi = \Phi''$. Здесь Φ' и Φ'' – биекции, заданные таблицами 2 и 3. Предикат $D'_3(x',\ y')$ определен на множестве $S'_3 \times S'_3$, а предикат $D''_3(x'',\ y'')$ – на множестве $S''_3 \times S''_3$.

Отношение равенства $x = y$ *идей* x и y определяем следующим образом: $x = y$ в том и только в том случае, если $\Phi(x) = \Phi(y)$. Можно сказать и иначе: отношение $x = y$ задается уравнением $D_k(x,\ y) = 1$. *Отношение неравенства идей* $x \neq y$ имеет место в том и только в том случае, когда $\Phi(x) \neq \Phi(y)$. Иными словами, отношение $x \neq y$ задается уравнением $D_k(x,\ y) = 0$. Таким образом, для любых $x,\ y \in S_k$ можно записать:

$$D_k(x, y) = \begin{cases} 0, \text{ если } x \neq y, \\ 1, \text{ если } x = y. \end{cases} \tag{7}$$

Предикатам D'_3 и D''_3, рассмотренным в ранее приведенном примере, соответствуют разные отношения равенства идей

$$\{(s'_0,\ s'_0),\ (s'_1,\ s'_1),...,\ (s'_7,\ s'_7)\} \text{ и}$$

$$\{(s''_0,\ s''_0),\ (s''_1,\ s''_1),...,\ (s''_7,\ s''_7)\},$$

поскольку эти предикаты заданы на различных множествах $S'_k \times S'_k$ и $S''_k \times S''_k$.

Рассмотрим две модели [8, с. 47] $\langle S_k,\ D_k \rangle$ и $\langle M_k,\ D_k \rangle$. Первая из них представляет собой множество S_k вместе с заданным на его декартовом квадрате предикатом D_k, другая – множеством M_k вместе с заданным на его декартовом квадрате предикатом D_k. Равенство (5) означает, что модели $\langle S_k,\ \mathsf{D}_k \rangle$ и $\langle M_k,\ \mathsf{D}_k \rangle$ изоморфны [8, с. 49] друг другу.

Таблица 5

x' \ y'	s'_0	s'_1	s'_2	s'_3	s'_4	s'_5	s'_6	s'_7
s'_0	1	0	0	0	0	0	0	0
s'_1	0	1	0	0	0	0	0	0
s'_2	0	0	1	0	0	0	0	0
s'_3	0	0	0	1	0	0	0	0
s'_4	0	0	0	0	1	0	0	0
s'_5	0	0	0	0	0	1	0	0
s'_6	0	0	0	0	0	0	1	0
s'_7	0	0	0	0	0	0	0	1

$\mathsf{D}'_3(x',\ y')$

Таблица 6

x'' \ y''	s''_0	s''_1	s''_2	s''_3	s''_4	s''_5	s''_6	s''_7
s''_0	1	0	0	0	0	0	0	0
s''_1	0	1	0	0	0	0	0	0
s''_2	0	0	1	0	0	0	0	0
s''_3	0	0	0	1	0	0	0	0
s''_4	0	0	0	0	1	0	0	0
s''_5	0	0	0	0	0	1	0	0
s''_6	0	0	0	0	0	0	1	0
s''_7	0	0	0	0	0	0	0	1

$\mathsf{D}''_3(x'',\ y'')$

Отношение изоморфизма моделей есть эквивалентность [9, с. 54], поэтому любые две модели, изоморфные третьей, изоморфны друг другу. Возьмем модели $\langle S'_k,\ D'_k \rangle$ и $\langle S''_k, D''_k \rangle$. Обе они изоморфны модели $\langle M_k,\ \mathsf{D}_k \rangle$, следовательно, изоморфны друг другу.

Отсюда вытекает существование биекции Ω: $S'_k \rightarrow S''_k$, для которой при любых $x,\ y \in S'_k$ имеет место равенство

$$D'_k(x,\ y) = D''_k(\Omega(x),\ \Omega(y)). \qquad (8)$$

Выражение (8) означает, что в абстрактном смысле предикаты равенства идей, а следовательно и отношения равенства идей, фигурирующие в любых алгебрах идей одной и той же размерности, неотличимы друг от друга. Несущественное с математической точки зрения различие заключается лишь в конкретном способе обозначения элементов множества S'_k и множества S''_k носителей этих алгебр. Если заменить имена элементов множества S'_k именами элементов множества S''_k с помощью биекции Ω, то предикат равенства идей D'_k, заданный на множестве $S'_k \times S''_k$ превратится в предикат равенства идей D''_k, заданный на множестве $S''_k \times S''_k$. В рассмотренном выше примере предикат D'_3 переводится в предикат D'_3 при помощи биекции Ω, указанной в табл. 7. Биекция Ω выражается через биекции Φ' и Φ'', введенные ранее, следующим образом: $\Omega(x) = \Phi''^{-1}(\Phi'(x))$.

Таблица 7

x	s'_0	s'_1	s'_2	s'_3	s'_4	s'_5	s'_6	s'_7
$\Omega(x)$	s''_0	s''_1	s''_2	s''_3	s''_4	s''_5	s''_6	s''_7

Переходим к *психологической интерпретации предиката равенства идей.* Предикат равенства $D_k(x,\ y)$ идей x и y испытуемым практически реализуется в серии опытов. Каждый опыт состоит в том, что исследователь предлагает испытуемому две мысли $x = a$ и $y = b$, которые предъявляются в определенном порядке, так что испытуемый всегда знает, какая из них первая, а какая – вторая. Исследователь дает испытуемому специальное *задание:* сравнить предъявленные ему мысли и установить, равны они или нет. В случае полного совпадения мыслей a и b, то есть при их идентичности, испытуемый реагирует ответом 1 в виде некоторого физического сигнала (неважно какого), доступного внешнему наблюдению. Это может быть, например, звуковой ответ "да", утвердительный кивок головы, высказывание "Мысль a совпадает с мыслью b". Если предъявленные мысли хоть в чем-то различаются, то испытуемый должен реагировать на них ответом 0. Он произносит слово "нет", делает отрицательное движение головой, записывает высказывание "Мысль a не совпадает с мыслью b" и тому подобное.

Опыт показывает, что испытуемый признаёт две мысли равными во всех тех и только тех случаях, когда выражающие эти мысли высказывания логически *равносильны.* Например мысли, выраженные высказываниями "Идет дождь, и светит солнце" и "Светит солнце, и идет дождь", равны, идентичны друг другу. Вместе с тем, из первого высказывания логически следует второе, а из второго – первое. Таким образом, эти высказывания логически равносильны. Встречаются, правда, случаи, когда два высказывания с точки зрения исследователя являются логически равносильными, а испытуемый не может установить равенство мыслей, предъявленных этими высказываниями. Так, для испытуемого может быть непосредственно неочевидной логическая равносильность двух достаточно сложных математических утверждений. Неочевидность равенства мыслей может сохраниться даже после того, как испытуемый изучил доказательство логической равносильности соответствующих высказываний.

Итак, наличие доказательства равносильности двух высказываний еще не означает равенства соответствующих мыслей для данного испытуемого. Заключение о равенстве мыслей в конечном счете основывается на ясном и несокрушимом непосредственном свидетельстве сознания испытуемого, удостоверяющего идентичность двух мыслей. Доказательство логической равносильности соответствующих высказываний, конечно, необходимы, но оно может оказаться недостаточным, если испытуемый неспособен его осмыслить и усвоить в совершенстве. Математик, владеющий своим предметом непосредственно, без каких бы то ни было доказательств, "чувствует" логическую равносильность даже самых сложных из относящихся к его компетенции математических утверждений. Мы полагаем, что неспособность испытуемого установить идентичность равных (с точки зрения исследователя) мыслей свидетельствует не о неравенстве мыслей, а лишь о том, что эти мысли (по крайней мере, одна из них) не сформировались в его уме достаточно ясно и четко. Иными словами, испытуемый в полной мере не владеет этими мыслями.

Определяя алгебру идей формально, мы сначала ввели множество всех идей S_k и лишь после этого задали на нем предикат равенства $D_k(x,\ y)$ для любых идей $x,\ y \in S_k$. При содержательном же введении *алгебры мыслей* (то есть такой алгебры идей, у которой в роли идей выступают мысли человека) приходится делать наоборот: сначала ввести предикат равенства мыслей, а затем уже с его помощью – множество всех мыслей. Исследователь не имеет непосредственного доступа к мыслям испытуемого. Поэтому он вынужден отыскивать множество мыслей испытуемого, опираясь исключительно на результаты наблюдения поведения испытуемого.

Исследователь может поступить следующим образом. Он предъявляет испытуемому различные пары физических сигналов, которые с точки зрения исследователя могут выполнять роль имен мыслей, и предлагает испытуемому установить, равны или нет соответствующие этим сигналам мысли. При этом исследователь, во-первых, должен выяснить, способен ли испытуемый вообще реагировать на те или иные пары сигналов. Если испытуемый затрудняется это сделать в ответ на предъявление какой-то конкретной пары сигналов, то исследователь должен прийти к заключению, что, по крайней мере, одному из предъявленных сигналов не соответствует никакой мысли. Если исследователь не может определить, к какому из двух сигналов, предъявленных испытуемому, это относится, то ему следует до выяснения этого вопроса воздержаться от включения в множество S_k обоих сигналов.

Если же оказывается, что испытуемый на некоторую пару входных сигналов всегда реагирует вполне определенным ответом, то исследователь должен установить, будет ли реакция испытуемого на эту пару сигналов однозначной. С этой целью исследователь случайным образом, вперемежку между другими парами сигналов, многократно предъявляет одну и ту же интересующую его пару сигналов. Если же на эту пару сигналов испытуемый один раз реагирует ответом 0, а другой раз – ответом 1, то сигналы такой пары также не следует включать в состав множества S_k в качестве имен мыслей. Наблюдаемая в опытах нестабильность реакции испытуемого свидетельствует о том, что при различных предъявлениях испытуемый воспринимает одни и те же мысли то как различные, то как одинаковые. При таком положении дела нельзя считать, что обе предъявленные исследователем мысли воспринимаются испытуемым четко и ясно.

Все физические сигналы, которые удовлетворяют двум указанным требованиям, исследователь включает в состав множества S_k. Итак, используя предикат равенства как инструмент, исследователь с его помощью формирует множество всех мыслей для данного испытуемого. Нужно уточнить, что на самом деле исследователь собирает в множество S_k не мысли испытуемого, а имена этих мыслей. Если для какой-то мысли было использовано в опытах несколько различных имен, то исследователь отбирает лишь одно из них (безразлично какое). Если исследователь ставит перед собой какие-либо частные задачи, то он может ограничиться выявлением не всех мыслей: испытуемого, а лишь некоторой интересующей его части мыслей, например мыслей математического характера.

При практическом использовании описанного в предыдущем пункте способа формирования множества всех мыслей сразу же обнаруживается, что в это множество попадают не только мысли в узком смысле этого слова, но и многие другие *субъективные состояния* испытуемого. К ним относятся ощущения, восприятия, представления, понятия, эмоции, чувства, желания. В самом деле, человек легко отличает зрительные ощущения от слуховых, эмоции от понятий, представления от восприятий, отличает друг от друга всевозможные цвета и так далее. Поэтому множество идей, которые испытуемый способен отождествлять и различать, оказывается гораздо шире, чем это нами молчаливо предполагалось вначале.

Как отнестись к этому факту? Следует ли включать в множество всех идей лишь то, что выражается высказываниями, или же все субъективные состояния, которые испытуемый способен отождествлять и различать? Иными словами, нужно ли с самого начала ограничиться входными сигналами только в виде высказываний и не рассматривать другие виды воздействий на человека, такие как зрительные картины, музыка и тому подобное? А может быть, следует включить в множество S_k все субъективные состояния испытуемого, которые он способен четко дифференцировать друг от друга? Ведь субъективные состояния человека – это такие же идеальные объекты, как и наши мысли, их все Платон причислил к разряду идей. Если же оказывается, что они и не являются мыслями в прямом смысле этого слова, то все же субъективные состояния будут чем-то родственны мыслям. Во всяком случае ясно, что все субъективные состояния человека принимают участие в его интеллектуальной деятельности, по крайней мере, существенно влияют па нее.

В настоящее время, когда теория интеллекта находится еще в начальной стадии развития, нет возможности обоснованно ответить на поставленные вопросы. Пока не ясно, как конкретно те или иные субъективные состояния человека связаны с мыслями, какова степень родства с ними. Очевидно, что и ощущения, и эмоции, и понятия в какой-то мере могут быть выражены в форме высказываний. Так, например, фраза “Я вижу зеленую лампу” дает характеристику (правда, весьма неполную) переживаемых человеком ощущений, фраза “Мне скучно и грустно” в какой-то степени характеризует эмоциональное состояние человека, фраза “Идея – высшая ступень развития понятия, присущая только человеческому мозгу и характеризующая отношение людей к окружающему их объективному миру”, взятая нами из словаря, описывает некоторые стороны понятия идеи.

Если бы удалось показать, что все субъективные состояния человека допускают полное и точное описание посредством высказываний, то это послужило бы веским доводом в пользу включения их в множество S_k. Но может ли человек исчерпывающим образом описать словами увиденное им бушующее море или дать полную характеристику своего душевного состояния в минуты тревоги? Вряд ли. Но, с другой стороны, все ли, что человек видит и чувствует, он помнит настолько долго, чтобы иметь возможность успеть перевести на язык высказываний? Быть может, многое из увиденного и пережитого почти сразу исчезает из памяти, так что человек не может выразить высказываниями лишь те субъективные состояния, которых фактически уже нет? Не исключено и то, что человек не располагает достаточно развитым языком для описания любых субъективных состояний. Например не такто просто выразить словами любые различные оттенки цвета, когда их насчитывают до 10 млн.

Ответы на все эти вопросы, как нам представляется, придут со временем в результате систематического и планомерного развития теории интеллекта. Пока же мы будем чисто условно различать две задачи теории интеллекта – *узкую и расширенную*. При постановке узкой задачи под элементами множества S_k будем понимать лишь те субъективные состояния, которые можно выразить в форме высказываний. При таком подходе мы существенно сужаем сферу действия теории интеллекта. Но вместе с тем мы будем стараться не упускать из виду и расширенную задачу, получаемую в случае включения в множество S_k каких-нибудь других видов субъективных состояний человека. Одновременное рассмотрение в одной задаче всех субъективных состояний представляется нам преждевременным, ибо это привело бы к необъятной области исследований и, как следствие, к неоправданному распылению ограниченных сил на огромное число объектов. Это могло бы сильно замедлить темпы разработки теории интеллекта на главном направлении, каковым мы считаем формальное описание моделей, заключенных в высказываниях, и операций над ними.

Произведем некоторые уточнения введенной терминологии. *Идеями* будем называть, во-первых, *математические объекты* – элементы множества S_k, во-вторых, *психологические объекты* – любые субъективные состояния человека. Во втором смысле термин *идея* будем употреблять лишь при расширенной постановке задач теории интеллекта. *Мыслями* будем называть психологические объекты – все те субъективные состояния человека, которые можно выразить в форме высказываний. Сигналы, предъявляемые испытуемому во время проведения опытов, будем называть *физическими стимулами*. Будем говорить, что физические стимулы служат *прообразами идей,* а идеи являются *образами физических стимулов*. При постановке узкой задачи в роли физических стимулов будут выступать только высказывания, а в роли их образов – только мысли. При постановке расширенной задачи, стимулами могут быть любые *физические объекты*.

Наконец, обсудим ту роль, которую играет предикат равенства идей в механизме интеллекта. Роль эта нам представляется фундаментальной и весьма значительной. Тот факт, что человек может удостовериться в равенстве каких-либо двух своих идей, означает, что он имеет доступ к мельчайшим деталям этих идей, способен сравнивать эти детали друг с другом и устанавливать их идентичность. Таким образом, эффективное действие предиката равенства предполагает полный анализ структуры идей. Никакие другие операции над идеями, сколь бы сложными они ни были, не смогут проникнуть в структуру идей глубже, чем это способен сделать предикат равенства идей.

Возможность сравнивать между собой все идеи человека и устанавливать их равенство и неравенство лежит, на наш взгляд, в основании механизма, обеспечивающего единство человеческой личности, единство того, что называют нашим "Я". Представим, что множество всех идей какой-то личности распалось на две не связанные друг с другом части, и теперь независимо на каждой из них действует свой собственный предикат равенства. Ясно, что единство этих двух частей нарушится, и произойдет то, что в психиатрии называют расщеплением или раздвоением личности. Две различные человеческие личности разделены психологическим барьером именно вследствие того, что каждая из них имеет непосредственный доступ только к своим собственным субъективным состояниям, их идеи не объединяет единый предикат равенства. Допустим, что такой, общий для двух личностей, предикат равенства идей каким-то образом удалось практически ввести. Наличие такого предиката явилось бы предпосылкой к слиянию двух личностей в одну. Можно ожидать, что единая в двух телах личность смотрела бы на мир "в четыре глаза", имела бы единую волю и общие мысли.

4. Свойства предиката равенства идей

Рассмотрим свойства предиката D_k. Предикат D_k подчиняется *закону рефлексивности:* для любого $P \in M_k$ $\mathsf{D}_k(P,\ P) = 1$. Действительно, согласно определению (4), для каждого предиката $P \in M_k$ имеем: $\mathsf{D}_k(P, P) = \forall x\,(P(x) \sim P(x)) = \forall x\,(1) = 1$. Предикат D_k подчиняется также закону, который называют [7, с. 46] *законом подстановочности*: для любых $P, Q \in M_k$ если $\mathsf{R}(P) = 1$ и $\mathsf{D}_k(P,\ Q) = 1$, то $\mathsf{R}(Q) = 1$. Здесь $\mathsf{R}(P)$ – произвольно выбранный предикат, заданный на множестве предикатов M_k. Доказательство закона подстановочности: если $P, Q \in M_k$ таковы, что $P = Q$, то

$$\mathsf{R}(P) \wedge \mathsf{D}_k(P, Q) \supset \mathsf{R}(Q) = \mathsf{R}(P) \wedge \mathsf{D}_k(P, P) \supset$$
$$\supset \mathsf{R}(P) = \mathsf{R}(P) \cdot 1 \supset \mathsf{R}(P) = \mathsf{R}(P) \supset \mathsf{R}(P) = 1.$$

Если же $P \neq Q$, то

$$\mathsf{R}(P) \wedge \mathsf{D}_k(P, Q) \supset \mathsf{R}(Q) = \mathsf{R}(P) \wedge \forall x (P(x) \sim$$
$$\sim Q(x)) \supset \mathsf{R}(Q) = \mathsf{R}(P) \cdot 0 \supset \mathsf{R}(Q) = 0 \supset \mathsf{R}(Q) = 1.$$

Предикат D_k удовлетворяет *закону симметричности:* для любых $P,\ \ Q \in M_k$, если $\mathsf{D}_k(P,\ Q) = 1$, то $\mathsf{D}_k(Q,\ P) = 1$. Действительно,

$$\mathsf{D}_k(P,Q) \supset \mathsf{D}_k(Q,P) = \forall x(P(x) \sim Q(x)) \supset \forall x(Q(x) \sim$$
$$\sim P(x)) = \forall x(P(x) \sim Q(x)) \supset \forall x(P(x) \sim Q(x)) = 1.$$

Предикат D_k подчиняется *закону транзитивности*: для любых $P,Q,R \in M_k$ если $\mathsf{D}_k(P,\ Q) = \mathsf{D}_k(Q,\ R) = 1$, то $\mathsf{D}_k(P,\ Q) = 1$. В самом деле, для любых $P,Q,R \in M_k$ по закону подстановочности находим: если $\mathsf{R}(Q) = \mathsf{D}_k(P,\ Q) = 1$ и $\mathsf{D}_k(Q,\ R) = 1$, то $\mathsf{R}(R) = \mathsf{D}_k(P,\ R) = 1$.

Предикат равенства идей D_k подчиняется *закону рефлексивности*: для любого $x \in S_k$ имеет место равенство $D_k(x,x) = 1$. Действительно, согласно определению (5), имеем: $D_k(x,x) = \mathsf{D}_k(\Phi(x),\Phi(x)) = 1$. Предикат D_k подчиняется также *закону подстановочности*: для любого предиката R, заданного на множестве S_k, и для любых $x,y \in S_k$, если $R(x) = 1$ и $D_k(x,y) = 1$, то $R(y) = 1$. В самом деле, пусть $P = \Phi(x)$, $Q = \Phi(y)$, $\mathsf{R}(P) = R(\Phi^{-1}(P))$, $\mathsf{D}_k(P,Q) = D_k(\Phi^{-1}(P),\Phi^{-1}(Q))$. Тогда по закону подстановочности предиката равенства предикатов имеем: $\mathsf{R}(P) = 1$ и $\mathsf{D}_k(P,Q) = 1$ влечет $\mathsf{R}(Q) = 1$. Иными словами, $R(\Phi^{-1}(P)) = 1$ и $D_k(\Phi^{-1}(P),\ \Phi^{-1}(Q)) = 1$ влечет $R(\Phi^{-1}(Q)) = 1$. Учитывая, что $\Phi^{-1}(P)) = x$, $\Phi^{-1}(Q)) = y$, приходим к закону подстановочности для предиката равенства идей. Аналогично выводятся для предиката D_k *закон симметричности*: для любых $x,y \in S_k$, если $D_k(x,y) = 1$, то $D_k(y,x) = 1$, и *закон транзитивности*: для любых $x,y,z \in S_k$, если $D_k(x,y) = D_k(y,z) = 1$, то $D_k(x,z) = 1$.

В формальной записи законы рефлексивности, симметричности, транзитивности и подстановочности имеют вид следующих логических уравнений:

$$\forall x D_k(x,\ x) = 1, \tag{9}$$

$$\forall x \forall y\,(D_k(x,\ y) \supset D_k(y,\ x)) = 1, \tag{10}$$

$$\forall x \forall y \forall z\,(D_k(x,\ y) \wedge D_k(y,\ z) \supset D_k(x,\ z)) = 1, \tag{11}$$

$$\forall R_k \forall x \forall y\,(R_k(x) \wedge D_k(x,\ y) \supset R_k(y)) = 1. \tag{12}$$

Здесь переменные x,y,z заданы на множестве всех идей S_k; переменная R_k задана на множестве всех предикатов, которые определены на множестве S_k. Символом D_k обозначен переменный предикат, связываемый логическими уравнениями (9)-(12). Символы $\wedge$ и $\supset$ означают операции конъюнкции и импликации логических констант.

Выше мы определили предикат равенства идей D_k и вывели его четыре свойства, отправляясь от предиката равенства предикатов (4) и пользуясь выражением (5). Однако хотелось бы построить теорию равенства идей на основаниях, не зависящих от понятия конечного предиката, которое в нашем изложении выполняет лишь вспомогательную роль прототипа понятия идеи. Как доказывается в приведенной ниже теореме, это можно сделать, опираясь на свойства (9)-(12) предиката равенства идей как на аксиомы. Ценность теоремы состоит в том, что она дает аксиоматическое определение предиката равенства идей.

Теорема 1. *Для того чтобы предикат D_k, заданный на множестве $S_k \times S_k$, был представим в форме* (5), *необходимо и достаточно, чтобы он удовлетворял условиям рефлексивности, симметричности, транзитивности и подстановочности.*

Доказательство. Выше мы показали, что предикат D_k, определенный выражением (6), удовлетворяет условиям рефлексивности, симметричности, транзитивности и подстановочности. Таким образом, необходимость уже доказана. Доказываем достаточность. Пусть на $S_k \times S_k$ задан предикат D_k, удовлетворяющий условиям рефлексивности, симметричности, транзитивности и подстановочности. Для каждого $x \in S_k$ образуем множество T_x всех y таких, что $D_k(x,\ y) = 1$. В силу рефлексивности предиката D_k имеем $D_k(x) = 1$, поэтому $x \in T_x$. Таким образом, множество T_x содержит в своем составе хотя бы один элемент x.

Вместе с тем, других элементов множество T_x не имеет. В самом деле, предположим противное: для некоторого $x \in S_k$ существуют не совпадающие друг с другом элементы y_1 и y_2 такие, что $y_1,\ y_2 \in T_x$. Это означает, что $D_k(x,\ y_1) = 1$ и $D_k(x,\ y_1) = 1$. Из предпоследнего равенства по свойству симметричности предиката D_k получаем $D_k(y_1, x) = 1$. Из двух последних равенств по свойству транзитивности предиката D_k выводим $D_k(y_1, y_2) = 1$. Выберем предикат R_k, фигурирующий в условии подстановочности для предиката D_k, с таким расчетом, чтобы $R_k(y_1) = 1$, но $R_k(y_2) = 0$. Поскольку предикат R_k можно взять произвольным, то такой выбор всегда возможен. По свойству подстановочности предиката D_k из равенства $R_k(y_1) = 1$ и $D_k(y_1, y_2) = 1$ выводим $R_k(y_2) = 1$. Получили противоречие. Итак, мы доказали, что в множестве T_x нет других элементов, кроме элемента x, то есть что $T_x = \{x\}$.

Докажем теперь, что равенство (5) выполняется при любых $x,y \in S_k$. Рассмотрим случай, когда x и y таковы, что $D_k(x,y) = 1$. Это значит, что $y_2 \in T_x$, $y = \{x\}$, $x = y$, $\Phi(x) = \Phi(y)$, $\mathsf{D}_k(\Phi(x),\Phi(y)) = 1$. Когда же x и y таковы, что $D_k(x,y) = 0$, то $y \notin T_x$ $y \neq \{x\}$, $x \neq y$, $\Phi(x) \neq \Phi(y)$, $\mathsf{D}_k(\Phi(x),\Phi(y)) = 0$. Теорема доказана.

Выводы

Проанализированы перспективы науки и техники в области создания систем искусственного интеллекта и обоснована необходимость развития теории интеллекта и соответствующего математического аппарата. В качестве последнего предложена алгебра конечных предикатов. Рассмотрен ряд задач, решаемых с помощью предложенного подхода.

Для моделирования интеллекта человека и формального описания закономерностей интеллектуальной деятельности на языке алгебры конечных предикатов необходим абстрактный эквивалент этой алгебры, названный алгеброй идей. В роли прототипа алгебры идей в работе использована алгебра одноместных k-ичных предикатов первого порядка. Разработана аксиоматика алгебры идей.

Список литературы: 1. *Шабанов-Кушнаренко Ю.П.* Теория интеллекта. Математические средства [Текст] / *Ю.П. Шабанов-Кушнаренко.* – Х.: Вища шк. Изд-во при Харьк. ун-те, 1984. – 144 с. 2. *Шабанов-Кушнаренко Ю.П.* Теория интеллекта. Технические средства [Текст] / *Ю.П. Шабанов-Кушнаренко.* – Х.: Вища шк. Изд-во при Харьк. ун-те, 1986. – 136 с. 3. *Шабанов-Кушнаренко Ю.П.* Теория интеллекта. Проблемы и перспективы [Текст] / *Ю.П. Шабанов-Кушнаренко.* – Х.: Вища шк. Изд-во при Харьк. ун-те, 1987. – 59 с. 4. *Нильсон Н.* Принципы искусственного интеллекта [Текст] / *Н. Нильсон* // М.: Радио и связь, 1985. – 210 с. 5. *Гильберт Д.* Основания математики. Логические исчисления и формализация арифметики [Текст] / *Д. Гильберт, П. Бернайс.* – М.: Наука, 1979. – 619 с. 6. *Гильберт Д.* Основания геометрии [Текст] / *Д. Гильберт.* – М.; Л.: Гостехиздат. 1948. – 394 с. 7. *Робинсон А.* Введение в теорию моделей и математику алгебры. – М.: Наука, 1967. – 338 с. 8. *Мальцев А.И.* Алгебраические системы. – М.: Наука, 1970. – 476 с. 9. *Шрейдер Ю.А.* Равенство, сходство, порядок. – М.: Наука, 1971. – 190 с.

Поступила в редколлегию 03.03.2010

УДК 519.7

Модель рівності ідей / Бондаренко М.Ф., Шабанов-Кушнаренко С.Ю., Шабанов-Кушнаренко Ю.П. // Біоніка інтелекту: наук.-техн. журнал. – 2010. – № 2 (73). – С. 3–15.

На основі алгебри скінченних предикатів запропоновано абстрактний аксіоматичний підхід до проблеми побудови математичного апарату для формалізації та ефективного моделювання систем штучного інтелекту.

Табл. 7. Бібліогр.: 9 найм.

UDC 519.7

Ideas equality model / Bondarenko M.F., Shabanov-Kushnarenko S.Yu., Shabanov-Kushnarenko Yu.P. // Bionics of Intelligence: Sci. Mag. – 2010. – № 2 (73). – С. 3–15.

The abstract axiomatic approach to mathematical apparatus construction problem for systems of an artificial intellect formalisation and effective modelling on the basis of final predicates algebra is offered.

Tab. 7. Ref.: 9 items.