

УДК 518.81



МОДЕЛЬ ЗАДАЧИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ РЕСУРСОВ В УСЛОВИЯХ МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОСТИ И НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

В.В. Крючковский¹, О.А. Пискалова², Д.И. Филипская³

¹ ХНТУ, м. Херсон, Украина, meo@kstu.edu.ua;

² ХНУРЭ, м. Харьков, Украина, st@kture.kharkov.ua;

³ ХНУРЭ, м. Харьков, Украина, st@kture.kharkov.ua

Проведен анализ особенностей решения задач многокритериального принятия решений в условиях неопределенности. Предложена универсальная модель выбора компромиссного решения в условиях многокритериальности и различных типов интервальной неопределенности при решении задач распределительного типа.

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ РЕСУРСОВ, МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОСТЬ, ИНТЕРВАЛЬНАЯ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТЬ, ОПТИМИЗАЦИЯ, МОДЕЛЬ МАРКОВИЦА, VAR И VAL МОДЕЛИ

Введение

Принятие решений является обязательным и неотъемлемым этапом любой целенаправленной деятельности. При этом многие задачи принятия решений могут быть содержательно интерпретированы как задачи распределения ограниченных ресурсов.

В общей постановке задача может быть сформулирована следующим образом.

Пусть субъект S располагает некоторым мноресурсом в количестве D . Имеется некоторое ограниченное множество объектов $O_i, i = \overline{1, n}$, которые претендуют на получение ресурса d_i . При этом спрос превышает предложение:

$$\sum_{i=1}^n d_i \geq D. \quad (1)$$

Получая ресурс d_i , каждый объект генерируют некоторый эффект V_i

$$V_i = F_i(d_i), \quad (2)$$

который возвращается полностью или частично субъекту S . Цель субъекта заключается в принятии такого решения, в результате которого

$$V_S = \max_{d_i \in D} \sum_{i=1}^n V_i(d_i), \quad (3)$$

то есть максимизируется суммарный эффект субъекта.

К такой постановке сводятся задачи формирования инвестиционных портфелей, определения номенклатуры выпускаемой продукции, развития производства и так далее. Для их решения разработаны вычислительные методы, проблемно ориентированные на особенности задач. Определяющим признаком является вид оператора F_i (его часто называют производственной функцией) ограничений, а также счетность или несчетность множества допустимых решений. В этой связи можно указать методы непрерывного и дискретного линейного и динамического программирования, метод ветвей и границ, приближенные численные методы и так далее. Однако при этом, часто по умолчанию,

предполагается, что получаемый эффект V_i является скалярной величиной, а все исходные данные — детерминированы. Такие допущения не всегда корректны и могут приводить к идеализированным, иногда практически бесполезным результатам.

Целью нашей работы является анализ особенностей и обоснование модели решения задач по распределению ресурсов в условиях многокритериальности и неопределенности исходных данных.

Анализ особенностей решения многокритериальных задач принятия решений

Будем полагать, что в общем случае эффекты V_i объектов характеризуются кортежем разнородных, измеренных в различных шкалах, с различным направлением доминирования локальных характеристик (частных критериев)

$$V_i = \langle V_{ij} \rangle, j = \overline{1, m}. \quad (4)$$

Например эффект может характеризоваться экономической, социальной и экологической составляющими. Это означает, что задача (3), с учетом многомерности и противоречивости частных показателей эффективности (4), не имеет единственного решения, то есть является некорректной по Адамару [1].

Чтобы получить единственное решение задачи (3) в многокритериальной постановке, необходимо ее регуляризовать, то есть каким-либо образом привести к скалярному виду. В настоящее время существует множество проблемно — ориентированных методов регуляризации, например принцип главного критерия, последовательной оптимизации, анализа иерархий, функционально-стоимостной анализ и так далее [2]. Вместе с этим все перечисленные схемы являются частными случаями подхода, основанного на теории полезности [3]. Эта теория основана на гипотезе, что на множестве частных характеристик решения существует обобщенная многофакторная скалярная оценка вида

$$\bar{V}_i(d_i) = Q(A, V_{ij}(d_i)), \quad (5)$$

где A — кортеж, коэффициентов, приводящих разнородные V_{ij} к изоморфному виду.

Для конструктивной реализации модели (5) необходима ее структурно-параметрическая идентификация. Учитывая, что процедура многофакторного скалярного оценивания является субъективной интеллектуальной процедурой, основным источником (носителем) исходной информации является лицо, принимающее решение, или эксперты, а методом получения этой информации — метод экспертного оценивания. В силу разброса субъективных мнений экспертов, особенно при формировании количественных оценок весовых коэффициентов A , возникает интервальная неопределенность.

Другими источниками неопределенности модели (5) являются так называемые НЕ-факторы [4]: неполнота знаний, невозможность корректной формализации, точного количественного измерения влияющих факторов и так далее. В результате модель (5) принимает вид:

$$\tilde{V}_i(d_i) = Q[\tilde{A}, \tilde{V}_{ij}(d_i)], \quad (6)$$

где знаком « \sim » обозначены неопределенные данные.

Для дальнейшего конструктивного анализа необходимо определить количественные и качественные характеристики неопределенности.

Количественно неопределенности будем характеризовать интервалом возможных значений, то есть областью на числовой оси ограниченной значениями слева и справа. Качественно неопределенности будем классифицировать на основе информации о характере распределения возможных значений на интервале. Наиболее распространенной формой описания неопределенности является статистическое представление, когда распределение величин на интервале задается функцией плотности распределения вероятности и соответствующими статистическими параметрами. Однако во многих случаях вероятностная интерпретация неопределенности оказывается некорректной. Это привело к созданию и бурному развитию теории нечетких множеств, когда возможное распределение значений на интервале задается субъективной функцией принадлежности нечеткому множеству, носителем которого является интервал возможных значений [5]. В отличие от статистической неопределенности, описание которой базируется на объективной информации, функция принадлежности формируется на основе субъективных представлений экспертов и поэтому менее информативна.

Наконец, наименее информативным является представление неопределенности в виде интервальных величин, когда информация о предпочтительности значений на интервале вообще отсутствует [6].

Независимо от вида конкретных неопределенностей принципиальным является обстоятельство, что модель (6), а, следовательно, и модель (3) дают решения в интервальном виде. Это обуславливает необходимость решения дополнительной задачи

по определению точечного решения. В настоящее время существует два подхода к ее решению. Первый основан на детерминизации неопределенностей на этапе постановки задачи. В этом случае на этапе подготовки задачи проводится анализ и детерминизация исходных интервальных неопределенностей путем замены их средними, модальными, централизованными и так далее точечными значениями. Далее задача решается классическими методами в детерминированной постановке. При этом теряется очень ценная информация об интервале возможных решений. Альтернативой является подход, основанный на интервальной анализе.

Современный подход к решению задач оптимального распределения ресурсов в условиях интервальной неопределенности в общем случае основан на двухкритериальном рассмотрении, когда одним из критериев является уровень суммарной эффективности использования ресурсов по всей совокупности объектов, между которыми распределяются ресурсы, а вторым критерием — мера неопределенности (риска) эффективного использования ресурсов. При этом первый критерий подлежит максимизации, а второй — минимизации. Впервые такую математическую двухкритериальную модель задачи оптимального распределения ресурсов в условиях интервальной неопределенности предложил Гарри Марковиц [7], который за цикл работ по портфельному инвестированию получил в 1990 г. Нобелевскую премию. В рамках модели Марковица в качестве критерия уровня суммарной эффективности использования ресурсов (в интерпретации Марковица роль ресурса играет капитал) берется математическое ожидание суммарной эффективности как случайной величины, а в качестве критерия меры неопределенности — дисперсия суммарной эффективности. Такой выбор математического выражения меры неопределенности позволил реализовать в рамках модели Марковица распределение ресурсов по нескольким объектам (диверсификация ресурсов), что при выполнении некоторых условий должно приводить к уменьшению риска. Математическая модель Марковица задачи оптимального распределения ресурсов в условиях неопределенности принадлежит к классу задач квадратичного программирования. Следует подчеркнуть, что класс задач оптимизации, известный как задачи квадратичного программирования, был сформулирован, и развита теория решений такого класса задач в основном под влиянием модели Марковица.

Как известно [8], классическая постановка Марковица задачи формирования оптимальных инвестиционных портфелей является двухкритериальной, один из критериев которой — среднее ожидаемое значение эффективности $m_p \rightarrow \max$, а второй — волатильность (изменчивость) эффективности $\sigma_p^2 \rightarrow \min$.

В последние годы интенсивно развивается более общий подход к решению задач оптимального распределения ресурсов в условиях статистической неопределенности, основанный на расчете вероятности p^* события, состоящего в том, что суммарная эффективность использования ресурсов, трактуемая как случайная величина, примет значение меньше, чем заданный уровень R^* .

Подход, основанный на рассмотрении задач оптимального распределения ресурсов в такой постановке, получил название VaR — подхода (VaR — аббревиатура словосочетания Value-at-Risk). При постановке задач оптимального распределения ресурсов, основанного на VaR-подходе, критерием уровня суммарной эффективности является V_i , а критерием неопределенности (риска) вероятность p^* . По существу концепция VaR соответствует пониманию риска традиционно используемого в технических областях, где величина риска обычно измеряется величиной вероятности наступления неблагоприятной ситуации (вероятность катастрофы, аварии, выхода из строя аппаратуры) или просто неблагоприятного сочетания значений случайных переменных.

Следует подчеркнуть, что VaR подход ориентирован на анализ и принятие решений в условиях вероятностной неопределенности. Вероятностная интерпретация неопределенности во многих случаях некорректна. Поэтому дальнейшее развитие теории принятия решений в условиях неопределенности требует обобщения VaR подхода на случай нечеткой (заданной в виде нечетких множеств) и интервальной (заданной интервальными величинами) неопределенностей.

Во всех перечисленных случаях оценка эффективности решения является интервальной, то есть ограниченной слева и справа, величиной. Задача в этом случае заключается в выборе конкретного точечного решения на интервале решений.

Любому точечному решению соответствует некоторое ожидаемое значение эффекта (Value), которое определяется конкретными точечными значениями переменных. По определению, переменные являются интервальными, то есть могут принимать с некоторой возможностью любые значения на интервале. Отклонение переменных от принятых точечных значений приводит к потерям (Loss). При этом потери могут быть двух видов:

- негативными (L_N), что означает уменьшение эффективности по сравнению с расчетным уровнем за счет неблагоприятного сочетания значений параметров интервальных возможных значений (это аналог традиционного вероятностного риска R);

- позитивными (L_p) — это недополученный эффект, который потенциально можно было бы получить, если бы параметры приняли значения более благоприятные по сравнению с расчетными.

Технологию принятия решений с учетом указанных возможных потерь будем обозначать аб-

бревиатурой (Value-at-Loss) и называть VaL технологией.

Согласно VaL технологии ожидаемый эффект V необходимо максимизировать, а потери обоих видов L_N, L_p — минимизировать. При этом сумма L_N и L_p является постоянной величиной. Таким образом

$$\begin{aligned} V(x) &\rightarrow \max_{x \in X}; \\ L_N(x) &\rightarrow \min_{x \in X}; \\ L_p(x) &\rightarrow \min_{x \in X}; \\ L_N(x) + L_p(x) &= const; \\ a &\leq x \leq b, \end{aligned} \tag{7}$$

где a, b — соответственно левая и правая границы интервала возможных значений переменных x .

Очевидно, что позитивные (L_p) и негативные (L_N) потери имеют для пользователя (ЛПР) различную ценность: L_N — это прямые потери эффекта (финансов, времени выполнения работы, материальных ресурсов и так далее), тогда как (L_p) — это сожаление о недополученном потенциально возможном эффекте. Тогда с учетом того, что

$$L_N(x) + L_p(x) = const, \tag{8}$$

можно записать

$$x^\circ = \arg \max_{x \in X} [V(x) - \alpha L_p(x) - (1 - \alpha)L_N(x)] \tag{9}$$

при $0 \leq \alpha \leq 1$.

Тогда, если $\alpha = 0$, реализуется стратегия крайнего пессимизма, при $\alpha = 1$ — стратегия крайнего оптимизма, при $\alpha = 0,5$ — минимаксная стратегия.

Для вычисления L_N и L_p будем полагать, что известна зависимость, характеризующая распределение на интервале возможных значений переменных $x \in [a, b]$.

$$\begin{aligned} V &= F(x), \\ x &\in [a, b]. \end{aligned} \tag{10}$$

Тогда при $x = a$:

$$\begin{aligned} L_p(x) &= 0; \\ L_N &= \int_a^b F(x) dx; \end{aligned} \tag{11}$$

при $x = b$:

$$\begin{aligned} L_N(x) &= 0; \\ L_p &= \int_a^b F(x) dx; \end{aligned} \tag{12}$$

При $x = c, a \leq c \leq b$:

$$\begin{aligned} L_p &= \int_a^c F(x) dx; \\ L_N &= \int_c^b F(x) dx. \end{aligned} \tag{13}$$

В качестве функции (10) могут выступать не только традиционные для VaR технологии плотности распределения вероятностей, но и функции принадлежности неопределенностей заданных в виде нечетких множеств. При этом интервальные величины могут быть корректно интерпретированы или как нечеткие множества с толерантной на интервале неопределенности функцией принадлежности равной $\mu(x) = 1$, или как статистические неопределенности с равновероятным законом распределения значений на интервале. Такой подход делает VaL технологию универсальной и методологически корректной для любых видов интервальной неопределенности: статистической, нечеткой или представленной в виде нечетких величин.

Выводы

В связи с широким распространением вычислительной техники и успехами теории математического программирования в области создания проблемно-ориентированных методов оптимизации в настоящее время пользователи не сталкиваются с принципиальными вычислительными трудностями. Поэтому усилия разработчиков сосредоточены в основном на методологических аспектах синтеза, повышении точности и адекватности исходных математических моделей за счет более полного и глубокого учета влияющих факторов, их взаимосвязи, нелинейности, нестационарности и так далее. Учет перечисленных факторов приводит к необходимости учета многокритериальности целевых функций и неопределенности исходной информации.

Следует подчеркнуть, что в настоящее время в большинстве случаев аспекты многокритериальности и неопределенности рассматриваются вне их взаимосвязи. Методы принятия решения в условиях риска, например широко известные VaR технологии, по умолчанию предполагают, что эффект является скалярной величиной. В свою очередь при решении задач многокритериальной оптимизации в большинстве случаев рассматриваются детерминированные постановки. Еще одна особенность современных подходов заключается в том, что в качестве неопределенности в основном рассматриваются статистические виды неопределенности и соответствующие им риски, что делает невозможным корректный учет других видов неопределенности, таких как нечеткая и интервальная.

В настоящей работе рассмотрен подход, ориентированный на комплексный учет многокритериальности и различных видов неопределенности при синтезе универсальной модели решения задач распределительного типа. Предложено обобщение и развитие известной VaR технологии принятия решений в условиях статистической неопределенности на случай других типов неопределенности.

Предложенная VaL технология отличается тем, что точечное решение из интервала возможных значений определяется (с учетом трех частных критериев: собственно эффективности, возможных позитивных и негативных потерь) как многокритериальная оптимизационная задача. Дальнейшие исследования должны быть направлены на определение методов взаимной корректной трансформации интервальной неопределенностей различного типа с целью вычисления эквивалентной интервальной неопределенности для исходных данных смешанного типа.

Список литературы: 1. *Математический энциклопедический словарь* [Текст] / под ред. Ю.В. Прохорова. — М.: Сов. энциклопедия, 1988. — 250 с. 2. *Петров, Е.Г.* Методи і засоби прийняття рішень в соціально-економічних системах [Текст] / Е.Г.Петров, М.В.Новожилова, І.В.Гребенік. — К.: Техніка, 2004. — 256 с. 3. *Фишберн, П.* Теория полезности для принятия решений [Текст]/П. Фишберн. — М.: Наука, 1978. — 352 с. 4. *Нариньяни, А.С.* НЕ-факторы: неоднозначность (доформальное исследование) [Текст] / А.С. Нариньяни // Новости искусственного интеллекта. — 2003. — №5. с. 58-69. 5. *Заде, Л.* Понятие лингвистической переменной и его применение к принятию приближенных решений [Текст] / Л. Заде. — М.: «Мир», 1976. 6. *Алефельд, Г.* Введение в интервальные вычисления: Пер. с англ. [Текст]/ Г. Алефельд, Ю. Херцбергер. — М. Мир, 1987. — 360 с., ил. 7. *Шарп, У.Ф.* Инвестиции [Текст] / У.Ф. Шарп, Г.Дж. Александер, Д.В. Бэйли. — М.: Инфра-М, 2001. 8. *Крянев, А.В.* Основы финансового анализа и портфельного инвестирования в рыночной экономике [Текст] / А.В. Крянев. — М.: МИФИ, 2001.

Поступила в редколлегию 16.03.2010 г.

УДК 518.81

Модель задачі розподілу ресурсів в умовах багатокритериальності й невизначеності / В.В. Крючковський, О.О. Писклакова, Д.І. Філіпська // Біоніка інтелекту: наук.-техн. журнал. — 2010. — № 1 (72). — С. 61–64.

У статті обґрунтовано модель рішення задач з розподілу ресурсів в умовах багатокритериальності й невизначеності вхідних даних. Стверджується, що у запропонованій VaL технології точкове рішення визначається з урахуванням трьох часткових критеріїв, тобто як у багатокритериальній оптимізаційній задачі.

Бібліогр.: 8 найм.

UDK 518.81

Model of the allocation problem of resources under the conditions of multicriteriaity and uncertainty / V.V. Kruchkovsky, O.A. Pisklakova, D.I. Filipkaya // Bionics of Intelligence: Sci. Mag. — 2010. — № 1 (72). — P. 61–64.

In the article the model of solution of problems by the distribution of resources under the conditions of multicriteriaity and uncertainty of initial data is substantiated. It is asserted that in that proposed of VaL of technology the point solution it is determined taking into account three particular criteria, i.e., as in multicriterional optimization task.

Ref.: 8 items.