

А. Н. Власенко<sup>1</sup>, Е. И. Кучеренко<sup>2</sup><sup>1</sup>ХНУРЭ, г. Харьков, Украина, vlas22@yandex.ru<sup>2</sup>ХНУРЭ, г. Харьков, Украина, ai@kture.kharkov.ua

## МЕТОД ЛОГИЧЕСКОГО ВЫВОДА В ИЕРАРХИЧЕСКИХ НЕЧЕТКО-ВЕРОЯТНОСТНЫХ МОДЕЛЯХ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ

В статье рассмотрена проблема разработки эффективного метода логического вывода в знаниеориентированных иерархических нечетко-вероятностных моделях сложных систем, в частности в задачах управления рисками. Предложен вариант метода нечетко-вероятностного логического вывода в иерархических моделях, использующий вероятностный элемент в консеквентах моделей всех уровней и антецедентах моделей верхних уровней, что позволяет учитывать различные градации оценок вероятностей.

НЕЧЕТКАЯ ЛОГИКА, ВЕРОЯТНОСТЬ, МИМО, ЛОГИЧЕСКИЙ ВЫВОД, ТАКАГИ-СУГЕНО, ЗНАНИЕ-ОРИЕНТИРОВАННЫЕ МОДЕЛИ

### Введение

Нечеткое моделирование представляет собой мощный инструмент для представления сложных нелинейных отношений, который доказал свою эффективность в различных прикладных областях [1]. Нечеткие модели предоставляют механизмы для представления и обработки качественных аспектов человеческого знания и процесса рассуждений без применения точного количественного анализа. Это позволяет адекватно обрабатывать неточную информацию и строить «прозрачные» модели сложных систем [2].

Среди подходов к нечеткому моделированию наиболее распространены различные системы нечеткого логического вывода, модель в которых представлена в терминах лингвистических отношений [3]. Пространство входных значений разбивается на выраженные нечеткими подмножествами области, в которых можно гораздо проще представить отношения, позволяющие получить результирующие значения. Использование нечеткого разделения в пространстве входных значений позволяет описывать границы областей в пространстве выходных значений как взвешенную комбинацию выходов соседних областей. Это позволяет плавно переходить от одной области в пространстве выходных значений к другой [1, 4].

Несмотря на множество успешных примеров решения прикладных проблем, применение моделей нечеткого логического вывода наталкивается и на ограничения — с ростом сложности способность представления знаний с использованием лишь «нечеткости» падает [5]. Помимо этого возможности нечетких систем логического вывода могут быть ограничены случайными и вероятностными элементами в моделируемых системах. Случайность представляет собой особый тип неопределенности, называемый статистической неопределенностью [6]. Для работы с данным типом неопределенности предложено множество статистических методов, доказавших свои преимущества в теории управления, эконометрике и других областях. Существуют

различные подходы к интеграции нечеткости и вероятности в интеллектуальных системах — нечеткие вероятности и вероятностная нечеткая логика [5]. Тем не менее, не существует единого общепризнанного способа объединения двух типов неопределенности.

### 1. Постановка задачи

Целями данного исследования являются:

1. Разработать метод логического вывода в иерархической нечетко-вероятностной модели, позволяющий учитывать различные градации вероятностных оценок для достижения максимальной согласованности знаниеориентированной модели и представленной ею предметной области.
2. Реализовать иерархическую нечетко-вероятностную модель для прикладной предметной области, сформировать базу нечетко-вероятностных правил.
3. Сравнить возможности предложенных модели и метода с классическими нечетко-логическими и вероятностными подходами к моделированию.

### 2. Анализ существующих исследований

Естественным путем интеграции двух типов неопределенности стали нечетко-вероятностные правила, впервые предложенные Мегдади [5]. Классические нечеткие правила не допускают наличия для одного набора входных значений нескольких выходных значений с различной вероятностью, что ограничивает возможность представления многих сложных отношений в моделируемых системах [7, 8]. Общая структура нечетко-вероятностных правил:

$$\begin{aligned}
 & \text{Rule } R_q : \\
 & \text{if } x \text{ is } A_q \text{ then } y \text{ is } O_1 \text{ with probability } P_1 \\
 & \quad \&\dots \\
 & \quad \& y \text{ is } O_j \text{ with probability } P_j \\
 & \quad \&\dots \\
 & \quad \& y \text{ is } O_q \text{ with probability } P_n \\
 & \quad \text{where } P_1 + P_2 + \dots + P_n = 1,
 \end{aligned} \tag{1}$$

где  $x$  – входная переменная в antecedенте;  $A_q$  – нечеткое подмножество antecedента;  $y$  – результирующее значение для  $q$ -го правила;  $O_q$  – нечеткое подмножество консеквента;  $P_1, P_2, \dots, P_n$  – соответствующая выходному значению вероятность.

Таким образом,  $y$  (1) ассоциирована и с качественной (через функцию принадлежности), и с количественной (через вероятность) информацией, представляя собой нечеткую и стохастическую переменную одновременно [9].

Значение условной вероятностной возможности получается по следующей формуле [9]:

$$\pi(y|x) = \sum_j \frac{P(O_j|x)\mu_j(y)}{\int_{-\infty}^{\infty} \mu_j(y)dy}, \quad (2)$$

где  $\mu_j(y)$  – функция принадлежности.

Эта формула может быть использована для получения вероятностного вывода в существующих нечетко-логических моделях. В классической модели нечеткого логического вывода Мамдани-Ларсена правила имеют следующий вид [1]:

$$\text{Rule } q: \text{ If } x \text{ is } A_q \text{ then } y \text{ is } B_q, \quad (3)$$

Логический вывод для  $q$ -го правила (3) представляется через  $B_q(b_q, v_q)$ , с центроидом и индексом нечеткости:

$$v_q = \int_y \phi(y)dy, \quad b_q = \frac{\int_y y\phi(y)dy}{\int_y \phi(y)dy}. \quad (4)$$

При замене значения функции принадлежности консеквента на (2) формулы центроида и индекса нечеткости в случае нечетко-вероятностных правил приобретают следующий вид [2]:

$$v_q = \int_y \sum_j \frac{P(O_j|x)\mu_j(y)}{\int_{-\infty}^{\infty} \mu_j(y)dy}, \quad (5)$$

$$b_q = \frac{\int_y \sum_j \frac{P(O_j|x)\mu_j(y)}{\int_{-\infty}^{\infty} \mu_j(y)dy} dy}{\int_y \sum_j \frac{P(O_j|x)\mu_j(y)}{\int_{-\infty}^{\infty} \mu_j(y)dy} dy}.$$

Дефазифицированный результат выражений (4) и (5) определяется формулами [5]:

$$y^0 = \frac{\int_y y\phi(y)dy}{\int_y \phi(y)dy}, \quad y^0 = \sum_{q=1}^Q \frac{\mu^q(x) \cdot v_q}{\sum_{q=1}^Q \mu^q(x) \cdot v_q} \cdot b_q. \quad (6)$$

Правила нечетких систем Такаги-Сугено имеют следующий вид [2]:

$$R_j: \text{ if } x_1 \text{ is } A_{1j} \text{ and } x_2 \text{ is } A_{2j} \text{ and...and } x_n \text{ is } A_{nj} \quad (7)$$

$$\text{Then } y = g_j(x_1, x_2, \dots, x_n), \quad (j = 1, 2, \dots, N),$$

где  $g_j(\cdot)$  является «четкой» функцией от  $x_i$ . Итоговый вывод происходит по формуле [10]:

$$\frac{\sum_{j=1}^N g_j(\cdot) T_{i=1}^{m_j} \mu_{ij}(x_i)}{\sum_{j=1}^N T_{i=1}^{m_j} \mu_{ij}(x_i)}, \quad (8)$$

где  $1 \leq m_j \leq n$  количество входных переменных в (8);  $N$  – количество правил;  $n$  – количество входов;  $\mu_{ij}$  – функция принадлежности;  $A_{ij}$  и  $T$  – Т-норма для нечеткой конъюнкции. Логический вывод для модели Такаги-Сугено с добавлением вероятности [11]:

$$\Pr(y_j|x) = \sum_{q=1}^Q \phi_q \Pr(y_j|A_q) =$$

$$= \frac{\sum_{q=1}^Q \Pr(A_q)\mu_q(x)\Pr(y_j|A_q)}{\sum_{q=1}^Q \Pr(A_q)\mu_q(x)} \quad (9)$$

$$y = E(y|x) = \sum_{j=1}^N y_j \Pr(y_j|x),$$

где  $x = (x_1, x_2, \dots, x_m) \in X$  – входной вектор размерности  $M$ ;  $A_q$  – лингвистическое значение antecedента, определяемое нечеткой функцией принадлежности  $\mu_q(x)$ ;  $y$  представляет собой стохастическую переменную консеквента, равную одному из значений  $y_{q1}, y_{q2}, \dots, y_{qN}$ .

Невзирая на то, что нечетко-вероятностное моделирование доказало свою применимость в различных прикладных областях [11, 12], открытыми остаются вопросы границ их применимости и эффективности.

В работе [13] нами была предложена модификация иерархической системы логического вывода Такаги-Сугено с нечетко-вероятностными локальными подмоделями, являющаяся расширением представленной в [14] модели. На рис. 1 показана возможная структура подобной модели, где FLU1, FLU2, FPLU1 относятся к первому уровню, FLU3, FPLU2 – ко второму и FPLU3 – к третьему уровню соответственно.

### 3. Описание метода

Предложенный метод состоит из следующих этапов:

Этап 1. Предварительная обработка входных значений, включая нормализацию, если она необходима;

Этап 2. Анализ моделей на полноту и непротиворечивость для поступившего набора данных. В случае обнаружения проблем – модификация правил для их устранения;

Этап 3. Логический вывод моделей первого уровня. Модели первого уровня представляют собой ММО-модели, правила которых имеют следующую структуру:

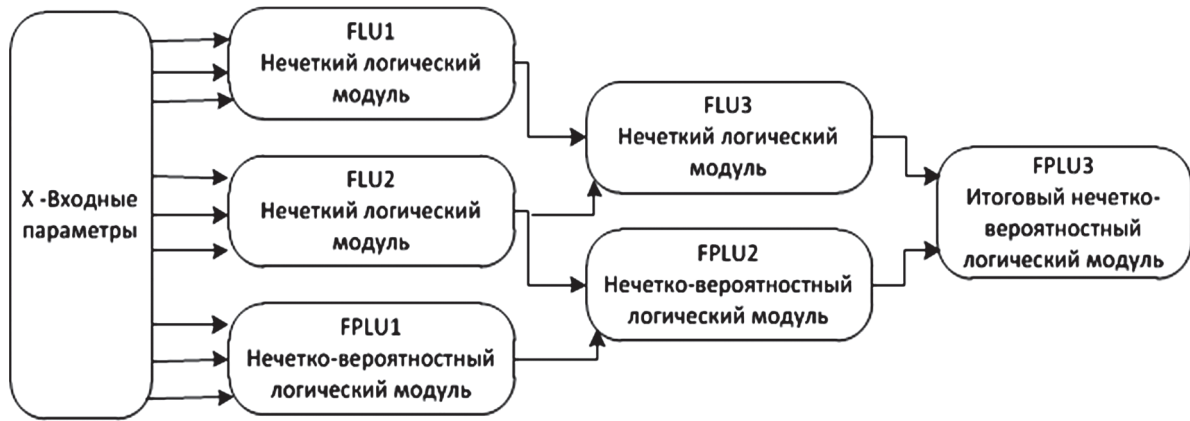


Рис. 1. Возможная структура предложенной гибридной иерархической модели

$$R_j : \text{if } x_1 \text{ is } A_{1j} \text{ and } x_2 \text{ is } A_{2j} \text{ and...and } x_n \text{ is } A_{nj}$$

$$\text{Then } y = c_{1j} \text{ with } p_{1j} \quad (10)$$

$$\text{and } y = c_{2j} \text{ with } p_{2j}$$

$$\text{and...and } y = c_{nj} \text{ with } p_{nj}, (j=1,2,\dots,N)$$

Отличие от (2) состоит в том, что  $c_{nj}$  может представлять собой как константу, так и функцию. Логический вывод осуществляется отдельно для каждой пары  $\langle y, p \rangle$ .

Подэтапы данного этапа:

- 1) Фаззификация входных первично обработанных на втором этапе переменных.
- 2) Агрегация подусловий и активизация подзаключений по формуле:

$$w_i = T(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n), \quad (11)$$

где  $T$  –  $t$ -норма нечеткой конъюнкции.

- 3) Аккумуляция для каждой пары вывода модели первого уровня  $\langle y_k, p_k \rangle$ , где  $y_k$  – четкое значение переменной вывода а  $p_k$  – полученная вероятностная оценка данного значения. При этом используются следующие формулы:

$$y_k = \frac{\sum_{i=1}^n w_i z_i}{\sum_{i=1}^n w_i} \text{ when } p_i \text{ is } P_k, \quad (12)$$

$$p_k = \frac{\sum_{i=1}^n w_i p_i}{\sum_{i=1}^n w_i} \text{ when } p_i \text{ is } P_k, \quad (13)$$

где  $P_k$  – нечеткое подмножество вероятности.

Этап 4. Передача выходов локальных моделей первого уровня на локальные модели второго уровня в виде пар значений  $\langle y_k, p_k \rangle$ .

Этап 5. Логический вывод на моделях второго и последующих уровней. Правила моделей верхних уровней отличаются от правил локальных моделей первого уровня добавлением в антецедент вероятностных нечетких множеств:

$$R_j : \text{if } x_1 \text{ is } A_{1j} \text{ and } px_1 \text{ is } PA_{1j}$$

$$\text{and } x_2 \text{ is } A_{2j} \text{ and } px_2 \text{ is } PA_{2j} \quad (14)$$

$$\text{and...and } x_n \text{ is } A_{nj} \text{ and } px_n \text{ is } PA_{nj}$$

$$\text{Then } y = c_{1j} \text{ with } p_{1j}$$

$$\text{and } y = c_{2j} \text{ with } p_{2j}$$

$$\text{and...and } y = c_{nj} \text{ with } p_{nj}.$$

В разрабатываемых нами моделях прикладных предметных областей достаточным является наличие трех нечетких подмножеств – «малая вероятность», «средняя вероятность», «высокая вероятность» для представления оценок вероятности, функция принадлежности которых трапециевидна (рис. 2):

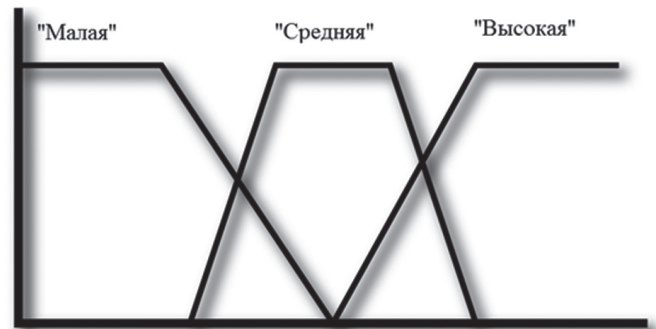


Рис. 2. Функции принадлежности нечетких подмножеств оценок вероятности

- 1) Фаззификация выходных переменных моделей предыдущего уровня и их вероятностей.
- 2) Агрегация подусловий с вероятностным компонентом и активизация подзаключений.
- 3) Аккумуляция для каждой выходной пары по тем же правилам, что и для моделей первого уровня.

Этап 6. Передача выходов локальных моделей на входы локальных моделей следующего уровня либо на входы внешних систем.

Этап 7. Останов.

На рис. 3 показана обобщенная схема предложенного метода логического вывода.

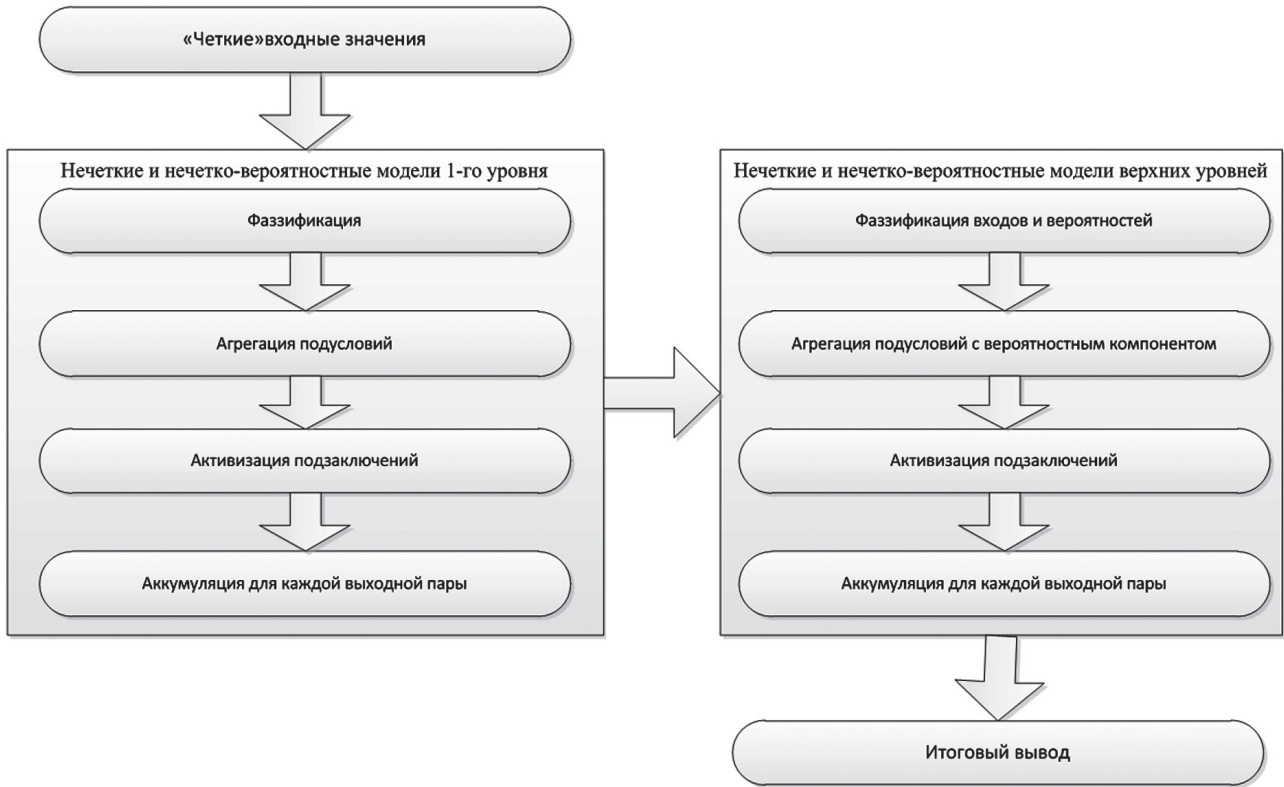


Рис. 3. Обобщенная схема предложенной модификации метода нечетко-вероятностного логического вывода

#### 4. Реализация для прикладной предметной области

В качестве предметной области использован процесс контроля качества в разработке программного обеспечения. В данном сложном процессе с множеством слабоформализуемых параметров сочетается как нечеткая информация, к примеру, лингвистические переменные «продуктивность программиста», «сложность программного модуля» и «уровень покрытия тестами», так и вероятностная, в том числе и накопленные статистические данные по предыдущим проектам. Существует несколько примеров использования нечетких систем в программной инженерии в целом [15], так и, в частности, в обеспечении качества ПО, но к их

недостаткам можно отнести работу лишь с наиболее формализованными процессами и метриками, а также отсутствие вероятностного компонента.

На рис. 4 представлена упрощенная общая структура иерархической модели оценки качества процесса разработки программного обеспечения, которая учитывает самые различные факторы, относящиеся как к процессу, так и к самому продукту.

#### 5. Пример нечетко-вероятностных правил

Пример нечетко-вероятностного правила из локальной модели автоматизированного тестирования (первый уровень):

*If  $x$  is  $A$  then  $y = f_1(x)$  with 0.9 and  $y = f_2(x)$  with 0.1,*



Рис. 4. Модель оценки качества процесса

где  $x$  – количество тестов для модуля;  $y$  – количество непокрытых тестами ситуаций;  $f_1(x)$  – линейная зависимость;  $f_2(x)$  – экспоненциальная зависимость.

В примере такого же правила без использования вероятностного элемента определяется одно значение консеквента для каждого правила:

$$\text{If } x \text{ is } A \text{ then } y = f_1(x),$$

где  $x$  – количество тестов для модуля;  $y$  – количество непокрытых тестами ситуаций;  $f_1(x)$  – линейная зависимость.

Нечетко-вероятностное правило позволяет представить в базе знаний менее вероятный уровень зависимости, а предложенная модификация модели и метода – корректно обработать это значение в вышестоящих уровнях иерархии.

### 6. Описание реализации

В качестве базовой среды для программной реализации была использована платформа Microsoft .NET Framework и язык программирования C#. Данная платформа позволила сконцентрироваться на решаемой исследовательской задаче, беря на себя работу по автоматическому управлению памятью и предоставляя мощные и удобные механизмы для работы с данными и построения пользовательского интерфейса [16].

В качестве базовой библиотеки нечеткого логического вывода была использована AForge.NET [16], которая нацелена на задачи искусственного интеллекта и компьютерного зрения, и к преимуществам которой следует отнести покрытие основных направлений ИИ, открытую лицензию (Lesser GPL license) и исходный код, наличие полной документации и множества примеров ее использования.

Описанный в работе [16] класс FuzzyProbabilisticInferenceSystem был модифицирован

добавлением программного кода, ответственного за работу с нечеткими множествами оценок вероятности в антецедентах правил. Также классы FuzzyProbabilisticInferenceSystem и HierachicalInferenceSystem были расширены возможностью передачи множественных значений между выходами систем одного уровня и входами систем следующего уровня. На рис. 5 изображена иерархия наследования классов систем логического вывода.

Для проверки корректности программного кода в решение был добавлен проект тестов, содержащий тестовые оснастки для автоматического модульного тестирования классов правил и систем логического вывода. Помимо этого были реализованы несколько интеграционных тестов, проверяющих взаимодействие различных компонентов и использующих автоматически-сгенерированный набор данных.

Финальной стадией стала разработка приложения пользовательского интерфейса для проведения экспериментов с моделью и визуализации результатов, использующего. Приложение реализовано в проекте HFPS.Application с использованием современной технологии WPF.

### Выводы

В данной работе рассмотрена актуальная проблема построения эффективного метода логического вывода в знаниеориентированных иерархических нечетко-вероятностных моделях сложных систем. В ходе исследования были определены ограничения существующих подходов к объединению нечеткой и вероятностной составляющих моделей прикладных систем.

В статье усовершенствован вариант метода нечетко-вероятностного логического вывода в иерархических моделях за счет использования вероятностного элемента в консеквентах моделей всех

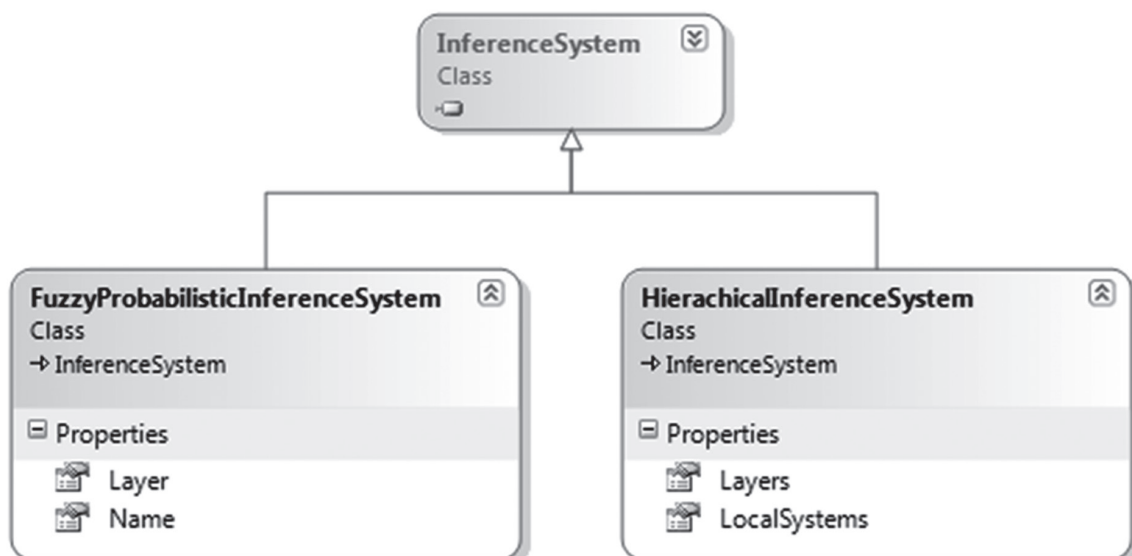


Рис. 5. Диаграмма классов систем логического вывода

уровней и антецедентах моделей верхних уровней, что, в отличие от существующих, позволяет учитывать различные градации оценок вероятностей для достижения максимальной согласованности знаниеориентированной модели и представленной ею предметной области.

Предложенный метод реализован на иерархической нечетко-вероятностной модели для прикладной предметной области оценки рисков процесса разработки сложного программного обеспечения. Также была сформирована компактная, но в то же время адекватная предметной области база нечетко-вероятностных правил. Сравнение предложенных модели и метода с классическими нечетко-логическими и вероятностными подходами к моделированию показало преимущества предложенного метода.

Перспективными направлениями дальнейших исследований являются:

- разработка методов автоматизированного построения иерархических нечетко-вероятностных моделей на основе накопленных данных;

- исследование возможности добавления алгоритмов обучения в предложенную модель и модификации метода логического вывода с учетом обучающего аспекта;

- разработка эффективной структуры для хранения нечетко-вероятностной базы данных и правил.

**Список литературы:** 1. *Yager R.* Using Dempster-Shafer structures to provide probabilistic outputs in fuzzy systems modeling / R. Yager, D. Filev // *Combining Experimentation and Theory*, STUDEFUZZ 271. – Springer-Verlag Berlin Heidelberg. – 2012. – P. 301–327. 2. *Babuška R.* Fuzzy Modeling and Identification/ R. Babuška // Ph.D. Thesis. – Delft Univ. Technol., Delft, The Netherlands. – 1996. – P.16–20. 3. *Lee M.* Modeling of hierarchical fuzzy systems / M.-L. Lee, H.-Y. Chung, F.-M. Yu // *Fuzzy Sets and Systems*– Elsevier, 2003. – №138. – P. 343–361. 4. *Tsekouras G.* A hierarchical fuzzy-clustering approach to fuzzy modeling / G. Tsekouras, H. Sarimveis, E. Kavakli, G.Bafa // *Fuzzy Sets and Systems*. – Elsevier. – 2005. – №107. – P. 245–266. 5. *Meghdadi A.H.*: Probabilistic fuzzy logic and probabilistic fuzzy systems. / A.H. Meghdadi, M.-R. Akbarzadeh-T// *The 10th IEEE International Conference on Fuzzy Systems: Shenyang Aerospace University Shenyang, China.* – vol. 3. – P. 1127–1130. 6. *Liu J.* Engineering System Safety Analysis and Synthesis Using the Fuzzy Rule-based Evidential Reasoning Approach / J. Liu, J.B. Yang, J. Wang and H.Sing Sii // *Quality and Reliability Engineering International* – John Wiley & Sons, Ltd. – 2005. – №21. – P. 387–411. 7. *Coletti G.* Hybrid Models: Probabilistic and Fuzzy Information / G. Coletti, B. Vantaggi // *Synergies of Soft Computing and Statistics*, AISC 190 – Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg. – 2013. – P. 389–397. 8. *Walaszek-Babiszewska A.* Linguistic Knowledge Representation for Stochastic Systems / Anna Walaszek-Babiszewska // *Proceedings of the International Multiconference on Computer Science and*

*Information Technology: Wisla, Poland, October 15-17, 2007.* – Wisla, 2007. – P. 141 – 150. 9. *Agarwal M.* Handling fuzzy models in probabilistic domain / M. Agarwal, K. Biswas, M. Hanmandlu // *Computational Intelligence*, Springer – 2013. – P.137-151. 10. *Takagi T.* Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control / T. Takagi, M. Sugeno // *IEEE Trans. Syst. Man. Cybern.*, IEEE. – 1985. – №15. – P. 116–132. 11. *Berg J.* Financial markets analysis by using a probabilistic fuzzy modeling approach / J. van den Berg, U. Kaymak, W.-M. van den Bergh // *International Journal of Approximate Reasoning.* – Elsevier. – 2004. – №35. – P. 291-305. 12. *Rudnik K.* Probabilistic-fuzzy knowledge-based system for managerial applications / K. Rudnik, A. Walaszek-Babiszewska // *Management and Production Engineering Review.* – 2012. – Vol. 3. – №1. – P. 49–61. 13. *Власенко А.Н.* Иерархическая нечетко-вероятностная модель в задачах управления рисками / Власенко А.Н., Кучеренко Е.И // *Системи обробки інформації: зб.наук.пр.* – Х.:ХУПС. – 2013. – вип. 1 (108). – С.145-150. 14. *Власенко А.Н.* Иерархические системы нечеткого вывода Такаги-Сугено в задачах управления рисками / А.Н. Власенко // *матер. XVI междунар. молод. форума «Радиоэлектроника и молодежь в XXI веке», Харьков, 17-19 апреля 2012 г.,* – Х.: ХНУРЭ, 2012. – С.69-70. 15. *Sheta A.* Software Effort Estimation and Stock Market Prediction Using Takagi-Sugeno Fuzzy Models / A. Sheta // *IEEE International Conference on Fuzzy Systems: Vancouver, Canada, July 16-21 2006.* – Vancouver, 2006. – P. 171-178. 16. *Власенко А.Н.* Реализация иерархической нечетко-вероятностной модели логического вывода на базе библиотеки AForge.NET. / А.Н. Власенко // *матер. XVII междунар. молод. форума «Радиоэлектроника и молодежь в XXI веке», Харьков, 22-24 апреля 2012 г.,* – Х.: ХНУРЭ, 2013. – С.41-42.

*Поступила в редколлегию 16.04.2013*

УДК 004.8

**Метод логічного виведення в ієрархічних нечітко-імовірнісних моделях складних систем** / О.М. Власенко, Є.І. Кучеренко // *Біоніка інтелекту: наук.-техн. журнал.* – 2013. – № 2 (81). – С. 47-52.

У роботі запропоновано удосконалений метод логічного виведення в ієрархічних нечітко-імовірнісних моделях складних систем. Запропонований варіант методу використовує імовірнісний елемент у консеквентах моделей усіх рівнів та антецедентах моделей верхніх рівнів, що дозволяє враховувати різні градації оцінок ймовірностей. Можливості методу проаналізовані на прикладній предметній галузі.

Лл. 05. Бібліогр.: 16 найм.

UDC 004.8

**Inference method in hierarchical fuzzy-probabilistic models of complex systems** / A. Vlasenko, Y. Kucherenko // *Bionics of Intelligence: Sci. Mag.* – 2013. – № 2 (81). – P. 47-52.

In this paper proposed improved inference method in hierarchical fuzzy-probabilistic models. Method uses probabilistic knowledge in consequents of models of all layers and antecedents of higher levels models. This allows consider different probability gradations. Method is implemented for applied domain.

Fig. 05. Ref.: 16 items.