

СТРУКТУРЫ УСТРОЙСТВ РАСПОЗНАВАНИЯ ГАУССОВСКИХ СИГНАЛОВ ПРИ ИХ ОПИСАНИИ АВТОРЕГРЕССИОННОЙ МОДЕЛЬЮ

КРАВЧЕНКО Н.И., БЕЗРУК В.М., ТИХОНОВ В.А.

Предлагаются квазиоптимальные структуры устройств распознавания гауссовских сигналов на базе авторегрессионных и решетчатых фильтров, определяемых авторегрессионной моделью. Устройства характеризуются меньшими вычислительными затратами по сравнению с байесовским классификатором, который при значительной размерности исходного описания и конечном объеме обучающих выборок сигналов практически нереализуем.

В проблеме распознавания образов отдельное место занимают задачи распознавания случайных сигналов, характеризующих заданные объекты либо заданные состояния объектов [1-5]. В этом случае особенности структуры устройств распознавания определяются выбранной вероятностной моделью распознаваемых сигналов [6]. В ряде прикладных задач для описания случайных сигналов удобно использовать авторегрессионную (АР) модель [5,7,8]. В данной статье синтезируются квазиоптимальные структуры устройств распознавания на базе авторегрессионных и решетчатых фильтров, которые определяются авторегрессионной моделью гауссовских сигналов. Предложенные структуры устройств характеризуются меньшими вычислительными затратами по сравнению с байесовским классификатором гауссовских сигналов. Проводится сравнительный анализ качества распознавания для разных вариантов устройств распознавания с использованием статистического моделирования на ЭВМ.

1. Постановка задачи

Пусть распознаванию подлежит M гауссовских случайных сигналов $X^i(t)$, $i = \overline{1, M}$, заданных на конечном интервале времени $(0, T)$ совокупностью равноотстоящих отсчетов сигналов $X_l, l = \overline{1, L}$.

Сигналы предъявляются с вероятностью P_i , причем $\sum_{i=1}^M P_i = 1$. Они различаются на уровне корреляционных функций, которые априори неизвестны, однако задается классифицированная обучающая выборка сигналов $\{X_{lr}^i, l = \overline{1, L}; r = \overline{1, n_i}; i = \overline{1, M}\}$.

При значительной размерности представления сигналов L , конечном объеме обучающей выборки n_i и ограниченности вычислительных ресурсов структура устройства распознавания, определяемая адаптивным байесовским классификатором, трудно реализуема. Поэтому в задачах распознавания образов вводится этап сокращения размерности представления сигналов путем выбора небольшого числа информативных признаков [1-4].

РИ, 2000, № 4

Рассмотрим особенности выбора информативных признаков и построения решающих правил, определяющих структуру устройств распознавания сигналов при их описании в рамках авторегрессионной модели.

2. Особенности авторегрессионной модели и выбора информативных признаков сигналов

Линейная АР модель гауссовского случайного сигнала описывается рекуррентным уравнением [8]

$$X_j^i = \phi_1^i X_{j-1}^i + \phi_2^i X_{j-2}^i + \dots + \phi_p^i X_{j-p}^i + \sigma_a^i a_j, \quad (1)$$

где $\phi_l^i, l = \overline{1, p}$ – коэффициенты АР модели i -го сигнала; a_j – независимые гауссовские случайные величины с нулевым математическим ожиданием и единичной дисперсией; p – порядок АР модели i -го сигнала; $(\sigma_a^i)^2$ – дисперсия ошибки предсказания.

Соотношение (1) представляется также в виде:

$$X_j^i = \sum_{l=1}^p \phi_l^i X_{j-l}^i + \sigma_a^i a_j, j = \overline{1, L}. \quad (2)$$

Первое слагаемое в (2) называется предсказанием или оценкой j -го отсчета сигнала, а величина

$\sigma_a^i a_j = (X_j^i - \sum_{l=1}^p \phi_l^i X_{j-l}^i)$ – ошибкой предсказания j -го отсчета сигнала при использовании АР модели p -порядка.

Построение АР модели i -го случайного сигнала сводится к нахождению порядка и параметров модели $p, \phi_l^i, (\sigma_a^i)^2$. Существует несколько способов их нахождения [8]. В частности, параметры $\phi_l^i, l = \overline{1, p}$ могут быть найдены из решения уравнения Юла-Уокера, которое в матричном виде определяется соотношением [8]

$$\bar{\phi} = R^{-1} \bar{r}. \quad (3)$$

Здесь

$$\bar{\phi} = \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \vdots \\ \phi_p \end{pmatrix}; R = \begin{vmatrix} R_0 & R_1 & \dots & R_{p-1} \\ R_1 & R_0 & \dots & R_{p-2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R_{p-1} & R_{p-2} & \dots & R_0 \end{vmatrix}; \bar{r} = \begin{pmatrix} R_1 \\ R_2 \\ \vdots \\ R_p \end{pmatrix},$$

$R_0, R_1, R_2, \dots, R_p$ – оценки отсчетов корреляционной функции, найденные по реализации сигнала $X_l, l = \overline{1, L}, X_1, l = \overline{1, L}$.

Порядок модели p определяется по различным критериям [8]. При использовании критерия ошибки предсказания минимизируется величина $V_p = (\sigma_a^i)^2 (1-p/L)$. В случае критерия Акайке

минимизируется величина $V_p = \text{Ln}(\sigma_a^i)^2 + 2p/L$. За порядок АР модели принимается то значение p , при котором указанные величины принимают первое минимальное значение.

Дисперсия ошибки предсказания $(\sigma_a^i)^2$ для АР модели p -го порядка определяется усреднением по совокупности L отсчетов сигнала

$$(\sigma_a^i)^2 = \frac{1}{L-p} \sum_{j=p}^L \left[X_j^i - \sum_{l=1}^p \phi_l^i X_{j-l}^i \right]^2. \quad (4)$$

Коэффициенты АР, полученные из (3), минимизируют дисперсию ошибки предсказания (4).

Нетрудно видеть, что процесс АР является частным случаем линейного случайного процесса с дискретным временем, формируемым на выходе линейного АР фильтра при порождающем процессе в виде дискретного белого шума [6]. Отсчеты АР процесса получаются путем взвешенного суммирования p предыдущих отсчетов процесса с добавлением отсчетов белого шума. Взвешивающие коэффициенты АР фильтра равны коэффициентам АР, а число звеньев фильтра - порядку АР модели.

Поиски эффективных алгоритмов вычисления коэффициентов АР привели к применению решетчатых фильтров (РФ) [9]. Параметры РФ являются коэффициентами отражения, которые однозначно связаны с коэффициентами АР. Число звеньев РФ равно порядку АР модели.

При использовании РФ сигналы представляются моделью, аналогичной АР модели:

$$X_j^i = -\sum_{l=1}^p K_l^i d_{j-l}^{l-1} + \sigma_j^i a_j, \quad (5)$$

где d_{j-l}^{l-1} - ошибка обратного предсказания в l -м звене Р; K_l^i - коэффициенты отражения РФ.

Отличие моделей (2) и (5) состоит в том, что модель (2) использует регрессию на предыдущие отсчеты, а модель (5) - предыдущие ошибки обратного предсказания d_{j-l}^{l-1} . При этом коэффициентами регрессии являются коэффициенты отражения РФ.

Несмотря на то, что в основе АР фильтров и РФ лежит одна и та же вероятностная модель, между ними существует ряд различий, существенных с практической точки зрения. В частности, РФ менее чувствительны к шуму округления при их реализации средствами вычислительной техники, на качество работы РФ менее влияют погрешности квантования по сравнению с АР фильтрами.

Сигналы, представляемые АР моделью, однозначно описываются дробно рациональной спектральной плотностью в виде [8]:

$$\left| G_x^i(h) \right|^2 = \frac{(\sigma_a^i)^2}{\left| 1 - \sum_{l=1}^p \phi_l^i \exp(j2\pi hl) \right|^2}, \quad h = \overline{1, L}.$$

Это соотношение широко используется при параметрическом спектральном оценивании, которое при коротких реализациях сигналов обладает преимуществом перед традиционными способами оценивания спектральной плотности сигналов. Видно, что оценка спектральной плотности сигнала полностью определяется коэффициентами авторегрессии ϕ_l^i и дисперсией ошибки предсказания $(\sigma_a^i)^2$.

Из анализа приведенных особенностей АР модели следует, что для гауссовских сигналов она является полной. Поэтому в качестве информативных признаков распознаваемых сигналов могут быть выбраны коэффициенты АР либо коэффициенты отражения РФ. При заданном виде порождающего процесса эти параметры наряду с дисперсией ошибки предсказания полностью определяют АР модели распознаваемых сигналов.

Получение значений таких признаков сводится к нахождению оценок коэффициентов АР (либо коэффициентов отражения) по наблюдаемой реализации сигнала X_l , $l = \overline{1, L}$. В частности, для этого следует оценить корреляционную функцию сигнала и согласно (3) вычислить коэффициенты АР. В силу того, что для многих прикладных задач порядок АР модели является небольшим, использование таких информативных признаков позволяет существенно сократить размерность описания сигналов - $p \ll L$.

3. Построение решающих правил

Адаптивный байесовский подход к задаче распознавания гауссовских случайных сигналов приводит к асимптотически оптимальному решающему правилу, определяемому квадратичным классификатором

$$i = \arg \min \left[(\bar{X} - \hat{\mu}^h)^t \hat{R}_h^{-1} (\bar{X} - \hat{\mu}^h) - \ln \frac{P_h}{|\hat{R}_h|} \right], \quad h = \overline{1, M}, \quad (6)$$

где $\hat{\mu}^h$, \hat{R}_h , $|\hat{R}_h|$ - соответственно оценки среднего вектора, корреляционной матрицы и её определителя, полученные по обучающей выборке сигнала.

Видно, что основная трудность при реализации такого решающего правила определяется вычислением квадратичной формы. При большой размерности исходного представления сигналов L её вычисление требует значительных вычислительных затрат. Покажем, что при использовании АР модели вычисление квадратичной формы может осуществляться авторегрессионным либо решетчатым фильтром, что приводит к сокращению вычислительных затрат.

Без ограничения общности можно положить $\bar{\mu}^h = 0$. Введём матрицу треугольного вида, элементами которой являются коэффициенты АР модели от первого до p -го порядка:

$$U_\phi = \begin{vmatrix} 1 - \phi_1^p & \dots & -\phi_1^p \\ 0 & 1 & \dots & -\phi_{p-1}^{p-1} \\ \vdots & & & \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{vmatrix}. \quad (7)$$

Введём также диагональную матрицу R_a размерностью $(p+1) \times (p+1)$, элементами которой являются дисперсии ошибок предсказания АР фильтра каждого порядка:

$$R_a = \text{diag}\{(\sigma_a^p)^2, (\sigma_a^{p-1})^2, \dots, (\sigma_a^0)^2\}. \quad (8)$$

Легко доказать, что

$$U_\phi R U_\phi^{\text{tr}} = R_a. \quad (9)$$

Применив операцию обращения к правой и левой частям в (9) и умножив их соответственно слева и справа на U_ϕ^{tr} и U_ϕ , приходим к выражению для обратной корреляционной матрицы:

$$R^{-1} = U_\phi^{\text{tr}} R_a^{-1} U_\phi, \quad (10)$$

которое может быть использовано для вычисления квадратичной формы

$$\bar{X}^{\text{tr}} R^{-1} \bar{X} = \bar{X}^{\text{tr}} U_\phi^{\text{tr}} R_a^{-1} U_\phi \bar{X}. \quad (11)$$

Выполнив несложные преобразования в (11) с учётом (7) и (8), придём к следующей процедуре вычисления квадратичной формы:

$$\bar{X}^{\text{tr}} R^{-1} \bar{X} = (a_j^p / \sigma_a^p)^2 + (a_{j-1}^{p-1} / \sigma_a^{p-1})^2 + \dots + (a_{j-p}^0 / \sigma_a^0)^2. \quad (11a)$$

Здесь полагается, что $\bar{X} = (X_j, X_{j-1}, \dots, X_{j-p})^{\text{tr}}$.

Таким образом, вычисление квадратичной формы в классификаторе (6) сводится к вычислению суммы вида (11,а), составляющие которой находятся с помощью АР фильтров предсказания разных порядков от 1 до p . Устройство вычисления квадратичной формы состоит из набора АР фильтров предсказания и типовых вычислителей (квадратов, сумматоров и др.). Для вычисления квадратичной формы таким способом необходимо предварительно оценить коэффициенты АР и дисперсию ошибки предсказания каждого распознаваемого сигнала. При этом используется корреляционная матрица сигнала размерностью $p \times p$. Замена полной корреляционной матрицы сигналов размерностью $L \times L$ матрицей сокращённой размерности приводит к уменьшению вычислительных затрат. Аналогично можно показать, что квадратичная форма может быть вычислена с помощью РФ и через ошибки обратного предсказания $d_{j-1}^{p-1}, l = \overline{1, p}$. При этом учитывается, что ошибки предсказания АР фильтра $(p-1)$ -го порядка формируются на выходе $(p-1)$ -

го звена соответствующего РФ. Отличие структуры вычислителя квадратичной формы состоит в том, что вместо набора АР фильтров разных порядков используется один РФ.

Теперь рассмотрим особенности построения квазиоптимальных решающих правил для случая, когда распознавание производится в пространстве некоторых статистик - информативных признаков сигналов, описанных АР моделью. Как показано выше, в качестве информативных признаков могут быть выбраны коэффициенты АР либо коэффициенты отражения РФ.

В пространстве указанных информативных признаков могут быть построены довольно простые решающие правила, основанные на использовании статистических свойств оценок коэффициентов АР либо коэффициентов отражения РФ, найденных по реализациям сигналов конечной длины.

Как отмечается в работе [10], уже при $L > 50$ распределение этих оценок может быть достаточно точно описано нормальным законом. При этом в предположении некоррелированности коэффициентов АР может быть использовано решающее правило

$$i = \arg \min_{h=1, M} \left[\sum_{j=1}^p \left\{ \frac{(\hat{\phi}_j - \hat{m}_{\phi_j}^h)^2}{(\hat{\sigma}_{\phi_j}^h)^2} - \ln \frac{(\hat{\sigma}_{\phi_j}^h)^2}{P_h^2} \right\} \right]. \quad (12)$$

Здесь $(\hat{\sigma}_{\phi_j}^h)^2 = \frac{1}{n_h} \sum_{r=1}^{n_h} (\hat{\phi}_{jr}^h - \hat{m}_{\phi_j}^h)^2$; $\hat{m}_{\phi_j}^h = \frac{1}{n_h} \sum_{r=1}^{n_h} \hat{\phi}_{jr}^h$ — соответственно оценки дисперсий и математического ожидания оценок коэффициентов АР, полученных по классифицированным выборкам сигналов на этапе обучения; $\hat{\phi}_{jr}^h$ — оценка j -го коэффициента АР h -го сигнала, вычисленная по r -й реализации обучающей выборки.

Если дисперсии оценок коэффициентов АР близки между собой, рационально использовать упрощенное решающее правило

$$i = \arg \min_{h=1, M} \left[\sum_{j=1}^p (\hat{\phi}_j - \hat{m}_{\phi_j}^h)^2 \right]. \quad (13)$$

В решающих правилах (12), (13) решение принимается по текущим оценкам коэффициентов АР $\hat{\phi}_j$, найденным по наблюдаемой реализации распознаваемого сигнала \bar{X} .

При использовании в качестве информативных признаков коэффициентов отражения РФ могут быть получены решающие правила, аналогичные (12) и (13).

При описании сигналов АР моделью решающие правила можно также получить, используя характерное свойство авторегрессионного (либо решетчатого) фильтра минимизировать ошибку предсказания. В этом случае для предъявленной реализа-

ции сигнала решение принимается по минимуму дисперсии ошибки предсказания на выходе одного из M фильтров, параметры которых найдены по обучающим выборкам распознаваемых сигналов.

При использовании АР фильтров такое решающее правило имеет вид

$$i = \arg \min \left[\sum_{l=p}^L (X_l - \sum_{j=1}^p \phi_j^h X_{l-1})^2 \right], \quad h = \overline{1, M}. \quad (14)$$

По существу в нем в качестве информативного признака сигнала используется дисперсия ошибки предсказания. При этом в режиме распознавания для наблюдаемой реализации сигнала вычисляется значение лишь этого признака. Нетрудно видеть, что это приводит к существенно меньшим вычислительным затратам по сравнению с решающими правилами (12), (13), в которых необходимо в режиме распознавания вычислять текущие оценки коэффициентов АР.

Для случая использования решетчатых фильтров решающее правило имеет аналогичный вид. Отличием есть только то, что в нем ищется ошибка обратного предсказания, а коэффициенты отражения РФ оцениваются на этапе обучения с использованием известной процедуры Левинсона-Дарбина [9]. В этой процедуре при определении коэффициентов АР для модели p -го порядка последовательно вычисляются АР более низких порядков. При этом последние коэффициенты АР для модели каждого порядка являются коэффициентами отражения РФ.

Рассмотренные способы построения информативных признаков и соответствующие решающие правила определяют структуры устройств распознавания гауссовских сигналов при их описании АР моделью. Устройства работают в режиме обучения и распознавания. На этапе обучения с использованием обучающих выборок сигналов выбирается порядок АР модели и вычисляются оценки коэффициентов АР (коэффициентов отражения РФ), которые определяют параметры соответствующих решающих правил. В режиме распознавания по наблюдаемой реализации сигнала оцениваются значения выбранных информативных признаков и с помощью соответствующей решающей процедуры определяется номер сигнала, к которому относится предъявленная реализация сигнала.

4. Результаты сравнительных исследований предложенных устройств распознавания сигналов

Сравнительный анализ качества распознавания сигналов для предложенных устройств выполнен методом статистического моделирования. Для этого математические модели устройств распознавания реализованы программно на ЭВМ. Статистические испытания проведены с помощью выборок трех ($M=3$) гауссовских случайных последовательностей с различным видом корреляционных функций (рис. 1). Выборки реализаций сигналов получены с помощью генератора процессов АР, осно-

ванного на соотношении (1) и реализованного программно на ЭВМ. Коэффициенты АР определены для заданных видов корреляционных функций. Для каждого сигнала получены выборки объемом 400 реализаций, каждая по 1024 дискретных отсчета. Выборки разделены пополам по 200 реализаций для обучения и контроля.

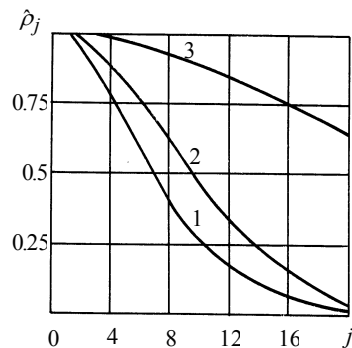


Рис. 1 (при $i=1,2,3$)

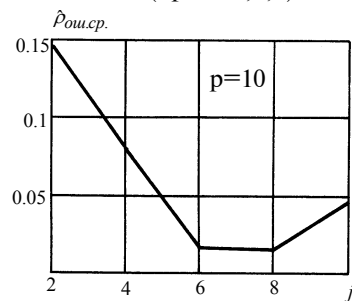


Рис. 2

Обучающие выборки использованы для вычисления информативных признаков и параметров решающих правил. По контрольным выборкам найдены оценки средней вероятности ошибочного распознавания сигналов $\hat{P}_{\text{ош.ср.}}$ при различных условиях проведения исследований.

В табл. 1 приведены математические ожидания и дисперсии оценок коэффициентов АР $\hat{m}_{\phi_j}^i, (\hat{\sigma}_{\phi_j}^i)^2$, вычисленные по обучающим выборкам сигналов при выборе разных порядков АР модели. Видно, что коэффициенты АР для разных сигналов различаются и кроме того с ростом номера коэффициента АР растет дисперсия его оценки.

Вначале исследовалась зависимость $\hat{P}_{\text{ош.ср.}}$ от числа используемых при распознавании коэффициентов АР в рамках выбранного порядка АР модели. Полученная зависимость для случая выбора АР модели 10-го порядка при использовании решающего правила (12) приведена на рис. 2. Видно, что достаточно хорошее качество распознавания сигналов обеспечивается уже при небольшом числе (2-6) используемых коэффициентов АР. Это свидетельствует о том, что распознаваемые сигналы хорошо описываются АР моделью низкого порядка. Дальнейшее возрастание размерности пространства информативных признаков приводит к снижению качества распознавания сигналов, что обусловлено, в частности, увеличением дисперсии оценок коэффициентов АР.

Таблица 1

P	j	Значения $\hat{m}_{\phi j}^i \setminus (\hat{\sigma}_{\phi j}^i)^2$		
		i = 1	i = 2	i = 3
2	1	1,894\0,0001	1,775\0,002	1,171\0,002
	2	-0,965\0,0001	-0,829\0,002	-0,207\0,002
4	1	1,894\0,135	1,387\0,001	1,105\0,001
	2	-0,603\0,089	-0,169\0,003	0,018\0,001
	3	-0,145\0,259	-0,127\0,003	-0,037\0,002
	4	-0,035\0,194	-0,178\0,001	-0,135\0,001
6	1	1,712\0,324	1,380\0,001	1,088\0,001
	2	-0,699\0,488	-0,172\0,003	0,010\0,001
	3	-0,206\0,272	-0,131\0,003	-0,059\0,002
	4	0,010\0,0,186	-0,182\0,002	-0,053\0,002
	5	0,334\0,635	-0,095\0,002	0,031\0,002
	6	-0,277\0,319	0,052\0,001	-0,095\0,001

Поскольку практическое использование устройств распознавания сигналов существенно зависит от длины реализаций сигналов, проведены исследования зависимости $\hat{P}_{\text{ош.ср.}}$ от размерности исходного описания L . На рис. 3 представлены такие зависимости, полученные при использовании решающего правила (12) и выборе порядков АР модели p . Видно, что увеличение длительности реализаций сигнала существенно влияет на качество распознавания сигналов. Однако, начиная с некоторого значения, возрастание L уже в меньшей степени сказывается на уменьшении $\hat{P}_{\text{ош.ср.}}$.

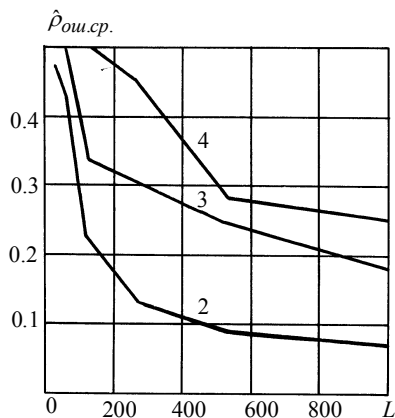


Рис.3 (p=2,3,4)

Как показали сравнительные исследования, при малых значениях L можно существенно улучшить качество распознавания сигналов с использованием алгоритма распознавания по минимуму дисперсии ошибки предсказания (14). Это видно из рис. 4, на котором приведены зависимости $\hat{P}_{\text{ош.ср.}}$ от длины реализации сигналов L , по которой вычислялась дисперсия ошибки предсказания и принималось соответствующее решение. Зависимости получены при разных значениях p . Лучшее качество распознавания, которое обеспечивается алгоритмом распознавания (14) по сравнению с алгоритмом (12), объясняется тем, что структура решающего правила (14) близка к асимптотически оптимальному правилу для сформулированных условий.

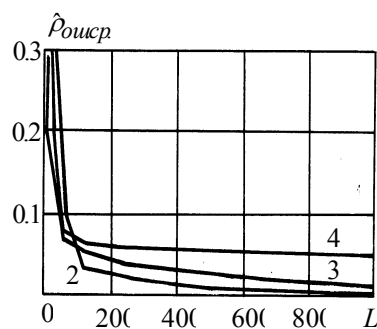


Рис.4 (p=2,3,4)

Некоторые результаты исследований устройств распознавания сигналов, основанных на решетчатых фильтрах, приведены в табл. 2. Результаты получены с использованием решающего правила типа (12), построенного для оценок коэффициентов отражения РФ. Здесь также, как и в случае распознавания по коэффициентам АР, лучшее качество распознавания обеспечивается при небольшом порядке АР модели. Качество распознавания сигналов с использованием алгоритма распознавания по минимуму ошибки предсказания на выходе РФ, как и в случае АР фильтров, существенно превосходит качество распознавания по оценкам коэффициентов отражения РФ. При этом зависимость $\hat{P}_{\text{ош.ср.}}$ от длины реализации сигналов L имеет аналогичный вид.

Таблица 2

L	p	$\hat{P}_{\text{ош.ср.}}$
1024	2	0,058
	4	0,597
512	2	0,113
	4	0,6

Выводы

Синтезированы структуры квазиоптимальных устройств распознавания гауссовских сигналов, для описания которых использована АР модель. Алгоритмы работы таких устройств распознавания основаны на характерном свойстве АР модели давать для широкого класса реальных сигналов достаточно полное описание при невысоком порядке модели. Это позволяет выбрать малое число информативных признаков распознаваемых сигналов, в пространстве которых строятся простые решающие правила. В качестве признаков могут быть выбраны

коэффициенты АР либо коэффициенты отражения РФ, что приводит к разным по структуре устройствам распознавания сигналов на базе авторегрессионных или решётчатых фильтров. Существенно выделяются среди них по качеству распознавания устройства, основанные на вычислениях дисперсии ошибок предсказания на выходе АР либо РФ. Проведенные исследования методом статистического моделирования на ЭВМ подтвердили возможность распознавания сигналов при низком порядке АР модели. При этом существенно снижаются вычислительные затраты по сравнению с асимптотически оптимальным классификатором, реализованным в пространстве исходного представления сигналов.

Литература: 1. Дуда Р., Харт П. Распознавание образов и анализ сцен: Пер. с англ./ Под ред. В.Л. Стефанюка. М.: Мир, 1976. 511с. 2. Ту Дж., Гонсалес Р. Принципы распознавания образов: Пер. с англ./ Под ред. Ю.И. Журавлева. М.: Мир, 1978. 412с. 3. Фукунага К. Введение в статистическую теорию распознавания образов: Пер. с англ./ Под ред. А.А. Дорофеева. М.: Мир, 1979. 367с. 4. Омельченко В.А. Основы спектральной теории распознавания сигналов. Харьков: Вища шк., 1983. 159с. 5. Шпилевский Э.К. Принципы динамической классификации стохастических процессов и систем // Статистические проблемы управления. Вып. 28. Вильнюс: ИМ Лит.АН, 1978. 139 с. 6. Прикладная теория случайных процессов и полей / Под ред. К.К. Васильева, В.А. Омельченко. Ульяновск: УлГТУ, 1995. 256с. 7. Кравченко Н.И., Безрук В.М., Тихонов В.М. Распознавание случайных сигналов в рамках авторегрессионной модели // Вероятностные модели случайных сигналов и

полей. К.: УМК ВО, 1991. С. 138-142. 8. Бокс Дж., Дженнингс Г. Анализ временных рядов. Прогноз и управление: Пер. с англ. / Под ред. В.Ф. Писаренко. М.: Мир, 1974. 406с. 9. Фридландер Б. Решетчатые фильтры для адаптивной обработки данных // Труды института инженеров по электротехнике и радиоэлектронике. 1982. Т. 70, №6. С. 54-97. 10. Андерсен Т. Статистический анализ временных рядов. М.: Мир, 1976. 755с.

Поступила в редколлегию 02.10.2000

Рецензент: д-р физ.-мат. наук, проф. Мазманишвили А.С.

Кравченко Николай Иванович, д-р техн. наук, профессор кафедры основ радиотехники ХТУРЭ. Научные интересы: обработка сигналов в радиотехнических системах. Увлечения и хобби: активный отдых, рыбалка. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 14, тел. 40-95-87.

Безрук Валерий Михайлович, канд. техн. наук, доцент кафедры сетей связи ХТУРЭ. Научные интересы: моделирование и многокритериальная оптимизация систем распознавания сигналов. Увлечения и хобби: туризм, активный отдых. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 14, тел. 40-94-29.

Тихонов Вячеслав Анатольевич, канд. техн. наук, доцент кафедры радиоэлектронных систем ХТУРЭ. Научные интересы: обработка сигналов в радиотехнических системах. Увлечения и хобби: активный отдых. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 14, тел. 40-95-87.

УДК 681.5.015:628.21

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ УСТАНОВИВШЕГОСЯ ПОТОКОРАСПРЕДЕЛЕНИЯ В СИСТЕМАХ ВОДОСНАБЖЕНИЯ

ДЯДЮН С.В.

Описывается математическая модель системы водоснабжения, включающей в себя водопроводную сеть совместно с работающими насосными станциями и регулируемыми емкостями. Данная модель позволяет обеспечивать возможность параллельного включения произвольного количества агрегатов насосных станций без необходимости предварительного эквивалентирования их характеристик.

При эксплуатации реальных систем подачи и распределения воды (СПРВ), имитационном моделировании систем оперативного управления режимами их функционирования возникает задача анализа установившегося потокораспределения в СПРВ. Для ее решения нужно иметь математическую модель водопроводной сети совместно с активными источниками и регулирующими емкостями, которая обеспечивает возможность параллельного вклю-

чения произвольного количества агрегатов насосных станций (НС) без необходимости предварительного эквивалентирования их характеристик.

Математическая модель установившегося потокораспределения в водопроводной сети без активных элементов хорошо известна и разработана в [1; 2].

Пусть $G(V, E)$ — граф СПРВ, моделирующий ее структуру и отображающий взаимосвязи между отдельными элементами. Здесь V — множество всех узлов СПРВ; E — множество всех дуг СПРВ.

Соединим все входы и выходы графа $G(V, E)$, через которые вода соответственно поступает в сеть и отбирается из нее, с нулевой фиктивной точкой.

Обозначим L — множество насосных станций и регулирующих емкостей, тогда элементами этого множества будут фиктивные дуги, соединяющие нулевую точку со входами всех НС и регулирующих емкостей; M — множество пассивных элементов, т.е. магистральных участков (трубопроводов) водопроводной сети, являющихся реальными дугами графа; N — множество узлов СПРВ с подсоединенными к ним потребителями, т.е. множество фиктивных дуг модели СПРВ. При этом множество узлов графа СПРВ состоит из двух непересекающихся подмножеств $V = N \cup N'$, где N' —