

где $\Delta v(t)_d = A_0 + \sum_{p=1}^S [A_p \cdot \cos(\omega_p t) + B_p \cdot \sin(\omega_p t)] -$

сумма всех периодических составляющих процесса; $U(t)$ – случайный остаток. Для идентификации системы необходимо определить амплитуды A_0, A_p, B_p регулярных составляющих, имеющих частоты ω_p ; фазовые углы

$\beta_p = \arctg \frac{B_p}{A_p}$ регулярных составляющих; а также мате-

матическое ожидание, СКО, спектральную плотность шума $U(t)$. Такая задача относится к известному классу задач выявления скрытых периодичностей [3].

После выявления и исключения скрытых периодичностей можно провести аппроксимацию спектральной плотности мощности процесса \bar{v} функцией (2) по методу наименьших квадратов в частотной области и получить оценки α, σ .

Таким образом, предложенный в настоящей работе алгоритм позволяет повысить точность определения характеристик случайных составляющих разности фаз или частот мер времени и частоты при их

взаимных сличениях посредством использования марковских моделей поведения случайных процессов.

Литература: 1. Мигулин В.В., Медведев В.И., Мустьель Е.Р., Парыгин В.Н. Основы теории колебаний / Под ред. В.В.Мигулина М.: Наука, 1978. 392 с. 2. Мирский Г.Я. Характеристики стохастической взаимосвязи и их измерения. М.: Энергоиздат, 1982. 320 с. 3. Иванов В.В. Методы вычислений на ЭВМ: Справочное пособие. К.: Наук. думка, 1986. 584 с. 4. Рутман Ж. Характеристики нестабильности фазы и частоты сигналов высокостабильных генераторов: Итоги развития за пятнадцать лет. ТИИЭР, 1978. Т.66, №9. 5. Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники. Книга первая. Изд. 2-е, перераб. и доп. М.: Сов. радио, 1974, 552 с. 6. Yevdokimenko Yu. I., Shmaly Yu. S. A Thermodynamic Resonance in Piezoelectric Crystal Plates of Thickness-Shear Vibrations/ Proceeding of 1993 IEEE international Frequency Control Symposium. 47th iFCS. 1993. P. 193.

Поступила в редколлегия 20.09.98

Рецензент: д-р техн. наук Клейман А.С.

Евдокименко Юрий Иванович, канд. физ.-мат. наук; старший научный сотрудник, начальник отдела НМЦ ВЭ. Адрес: Украина, 310172, Харьков, ул. Прищевца, 44А, кв. 54, тел. 14-52-70.

Нарезний Алексей Павлович, младший научный сотрудник НМЦ ВЭ. Адрес: Украина, 310087, Харьков, ул. Тобольская, 49, кв. 12.

УДК 519.6

РЕКУРРЕНТНЫЙ АЛГОРИТМ ИДЕНТИФИКАЦИИ МОДЕЛИ, ОСНОВАННЫЙ НА ОРТОГОНАЛЬНОМ РАЗЛОЖЕНИИ

ГРИЦЮК В. И.

Исследуется рекуррентный метод идентификации модели по данным пассивного эксперимента. Определение оптимального числа членов производится с использованием численно устойчивого алгоритма ортогонализации.

Характерный рост размерности решаемых задач выдвигает проблему упрощения математического описания систем. Применение идентификации модели системы в реальном времени необходимо для ее адаптации к изменяющимся условиям функционирования, а сведение исходной задачи к задаче меньшей размерности приводит к сокращению объема вычислений и увеличению численной устойчивости алгоритмов.

Оценки коэффициентов в описании явлений находятся по данным пассивного эксперимента, когда переменные сильно коррелированы.

Исследуем многомерный случай, являющийся обобщением рассмотренного в [1].

Пусть рассматриваемая модельная структура задается соотношением

$$\Theta(x, \beta) = X(x)\beta, \quad (1)$$

где $\Theta(x, \beta)$ – достаточно гладкая p -мерная вектор-функция; $X(x)$ – матрица размера $p \times m$, элементами которой служат функции $h_{kr}(x)$, определенные на

интересующей нас области χ ; β – неизвестный вектор параметров размера m .

Оптимальная оценочная функция может быть представлена

$$\hat{Y}^{(l^*)}(x_i) = X(x_i)P^{(l^*)}\hat{G}^{(l^*)}, \quad (2)$$

где l^* – оптимальное число членов модели. Число столбцов матрицы $P^{(l^*)}$ равно количеству чисел в

$$(q_1 \bar{Y})^2 \geq (q_2 \bar{Y})^2 \geq \Lambda \geq (q_l \bar{Y})^2, \quad (3)$$

для которых выполняется

$$\bar{\sigma}^{-2} (q_i \bar{Y})^2 \geq 1. \quad (4)$$

Здесь $\bar{Y}^T = ((Y(x_1))^T, \dots, (Y(x_n))^T)$ размера $n \times p$;

r – ранг матрицы \bar{X} размера $n \times m$; $\bar{X} = \begin{bmatrix} X(x_1) \\ \dots \\ M \\ X(x_n) \end{bmatrix}$,

q_j^T и p_j – столбцы матрицы \underline{Q}^T и P – левые и правые сингулярные векторы матрицы \bar{X} ; $\bar{\sigma}^2 I_p$ – матрица ковариаций случайных ошибок.

Определение оптимального числа членов может осуществляться по мере обработки поступающих данных наблюдения. Предлагается для увеличения точности, устойчивости к матрицам с плохой обусловленностью, увеличения количества оцененных параметров применить сингулярное разложение, позволяющее осуществить идентификацию модели в реальном времени. Цель состоит в том, чтобы путем ортогональных преобразований матрицу ковариаций \underline{P} преобразовать в диагональную, при этом опреде-

ляются сингулярные числа матрицы \mathbf{P} , т. е. ищутся преобразования Гивенса таким образом, что

$$\mathbf{G}_1^T \mathbf{D}^{1/2} \mathbf{U}^T \mathbf{G}_2 = \mathbf{D}_g, \quad (5)$$

где для сокращения времени счета используется модифицированный метод Гивенса без квадратных корней [2]. В этом случае в целях преобразования произвольной матрицы $\tilde{\mathbf{C}} = \mathbf{G}\mathbf{C}_1 = \mathbf{D}_1^{1/2}\mathbf{C}_2$ для элементов $c_{b_{ji}} \neq 0$ используется уравнение $l_{m-j}^2 = l_{m-j-1}^2 + d_j b_{j,m}^2$, элементы α_i и $\tilde{\alpha}_i$ матрицы \mathbf{C}_2 для j строки вычисляются по формулам:

$$\alpha_i = (b_{j,i} l_{m-j-1}^2 + d_j b_{j,m} b_{j,i}) / l_{m-j}^2, \quad (6)$$

$\tilde{\alpha}_i = b_{j,i} - b_{j,m} b_{N,i}$. Следовательно,

$$\mathbf{P} = \mathbf{U}\mathbf{D}\mathbf{U}^T = \mathbf{G}_2 \mathbf{D}_g \mathbf{G}_1^T \mathbf{G}_1 \mathbf{D}_g \mathbf{G}_2^T = \mathbf{G}_2 \mathbf{D}_g^2 \mathbf{G}_2^T. \quad (7)$$

Сингулярное разложение вычисляется в два этапа. На первом этапе матрица $\mathbf{D}^{1/2} \mathbf{U}^T$ с помощью преобразований Гивенса переводится в нижнюю двухдиагональную матрицу \mathbf{B}^T :

$$\mathbf{B}^T = (\mathbf{G}_{2n-3} \dots \mathbf{G}_5 ((\mathbf{G}_3 ((\mathbf{G}_1 \mathbf{D}^{1/2} \mathbf{U}^T) \mathbf{G}_2)) \mathbf{G}_4) \dots \mathbf{G}_{2n-2}). \quad (8)$$

При преобразованиях с \mathbf{G}_{2i} ($i = 1, \dots, m-1$) не нужно заново вычислять диагональную матрицу. Второй этап процесса состоит в применении специальным образом адаптированного QR алгоритма к вычислению сингулярного разложения \mathbf{B} .

Сингулярные числа рассчитываются из соответствующей нижней угловой 2×2 подматрицы матрицы

$$\mathbf{B}^T \mathbf{B} \begin{bmatrix} d_{n-1}(1+e_{n-1}^2) & (d_n d_{n-1})^{1/2} e_n \\ (d_n d_{n-1})^{1/2} e_n & d_n(1+e_n^2) \end{bmatrix} \quad (9)$$

с d_j -элементами матрицы \mathbf{D} и e_j -околодиагональными элементами двухдиагональной матрицы \mathbf{B} . Её характеристическое уравнение:

$$[d_{n-1}(1+e_{n-1}^2) - \lambda][d_n(1+e_n^2) - \lambda] - d_n d_{n-1} e_n^2 = 0. \quad (10)$$

Корнем уравнения (10), ближайшим к $d_n(1+e_n^2)$, является

$$\hat{\lambda} = d_n + \sqrt{d_n} e_n (\sqrt{d_n} e_n - \sqrt{d_{n-1}} / f), \quad (11)$$

где

$$f = \begin{cases} [-t - (1+t^2)^{1/2}], & t \geq 0, \\ [-t + (1+t^2)^{1/2}], & t < 0, \\ t = \frac{d_n(1+e_n^2) - d_{n-1}(1+e_{n-1}^2)}{2\sqrt{d_{n-1}d_n}e_n}. \end{cases}$$

С помощью сингулярного числа $\sigma_i = \lambda$ запишем первый столбец матрицы

$$\mathbf{B}^T \mathbf{B} - \sigma \mathbf{I} \begin{bmatrix} d_1 - \sigma_i \\ (d_1 d_2)^{1/2} e_2 \\ 0 \\ \Lambda \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (12)$$

Верхняя угловая 2×2 подматрица матрицы \mathbf{Q}_0^T , которая преобразует второй элемент первого столбца матрицы $\mathbf{B}^T \mathbf{B} - \sigma \mathbf{I}$ к нулю, имеет вид

$$\begin{bmatrix} (d_1 - \sigma_i) / \alpha & (d_1 d_2)^{1/2} e_2 / \alpha \\ (d_1 d_2)^{1/2} e_2 / \alpha & (d_1 - \sigma_i) / \alpha \end{bmatrix}, \quad (13)$$

где $\alpha^2 = (d_1 - \sigma_i)^2 + d_1 d_2 e_2^2$.

Считается, что число циклов, которые необходимо выполнить, чтобы в матрице \mathbf{B}^T все околодиагональные элементы стали меньше заданной границы точности, от $2m$ до $5m$ [3]. Это число зависит, с одной стороны, от величины границы точности, с другой – от способа вычисления сингулярных чисел.

Таким образом, процедура заключается в проверке на каждом шаге выполнения неравенств (4). Если они нарушаются до того, как исчерпаны все измерения, то последующие измерения обрабатываются без учета отброшенных параметров.

Разработанный алгоритм является численно устойчивым и позволяет получать более точные оценки.

Литература: 1. Петров Э. Г., Грицок В. И. Оптимизация модели, основанная на ортогональном разложении // Программное обеспечение технических систем. Сб. науч. трудов. К.: ИК АН Украины. 1991. С. 35-39. 2. Грицок В. И. Алгоритмы факторизации для оценки ограниченных параметров // Тез. докл. 3-й межд. конф. "Теория и техника передачи, приема и обработки информации." Харьков. 1997. С. 289. 3. Нотер Н. J. Neue stabile und vektorisierbare Kalmanfilter-algorithmen auf der grundlage von orthogonaltransformationen // DFVLR-FB. 1987. Vol. 52. 185p.

Поступила в редколлегию 28.09.98

Рецензент: д-р техн. наук Шабанов-Кушнаренко С.Ю.

Грицок Вера Ильинична, канд. техн. наук, докторант ХТУРЭ. Научные интересы: стохастические системы управления. Хобби: музыка, литература. Адрес: Украина, 310726, Харьков, пр. Ленина, 14, тел. 40-93-06.