

УДК 621.397

# СТРУКТУРНЫЙ СИНТЕЗ СЕТИ WDM С ОПТИЧЕСКИМИ КОНВЕРТОРАМИ С ПРИМЕНЕНИЕМ МОДЕЛИ, ПРЕДСТАВЛЕННОЙ В ВИДЕ МНОГОСЛОЙНОГО ГРАФА



[Д.В. АГЕЕВ](#),  
[ХАЙДАРА АБДАЛЛА](#)  
Харьковский национальный  
университет радиоэлектроники

*Запропонований метод базується на представленні мережі, що синтезується, як сукупності накладених мереж та використанні багатослоєвого графу. Це дозволило розв'язати задачу одночасного синтезу топології, вибору світлових шляхів, місць встановлення оптичних конверторів та призначення довжин хвиль, а також отримати конфігурацію мережі меншої вартості.*

*The proposed method is based on the representation of the network, which is synthesized as a combination of overlays networks and multilayer graph usage. It is possible to solve the problem of simultaneous topology synthesis, routing and wavelength assignment, optical converters placement, and get the network configuration with lower cost.*

*Предложенный метод основан на представлении синтезируемой сети как совокупности наложенных сетей и использовании многослойного графа. Это позволило решить задачу одновременного синтеза топологии, выбора световых путей, мест установки оптических конверторов и назначения длин волн, а также получить конфигурацию сети меньшей стоимости.*

## Введение

В последнее время наблюдается бурное развитие информационных технологий, при которых телекоммуникационные системы составляют материальную и системообразующую основу. Важной составляющей современных телекоммуникационных систем являются транспортные сети, среди которых наиболее перспективными и эффективными являются оптические сети WDM, обеспечивающие высокие скорости передачи данных, более полное использование пропускной способности волоконно-оптического кабеля и могут использоваться самостоятельно или как базовые для наложенных на них сетей.

В оптических сетях WDM информационные потоки передаются с использованием оптических несущих и вдоль всего пути передачи потока через сеть они не обрабатываются, и не меняется как их содержимое, так и используемая при этом длина волны. Указанные особенности сетей WDM делают непригодными методы структурного и параметрического синтеза, используемые при проектировании сетей с коммутацией пакетов.

Особенностью выбора маршрутов передачи потоков и назначения длин волн в сети может быть возникновение ситуации, когда в сети на различных ее участках есть

незанятые длины волн (есть незадействованные пропускные способности каналов связи), но произвести выбор маршрута и длины волны для обеспечения передачи информационного потока между оконечными узлами невозможно. Одним из методов исключения внутренних блокировок является использование оптических конверторов.

Использование этих методов связано с увеличением стоимости оптической сети за счет использования более производительного оборудования в узлах сети. В то же время в большинстве случаев устранить возникающие внутри сетевые блокировки удается при использовании этих технологий только в части узлов и каналов связи. Оптический конвертор позволяет изменить используемую для передачи информационного потока длину волны на другую. Указанное изменение длины волны позволяет исключить внутренние блокировки, связанные с занятостью используемой ранее длины волны в одном из каналов, входящих в состав пути передачи потока между оконечными узлами транспортной сети. Исследования, описанные в данной статье, направлены на увеличение пропускной способности оптической транспортной сети WDM за счет установки оптических конверторов только в части ее узлов.

## I. Анализ публикаций

Сеть WDM состоит из множества узлов с установленными в них оптическими мультиплексорами, которые соединены между собой волоконно-оптическими линиями связи. Для передачи трафика между абонентскими узлами в оптической транспортной сети WDM необходимо определить световой путь, используемый для этого, а затем каждому из световых путей необходимо назначить длину волны таким образом, чтобы в каждом из оптических каналов не было двух потоков с одинаковой длиной волны. В иностранных публикациях данная задача носит название Routing and Wavelength Assignment (RWA)

Существуют две стратегии для передачи оптических сигналов в сетях WDM. Первая без преобразования длины волны (без использования оптических конверторов), а другая с преобразованием длин волн (с использованием конверторов).

В случае использования в сети конверторов, их расположение в узлах сети возможно следующими способами: в каждом узле сети (полное конвертирование), в части узлов сети (частичное конвертирование). Наиболее распространенным является частичное конвертирование, так как оно позволяет уменьшить стоимость сети.

RWA является сложной комбинаторной задачей, которая относится к классу NP сложности [1]. Критерий оптимальности в задаче RWA может быть разным в зависимости от инженерных требований к сети. Наиболее часто в качестве критерия используется минимум стоимости сети при ограничении на число используемых длин волн (которые называют Min-RWA), или, наоборот, сведение к минимуму вероятности блокировки запроса на соединение за счет максимального количества установленных соединений при ограниченном числе длин волн (Max-RWA).

В работе [2] предложен способ решения задачи Max-RWA для нескольких запросов, где использовалась формулировка задачи как задача целочисленного линейного

программирования, а также эвристики, базирующиеся на использовании теоремы о максимальном покрытии, что гарантирует высокое качество получаемого решения.

Следует отметить, что суть этих подходов заключается в сокращении пространства поиска при рассмотрении ограниченного множества путей - кандидатов (следует отметить, что число путей растет в геометрической прогрессии от числа связей в сети). Это уменьшает число переменных и ограничений в модели, но может привести к пропуску оптимального решения, если число путей-кандидатов недостаточно.

В работе [3] рассмотрено решение задачи распределения длин волн при использовании специального раздела теории графов, который посвящен разбиению множества вершин графа на подмножества попарно несмежных между собой вершин, при котором количество таких подмножеств должно быть минимальным. Иначе говоря, с использованием задачи раскраски графов уменьшается размерность заданного графа и, как следствие, обеспечивается высокое быстродействие этого метода. Однако недостатком этого подхода является отсутствие поиска всех маршрутов, из которых можно выбрать кратчайший.

При синтезе современных мультисервисных телекоммуникационных систем необходимо учитывать многоуровневую структуру, образованную наложенными сетями. Известные ранее подходы при решении задач проектирования используют последовательное решение задач проектирования для каждого из уровней отдельно [4]. При этом результаты проектирования на одном из уровней являются исходными данными для остальных уровней сети, и в процессе проектирования не учитываются взаимосвязи и взаимозависимости между уровнями. В результате, итоговый вариант конфигурации сети не является оптимальным, а в ряде случаев может привести к нестабильной работе проектируемой сети при эксплуатации.

Учет многоуровневой структуры телекоммуникационных систем, образуемой наложенными сетями, можно произвести за счет разделения системы на логическую и физическую сети [5]. При этом топология каждой сети описывалась графом, каждое ребро логической сети представлялось в виде потока, протекающего по физической сети. Использование данного подхода ограничивалось обычно двумя уровнями. При проектировании сетей с большим количеством уровней задача сводилась к двухуровневому случаю, ее решение осуществлялось за счет последовательного проектирования каждого уровня с использованием результатов как исходных данных для проектирования соседнего уровня, что не дает оптимального решения задачи в целом.

Дальнейшим развитием идеи разделения структуры наложенных сетей на логическую и физическую является модель многослойной сети [6, 7]. Каждая наложенная сеть, входящая в состав моделируемой сети, называется слоем. Каждой слой описывается графом, при этом множество вершин графа верхнего слоя является подмножеством вершин нижнего слоя. Для многослойной сети вводится дополнительное ограничение, что каждый канал верхнего слоя соответствует одному или нескольким путям в нижнем слое. Использование описанной модели позволяет решать задачу нахождения структуры каждого уровня телекоммуникационной сети комплексно для всей системы.

В статье [8] предложена динамическая модель структурно-функционального синтеза телекоммуникационных сетей, представленная как разностными уравнениями состояния, так и алгебраическими уравнениями. Новизной модели является то, что она ориентирует на многоэтапную оптимизацию процесса структурно-функционального синтеза сетей, обеспечивая согласованное решение следующих важных задач: выбор топологии транспортной сети, выбор пропускных способностей трактов передачи телекоммуникационных сетей, распределение потоков (маршрутизации), определение порядка подключения отдельных абонентов и сетей доступа к узлам транспортной сети.

В данной статье предложен метод структурно-параметрического синтеза оптической транспортной сети WDM с использованием оптических конверторов. Предлагаемый подход базируется на представлении синтезируемой сети как совокупности наложенных сетей.

## II. Предметная постановка задачи проектирования транспортной сети

Проектируемая телекоммуникационная система является фрагментом мульти-сервисной сети и по своим функциям соответствует уровню транспорта архитектуры NGN. В состав сети входят узлы, в которых устанавливается оборудование оптических кросс-коннекторов, которые связаны между собой оптическими линиями связи. Для устранения возникающих в сети внутренних блокировок при выборе маршрутов и назначения длин волн в части узлов возможна установка оптических коннекторов.

Задано:

$$Z = \{z_i\}$$

- множество узлов оптической сети;

$$Z^a = \{z_i^a\}$$

- подмножество узлов оптической сети, в которых установлены OADM,  $Z^a \subseteq Z$ ;

$$Z^C = \{z_i^C\}$$

- подмножество узлов оптической сети, в которых возможна установка оптических конверторов,  $Z^C \subseteq Z$ ;

$$B = \{b_{ij}\}$$

- избыточное множество каналов связи оптической сети,  
 $b_{ij} = (z_i, z_j)$ ;

$$D = \{d_{ij}\}$$

- затраты на строительство оптических линий связи между узлами  $z_i$  и  $z_j$  оптической сети,  $d_{ij} = D(b_{ij})$ ;

$$D^C = \{d_i^C\}$$

- затраты на установку в узле  $z_i$  оборудования оптического конвертора;

$$M = \{\mu_k\}$$

- множество потоков, передаваемых между абонентами сети;

$$\Lambda = \{\lambda_m\}$$

- множество длин волн, использование которых допустимо в рамках используемой технологии оптической сети.

Необходимо найти:

– результирующую топологию оптической сети,  $B' = \{b'_{ij}\}$ ;

– множество узлов оптической сети, где необходимо установить оптические конверторы,  $Z'^C = \{z'_i{}^C\}$ ;

– маршруты (световой путь) для каждого передаваемого потока в сети,  $\Pi^\mu = \{\pi_k^\mu\}$ , где  $\pi_k^\mu = (z_i, \dots, z_s, \dots, z_j)$  – маршрут (упорядоченная последовательность узлов сети) для передачи потока  $\mu_k \in M$ ;

– распределение длин волн, используемых в каждом из каналов оптической транспортной сети, для передачи потоков по световым путям,  $\lambda_{ij}^k = \lambda(b'_{ij})$ ,  $\lambda_{ij}^k \in \{\lambda_m\} \subseteq \Lambda$ .

Критерием оптимальности является минимум затрат на строительство сети с учетом стоимости установки оборудования оптических конверторов.

### III. Синтез многослойного графа, описывающего исходную структуру синтезируемой оптической транспортной сети

Проектируемая сеть имеет многоуровневую технологическую архитектуру, образуемую наложенными сетями. Для ее описания удобно использовать в качестве математической модели многослойный граф.

Описание метода проектирования современных телекоммуникационных систем с использованием многоуровневых графов рассмотрено в работах [9 – 11].

Опишем основные этапы методики проектирования с использованием многослойных графов.

1. Анализ предметной задачи и синтез исходного избыточного многослойного графа, описывающего топологическую и функциональную структуру проектируемой системы.

2. Постановка оптимизационной задачи проектирования телекоммуникационной системы.

3. Решение оптимизационной задачи (поиск оптимального многослойного подграфа исходного избыточного многослойного графа).

4. Интерпретация полученного на предыдущем шаге многослойного графа в принимаемое проектное решение.

Для решения задачи необходимо синтезировать начальный избыточный многослойный граф  $MLG = (G, V, E)$ . Для этого мы должны выполнить следующие шаги:

1. Выделить в синтезируемой сети отдельные наложенные слои.

2. Каждый слой описать графом, описывающим связи на каждом из слоев.

3. Задать ребра, образующие связи между слоями.

4. Присвоить ребрам и вершинам  $MLG = (G, V, E)$  набор величин, характеризующих значения параметров соответствующих элементов и связей моделируемой системы.

Для решения поставленной задачи структурного и параметрического синтеза оптической транспортной сети в ее структуре можно выделить следующие уровни, имеющие наложенный принцип:

- уровень информационных потоков, передаваемых в оптической транспортной сети;



- уровень оптической сети, определяемый ее узлами и оптическими каналами связи;

- уровень световых путей, описывающий маршруты передачи оптических сигналов и используемые при этом длины волн.

Согласно общей методике структурного синтеза с использованием многослойного графа опишем каждый из наложенных уровней графом соответствующего слоя многослойного графа.

Граф верхнего слоя  $\Gamma^F = (V^F, E^F)$  описывает потоки, передаваемые между узлами OADM через оптическую транспортную сеть. Данный граф содержит вершины  $V^F = \{v_i^F\}$ , которые соответствуют узлам  $z_i^a \in Z^a$ , где установлены OADM:

$$z_i^a \Leftrightarrow v_i^F, \quad \forall z_i^a \in Z^a, v_i^F \in V^F \quad (1)$$

и ребра  $E^F = \{e_{ij}^F\}$ , соответствующие потокам  $\mu_k \in M$ , передаваемым через сеть WDM между парой узлов  $(z_i^a, z_j^a)$

$$\mu_k \Leftrightarrow e_{ij}^F, \quad \forall \mu_k \in M, e_{ij}^F \in E^F, e_{ij}^F = (v_i^F, v_j^F). \quad (2)$$

Граф слоя  $\Gamma^{ON} = (V^{ON}, E^{ON})$  моделирует структуру оптической транспортной сети. Граф содержит вершины  $V^{ON} = \{v_i^{ON}\}$ , которые соответствуют узлам  $z_i \in Z$  оптической сети WDM:

$$z_i \Leftrightarrow v_i^{ON}, \quad \forall z_i \in Z, v_i^{ON} \in V^{ON}. \quad (3)$$

Каждому потенциальному каналу связи  $b_{ij} \in B$  оптической сети в состав графа вводится ребро  $e_{ij}^{ON}$ :

$$b_{ij} \Leftrightarrow e_{ij}^{ON}, \quad \forall b_{ij} \in B, e_{ij}^{ON} \in E^{ON}, e_{ij}^{ON} = (v_i^{ON}, v_j^{ON}). \quad (4)$$

Таким образом, структура графа  $\Gamma^{ON} = (V^{ON}, E^{ON})$  описывает избыточную топологию оптической сети, которая в дальнейшем будет оптимизироваться путем удаления ребер  $e_{ij}^{ON}$  графа  $\Gamma^{ON}$ .

При синтезе графа, описывающего уровень световых путей, необходимо учесть специфические свойства, определяемые технологией WDM, а именно невозможность изменения длины волны в процессе передачи потока через сеть. Для этого уровень световых путей опишем совокупностью графов  $\Gamma^{LP} = \{\Gamma^\lambda\}$ . В этой совокупности каждый граф  $\Gamma^\lambda$  описывает логическую структуру, образуемую световыми путями. Количество графов  $\Gamma^\lambda$  в совокупности  $\Gamma^{LP}$  равно количеству доступных для передачи потоков длин волн:

$$\forall \lambda \in \Lambda \exists \Gamma^\lambda \in \Gamma^{LP}. \quad (5)$$

Все графы этой совокупности являются взаимно несвязанными, то есть не существует пути, связывающего вершины, принадлежащие разным графам.

Синтез графов  $\{\Gamma^\lambda\}$  проведем следующим образом. Для каждой длины волны  $\lambda \in \Lambda$  создадим граф  $\Gamma^\lambda$ . Вершины графа  $V^\lambda = \{v_i^\lambda\}$  соответствуют узлам  $z_i \in Z$  оптической сети WDM. Ребра  $e_{ij}^\lambda = (v_i^\lambda, v_j^\lambda)$  графа  $\Gamma^\lambda$  соответствуют использованию в соответствующем оптическом канале  $b_{ij} \in B$  длины волны  $\lambda \in \Lambda$ . Таким образом, если в канале  $b_{ij}$  допустимо использование длины волны  $\lambda$ , то в состав соответствующего графа  $\Gamma^\lambda$  вводится ребро  $e_{ij}^\lambda$ . В рамках решаемой задачи допускается использование в каждом канале  $b_{ij}$  оптической сети всего набора допустимых длин волн  $\lambda \in \Lambda$ . В этом случае структура каждого графа  $\Gamma^\lambda$  совокупности  $\Gamma^{LP}$  повторяет структуру графа оптической сети:

$$\forall \lambda \in \Lambda, \forall z_i \in Z \quad \exists v_i^\lambda \in V^\lambda; \quad (6)$$

$$\forall \lambda \in \Lambda, \forall b_{ij} \in B \quad \exists e_{ij}^\lambda \in E^\lambda, e_{ij}^\lambda = (v_i^\lambda, v_j^\lambda); \quad (7)$$

$$v_i^{ON} \Leftrightarrow v_i^\lambda, \quad \forall v_i^{ON} \in V^{ON}, \forall \lambda \in \Lambda; \quad (8)$$

$$e_{ij}^{ON} \Leftrightarrow e_{ij}^\lambda, \quad \forall e_{ij}^{ON} \in E^{ON}, \forall \lambda \in \Lambda, \forall e_{ij}^\lambda \in E^\lambda. \quad (9)$$

На следующем этапе производится синтез графа  $\Gamma' = (V', E')$ , связывающего вершины графов различных слоев, который описывает логические и физические связи между элементами различных уровней. Между слоем, описывающим уровень потоков, и слоем, соответствующим уровню оптической сети, вводится множество ребер, связывающих вершины  $V^F$  графа  $\Gamma^F$  с вершинами  $V^{ON}$  графа  $\Gamma^{ON}$ , которые соответствуют логической связи «расположен» и описывают местоположения узлов OADM. Для этого каждую вершину графа  $\Gamma^F$ , которая соответствует узлу источнику или получателю потока  $\mu_k \in M$ , связывают ребром  $e'_{ij} = (v_i^F, v_j^{ON})$  с вершиной графа  $\Gamma^{ON}$ , соответствующей узлу оптической сети WDM, в котором этот OADM расположен:

$$\exists e'_{ij} \in \Gamma', \quad \forall z_j \in Z^a, z_i^a = z_j, \quad e'_{ij} = (v_i^F, v_j^{ON}). \quad (10)$$

С помощью графа  $\Gamma'$  связываются вершины графа слоя оптической сети с графами слоя световых путей. При этом структура связывающего слоя подграфа различаются для узлов, где возможна установка оборудования оптического конвертора и для узлов, где установка оптического конвертора недопустима.

Для узлов оптической сети, где недопустима установка оптических конверторов ( $z_i \notin Z^C$ ), вводится множество ребер  $\{e'_i\}$  (рис. 1,а), связывающих, соответствующую этому узлу вершину  $v_i^{ON}$  графа уровня оптической сети  $\Gamma^{ON}$  и вершины графов  $\{\Gamma^\lambda\}$ :

$$\forall \lambda \in \Lambda, \forall z_i \notin Z^C \quad \exists e'_i \in E', e'_i = (v_i^{ON}, v_i^\lambda), v_i^{ON} \in V^{ON}, v_i^\lambda \in V^\lambda. \quad (11)$$

Для моделирования в этих узлах оптической сети запрета изменения длины волны вводится условие, что суммарная величина потока, протекающего по ребрам

$e'_i = (v_i^{ON}, v_i^\lambda)$ , должна быть равна нулю. То есть потоки, протекающие по ребру  $e'_i = (v_i^{ON}, v_i^\lambda)$ , должны друг друга компенсировать или отсутствовать.

Исключение составляют только узлы-источники и узлы-получатели. Для них допускается протекание отличного от нуля потока по ребру  $e'_i = (v_i^{ON}, v_i^\lambda)$ , связывающему вершину  $v_i^{ON}$  графа  $\Gamma^{ON}$  с вершиной  $v_i^\lambda$  графа  $\Gamma^\lambda$  слоя световых путей, которая соответствует длине волны, используемой для передачи потока. При этом для узла источника допускается протекание потока в направлении от  $v_i^{ON}$  к  $v_i^\lambda$ , а для узла получателя – в обратном направлении от  $v_i^\lambda$  к  $v_i^{ON}$ . Для остальных ребер, связывающих вершину  $v_i^{ON}$  графа  $\Gamma^{ON}$  с соответствующими вершинами совокупности графов  $\{\Gamma^\lambda\}$  поток должен быть равен нулю.

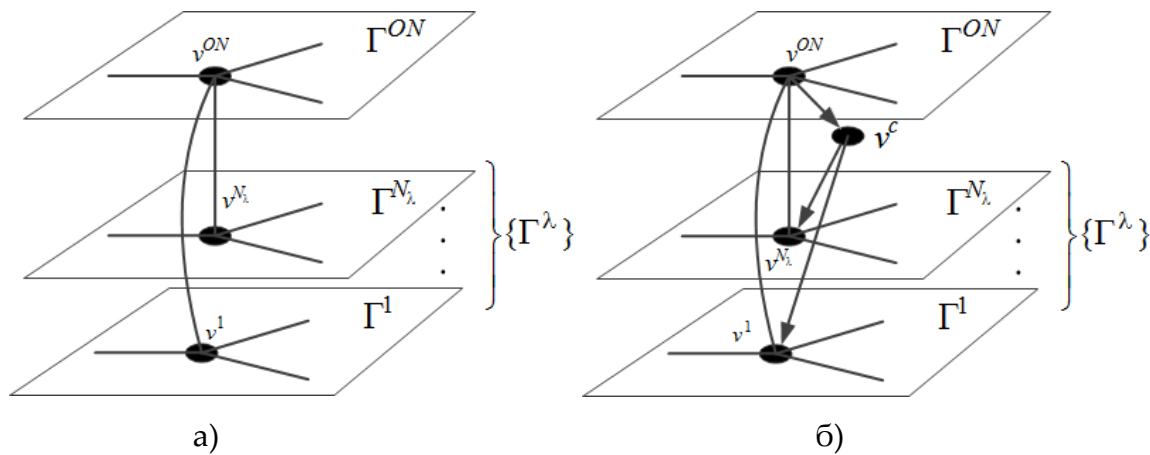


Рис. 1. Граф, связывающий слои многослойного графа, для узла без оптического конвертора (а) и с оптическим конвертором (б)

Для узлов оптической сети, где допускается установка оптических конверторов  $z_i \in Z^C$ , в состав, связывающего слои графа  $\Gamma'$ , вводятся ребра  $e'_i = (v_i^{ON}, v_i^\lambda)$ , аналогично предыдущему случаю

$$\forall \lambda \in \Lambda, \forall z_i \in Z^C \quad \exists e'_i \in E', e'_i = (v_i^{ON}, v_i^\lambda), v_i^{ON} \in V^{ON}, v_i^\lambda \in V^\lambda. \quad (12)$$

Кроме этого вводится дополнительная вершина  $v_i^C$  (рис. 1,б):

$$\forall z_i \in Z^C \quad \exists v_i^C \in V', \quad (13)$$

с которой вершина  $v_i^{ON}$  графа  $\Gamma^{ON}$ , соответствующей узлу  $z_i \in Z^C$  связывается дугой  $\bar{e}_i^c$ :

$$\forall z_i \in Z^C \quad \exists \bar{e}_i^c \in E', \bar{e}_i^c = (v_i^{ON}, v_i^C), v_i^{ON} \in V^{ON}, v_i^C \in V'. \quad (14)$$

Далее в состав графа  $\Gamma'$ , связывающего слои многослойного графа, вводится множество дуг  $\{\bar{e}_i^{c\lambda}\}$ , которые связывают вершину  $v_i^C$  с вершинами графов  $\{\Gamma^\lambda\}$  слоя световых путей, соответствующими узлу  $z_i \in Z^C$ :

$$\forall z_i \in Z^C, \forall \lambda \in \Lambda \quad \exists \bar{e}_i^{c\lambda} \in E', \bar{e}_i^{c\lambda} = (v_i^C, v_i^\lambda), v_i^C \in V', v_i^\lambda \in V^\lambda. \quad (15)$$



Введение описанной выше дополнительной вершины и множества дуг образует дополнительный путь протекания потоков, позволяет производить изменение используемой длины волны (производить переход с одного графа  $\Gamma^{\lambda_1}$  на другой граф  $\Gamma^{\lambda_2}$ ). В этом случае для потоков, протекающих по ребрам графа, связывающего слои, должно выполняться условие, что для узла, не являющегося узлом-источником или узлом-получателем, поток, протекающий по ребру  $e'_i = (v_i^{ON}, v_i^\lambda)$ , должен компенсироваться встречным потоком или потоком, протекающим через вершину  $v_i^C$ . Для узлов-источников и узлов-получателей условия, выдвигаемые к потокам, аналогичны условиям для узлов, где недопустимо установка оптических конверторов.

Исходный избыточный многослойный граф  $MLG$  получаем в результате объединения описанных выше графов его слоев и графа, связывающего слои между собой

$$MLG = \Gamma^F \cup \Gamma^{ON} \cup \left( \bigcup_{\lambda} \Gamma^{\lambda} \right) \cup \Gamma^C. \quad (16)$$

Следующим этапом, согласно общей методике структурного синтеза с использованием многослойного графа, является присвоение ребрам и вершинам многослойного графа  $MLG$  параметров, характеризующих свойства различных структурных элементов описываемой оптической транспортной сети WDM.

В рамках решаемой задачи структурного и параметрического синтеза к основным параметрам, которые необходимо учесть, относятся затраты на строительство оптических линий связи  $D = \{d_{ij}\}$ , затраты на установку в узлах оптических конверторов  $D^C = \{d_i^C\}$  и ограниченность пропускной способности оптических каналов связи. Для учета этих свойств синтезируемой сети припишем параметры следующим ребрам многослойного графа  $MLG$ .

Ребрам  $e_{ij}^{ON} \in V^{ON}$ , которые соответствуют линиям связи  $b_{ij}$  оптической транспортной сети, приписывают вес, равный затратам на строительство данной линии связи:

$$d(e_{ij}^{ON}) = d_{ij}. \quad (17)$$

Дуге  $\bar{e}_i^C = (v_i^{ON}, v_i^C)$  приписывают вес равный затратам на установку в данном узле оптического конвертора

$$d(\bar{e}_i^C) = d_i^C. \quad (18)$$

Ребрам  $e_{ij}^\lambda = (v_i^\lambda, v_j^\lambda)$  графов  $\{\Gamma^\lambda\}$  присваивается пропускная способность равная единице

$$c(e_{ij}^\lambda) = 1, \quad (19)$$

этим самым мы ограничиваем количество потоков, которые могут протекать по ребру, и учитываем ограничение, накладываемое технологией WDM на то, что в каждом канале связи на одной и той же длине волны может передавать только один поток.

Полученная структура используется в дальнейшем при решении задачи структурного и параметрического синтеза оптической транспортной сети.

#### IV. Решение задачи с применением математической модели многослойного графа

Для решения задачи необходимо описать потоки, протекающие по ребрам многослойного графа  $MLG$ . При решении данной задачи мы воспользуемся многопродуктовой потоковой моделью.

По ребрам  $e_{ij}^F$  графа  $\Gamma^F$  слоя информационных потоков пропустим поток  $k$ -го продукта от вершины  $v_i^F$  к  $v_j^F$ :

$$\forall \mu_k \quad \exists \gamma_k = \gamma(e_{ij}^F) = 1. \quad (20)$$

При протекании потока в ребре  $e_{ij}^F$ , согласно потоковой модели на многослойном графе [11], должны существовать потоки такой же величины, протекающие ребрами графа слоя оптической сети, а те, в свою очередь, создают потоки в ребрах графов слоя световых путей. Распределение потоков в ребрах графов слоев и в графе, связывающем слои, не должно нарушать требования к пропускной способности ребер, а также приведенные ранее условия для потоков в ребрах подграфа, связывающего слой оптической сети со слоем световых путей.

Таким образом, суть решаемой задачи сводится к нахождению подграфа  $MLG'$  исходного многослойного графа  $MLG$ , обеспечивающего передачу информационных потоков, с учетом требований к структуре многослойного графа [9] и к потокам, протекающим по его ребрам [11], так чтобы суммарный вес подграфа  $MLG'$  был минимальным.

Для решения подзадачи нахождения структуры многослойного подграфа минимального и распределения потоков в нем введем следующие переменные и обозначения:

$\gamma_i^k$  - величина потока  $k$ -го продукта, протекающего по ребру  $e'_{ij} = (v_i^F, v_j^{ON})$  графа  $\Gamma'$ , связывающего слои многослойного графа, величина потока имеет положительное значение для узла-источника и отрицательное – для узла-получателя:

$$\gamma_i^k = \gamma(e_{ij}^F), \quad (21)$$

$$\gamma_j^k = -\gamma(e_{ij}^F), \quad (22)$$

где:  $x_{ijk}^{ON}$  - величина потока  $k$ -го продукта, протекающего по ребру  $e_{ij}^{ON} = (v_i^{ON}, v_j^{ON})$  графа слоя оптической сети  $\Gamma^{ON}$ ;

$x_{ik}^{ON,\lambda}$  - величина потока  $k$ -го продукта, протекающего по ребру  $e'_i = (v_i^{ON}, v_i^\lambda)$ , связывающему вершину  $v_i^{ON}$  графа слоя оптической сети  $\Gamma^{ON}$  с вершиной  $v_i^\lambda$  графа слоя световых путей  $\Gamma^\lambda$ ;

- $x_{ik}^C$  - величина потока  $k$ -го продукта, протекающего по дуге  $\bar{e}_i^C = (v_i^{ON}, v_i^C)$ , связывающей вершину  $v_i^{ON}$  графа слоя оптической сети  $\Gamma^{ON}$  с дополнительной вершиной  $v_i^C$  графа  $\Gamma'$ , связывающего слои многослойного графа;
- $x_{ik}^{C,\lambda}$  - величина потока  $k$ -го продукта, протекающего по дуге  $\bar{e}_i^{C\lambda} = (v_i^C, v_i^\lambda)$ , связывающей дополнительную вершину  $v_i^C$  графа  $\Gamma'$ , связывающего слои многослойного графа с вершиной  $v_i^\lambda$  графа слоя световых путей  $\Gamma^\lambda$ ;
- $x_{ijk}^\lambda$  - величина потока  $k$ -го продукта, протекающего по ребру  $e_{ij}^\lambda = (v_i^\lambda, v_j^\lambda)$  графа слоя световых путей  $\Gamma^\lambda$ ;
- $y_i^C$  - переменная, отображающая, входит ли дуга  $\bar{e}_i^C = (v_i^{ON}, v_i^C)$  в состав результирующего многослойного графа;
- $y_{ij}^{ON}$  - переменная, отображающая, входит ли ребро  $e_{ij}^{ON} = (v_i^{ON}, v_j^{ON})$  в состав результирующего многослойного графа.

Запишем условия, которые должны выполняться для потоков протекающих по ребрам многослойного графа.

Для потоков слоя оптической сети должно выполняться условие сохранения потоков в вершинах графа:

$$\sum_j x_{ijk}^{ON} = \begin{cases} 0, & z_i \notin Z^a; \\ \gamma_i^k, & z_i \in Z^a, \end{cases} \quad \forall k. \quad (23)$$

А также условие, что потоку, протекающему по ребру данного графа, должен соответствовать поток в слое световых путей:

$$\sum_\lambda x_{ijk}^\lambda = x_{ijk}^{ON}, \quad \forall e_{ij}^{ON} \in E^{ON}, \forall k. \quad (24)$$

Аналогично для потоков, протекающих ребрами графов  $\{\Gamma^\lambda\}$  слоя световых путей, должно выполняться условие сохранения потоков в вершинах графа, которое для узла, где недопустима установка оптического конвертора, можно записать следующим образом:

$$\sum_j x_{ijk}^\lambda = x_{ik}^{ON,\lambda}, \quad \forall \lambda \in \Lambda, \forall z_i \notin Z^C, \forall k, \quad (25)$$

а для узлов, где допустима установка оптического конвертора, условие сохранения потоков будет иметь вид:

$$\sum_j x_{ijk}^\lambda = x_{ik}^{ON,\lambda} + x_{ik}^{C\lambda}, \quad \forall \lambda \in \Lambda, \forall z_i \in Z^C, \forall k. \quad (26)$$

Кроме условия сохранения потоков в вершине (25) и (26) для потоков, протекающих ребрами графов  $\{\Gamma^\lambda\}$  должно выполняться ограничение на пропускную способность ребер:

$$\sum_k x_{ijk}^\lambda \leq c(e_{ij}^\lambda), \quad \forall e_{ij}^\lambda \in E^\lambda, \forall \lambda \in \Lambda. \quad (27)$$

Для потоков, протекающих ребрами графа  $\Gamma'$ , связывающими граф  $\Gamma^{ON}$  слоя оптической сети с графами слоя световых путей, должны выполняться следующие условия. Для узлов, где недопустима установка оптического конвертора, условие можно записать как:

$$x_{ik}^{ON,\lambda} = \begin{cases} 0, & \forall z_i \notin Z^a, z_i \notin Z^C; \\ \gamma_i^k, & \forall z_i \in Z^a, \end{cases} \quad \forall \lambda \in \Lambda, \forall k. \quad (28)$$

А для узлов сети, где допустима установка оптических конверторов, это условие можно записать как

$$x_{ik}^{ON,\lambda} + x_{ik}^{C\lambda} = \begin{cases} 0, & z_i \notin Z^a; \\ \gamma_i^k, & z_i \in Z^a, \end{cases} \quad \forall z_i \in Z^C, \forall \lambda \in \Lambda, \forall k. \quad (29)$$

Дополнительно нужно запретить протекание потоков в пределах слоя световых путей из одного графа в другой, минуя дугу  $\bar{e}_i^c$ . Это можно обеспечить, задав условие:

$$x_{ik}^{ON,\lambda} \leq 0 \quad \forall z_i \notin Z^a, z_i \in Z^C, \forall \lambda \in \Lambda, \forall k. \quad (30)$$

Условие сохранения потоков в вершинах  $v_i^C$  графа, связывающего слои, имеет следующий вид:

$$\sum_\lambda x_{ik}^{C\lambda} = x_{ik}^C, \quad \forall z_i \in Z^C, \forall k. \quad (31)$$

Запишем условие, что потоки могут протекать по дуге  $\bar{e}_i^C = (v_i^{ON}, v_i^C)$  и по ребру  $e_{ij}^{ON} = (v_i^{ON}, v_j^{ON})$  только в том случае, если они входят в состав графа:

$$\sum_k x_{ik}^C \leq Ky_i^C, \quad \forall z_i \in Z^C, K = |M|; \quad (32)$$

$$\sum_k x_{ijk}^{ON} \leq Ky_{ij}^{ON}, \quad \forall e_{ij}^{ON} \in E^{ON}, K = |M|. \quad (33)$$

На многослойном графе  $MLG$  находим распределение потоков такое, чтобы выполнялись приведенные выше ограничения (23) - (33). Затем из структуры исходного многослойного графа исключаем ребра и вершины, через которые не протекают потоки, и получаем результирующую структуру графа  $MLG'$ . В результате решения задачи необходимо найти структуру графа  $MLG'$ , так чтобы его вес был минимальный.

Сформулируем данную задачу, как задачу целочисленного линейного программирования.

Целевая функция:

$$\sum_{e_{ij}^{ON} \in E^{ON}} d_{ij} y_{ij}^{ON} + \sum_{v_i^C \in V'} d_i^C y_i^C \rightarrow \min. \quad (34)$$

Ограничения:

$$\sum_j x_{ijk}^{ON} = \begin{cases} 0, & z_i \notin Z^a; \\ \gamma_i^k, & z_i \in Z^a, \end{cases} \quad \forall k. \quad (35)$$

$$\sum_{\lambda} x_{ijk}^{\lambda} = x_{ijk}^{ON}, \quad \forall e_{ij}^{ON} \in E^{ON}, \forall k. \quad (36)$$

$$\sum_j x_{ijk}^{\lambda} = x_{ik}^{ON, \lambda}, \quad \forall \lambda \in \Lambda, \forall z_i \notin Z^C, \forall k, \quad (37)$$

$$\sum_j x_{ijk}^{\lambda} = x_{ik}^{ON, \lambda} + x_{ik}^{C\lambda}, \quad \forall \lambda \in \Lambda, \forall z_i \in Z^C, \forall k. \quad (38)$$

$$\sum_k x_{ijk}^{\lambda} \leq c(e_{ij}^{\lambda}), \quad \forall e_{ij}^{\lambda} \in E^{\lambda}, \forall \lambda \in \Lambda. \quad (39)$$

$$x_{ik}^{ON, \lambda} = \begin{cases} 0, & \forall z_i \notin Z^a, z_i \notin Z^C; \\ \gamma_i^k, & \forall z_i \in Z^a, \end{cases} \quad \forall \lambda \in \Lambda, \forall k. \quad (40)$$

$$x_{ik}^{ON, \lambda} + x_{ik}^{C\lambda} = \begin{cases} 0, & z_i \notin Z^a; \\ \gamma_i^k, & z_i \in Z^a, \end{cases} \quad \forall z_i \in Z^C, \forall \lambda \in \Lambda, \forall k. \quad (41)$$

$$x_{ik}^{ON, \lambda} \leq 0 \quad \forall z_i \notin Z^a, z_i \in Z^C, \forall \lambda \in \Lambda, \forall k. \quad (42)$$

$$\sum_{\lambda} x_{ik}^{C\lambda} = x_{ik}^C, \quad \forall z_i \in Z^C, \forall k. \quad (43)$$

$$\sum_k x_{ik}^C \leq Ky_i^C, \quad \forall z_i \in Z^C, K = |M|; \quad (44)$$

$$\sum_k x_{ijk}^{ON} \leq Ky_{ij}^{ON}, \quad \forall e_{ij}^{ON} \in E^{ON}, K = |M|. \quad (45)$$

Поставленная задача в формулировке (34) - (45) решается с применением ранее известных методов решения задач целочисленного программирования, реализованные в пакетах математического моделирования. В работе для решения данной задачи применялся программный пакет CPLEX v.12.

## В Исследование эффективности предложенного метода синтеза

Методика исследования эффективности предложенного в работе метода структурного и параметрического синтеза транспортной сети WDM с оптическими конверторами базируется на сравнительном анализе структур сети, полученных

предлагаемым методом и ранее известным методом. Критерием оценки являлась стоимость полученной структуры сети. В качестве ранее известного метода использовался метод, базирующийся на последовательном решении задачи синтеза топологии и задачи выбора световых путей, определения мест установки оптических конверторов и привязки длин волн. При проведении эксперимента по сравнительному анализу предлагаемого в работе метода и ранее известного оба метода запускались при одинаковых наборах исходных данных. Размерность синтезируемой сети менялась от 15 узлов оптической сети до 50.

Результаты эксперимента для различных исходных данных и количества узлов сети представлены в виде графика зависимости относительного среднего выигрыша от применения предложенного метода (рис. 2).

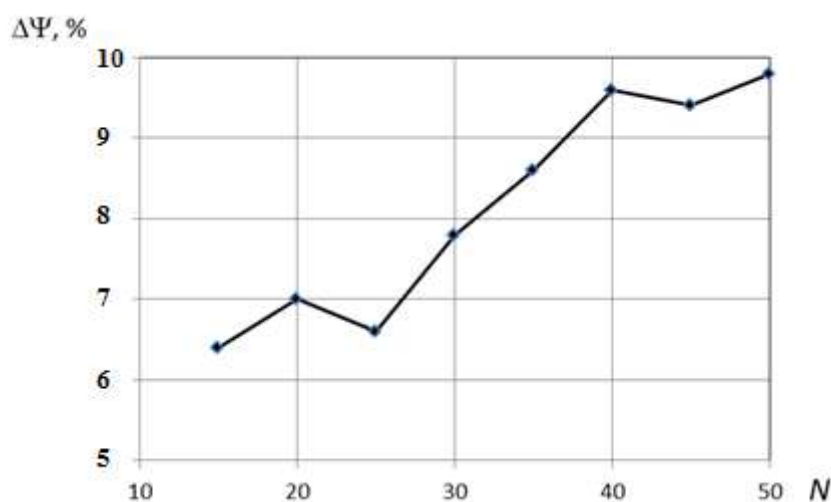


Рис. 2. График зависимости относительного выигрыша от применения, предложенного в работе метода синтеза сети WDM с оптическими конверторами

Анализ результатов эксперимента свидетельствует, что предлагаемый в работе метод позволяет получить решение, которое не уступает по стоимостному показателю методу, базирующемуся на последовательном синтезе наложенных сетей. Кроме того следует отметить, что предлагаемый в работе метод позволяет за счет совместного решения задач получить вариант структуры сети, который в среднем на 6-10 % имеет меньшую стоимость.

## Выводы

Применение, при решении задачи структурного и параметрического синтеза оптической транспортной сети WDM, математической модели в виде многослойного графа позволяет совместно решать задачу синтеза топологии, выбора мест установки оптических конверторов, выбора световых путей и назначения длин волн.

При описании наложенной структуры сети WDM, необходимо выделить такие слои как слой информационных потоков, слой оптической сети, слой световых пу-



тей. Представление слоя световых путей в виде совокупности непересекающихся графов позволяет адекватно описать особенности формирования оптических путей.

Синтез многопродуктовой потоковой модели на многослойном графе позволяет свести исходную задачу структурного и параметрического синтеза оптической транспортной сети к задаче целочисленного линейного программирования, что позволяет решать ее с использованием стандартных математических программных пакетов.

По результатам сравнительного анализа с ранее известными методами установлено, что это позволило уменьшить стоимость результирующей структуры сети в среднем на 8%.

Предложенная в статье методика будет полезна на практике при проектировании гетерогенной транспортной сети современных мультисервисных телекоммуникационных систем.

### Список литературы:

1. Chlamtac I., Ganz A., Karmi G. Lightpath Communications: An Approach to High Bandwidth Optical WAN's // IEEE Transactions on Communications. – 1992. – Vol.40, N.7. – P. 1171–1182.
2. Saad M., Luo Z-Q. On the Routing and Wavelength Assignment in Multifiber WDM Networks // IEEE Journal on Selected Areas in Communications. – 2004. – Vol. 22, N. 9. – P. 1708–1717.
3. Ali M., Ramamurthy B., Deogun J.S. Routing algorithms for all-optical networks with power consideration: The unicast case // Proc of the 8th IEEE ICCCN'99, Boston-Natick MA. – 1999. – P. 335–340.
4. Sahasrabudde L., Ramaswami R., Mukherjee B. Fault Management in IP-Over-WDM Networks: WDM Protection Versus IP Restoration // IEEE Journal on Selected Areas in Communications. – 2002. – Vol. 20, Issue 1. – P. 21–33.
5. Haider M., Mazurek M., Dymora P. Designing of multichannel optical communication systems topologies criteria optimization // Informatica. – 2003. – Vol. 1. – P. 277–284.
6. Knippel A., Lardeux B. The Multi-Layered Network Design Problem // European Journal of Operational Research. – 2007. – Vol. 138, Issue 1. – P. 87–99.
7. Guolong Zhu, Qingji Zeng, Tong Ye, Junjie Yang Joint network design in multilayer networks // Proceedings of SPIE. – 2003. – Vol. 5282. – P. 460–469.
8. Лемешко А.В. Динамическая модель структурно-функционального синтеза транспортной ТКС [Электронный ресурс] / А.В. Лемешко, В.Л. Стерин // Проблемы телекоммуникаций. – 2011. – № 3 (5). – С. 8 – 17. – Режим доступа: [http://pt.journal.kh.ua/2011/3/1/113\\_lemeshko\\_synthesis.pdf](http://pt.journal.kh.ua/2011/3/1/113_lemeshko_synthesis.pdf).
9. Агеев Д.В. Моделирование современных телекоммуникационных систем многослойными графами [Электронный ресурс] // Проблемы телекоммуникаций. – 2010. – № 1(1) – С. 23–34. – Режим доступа: [http://pt.journal.kh.ua/2010/1/1/101\\_ageyev\\_simulation.pdf](http://pt.journal.kh.ua/2010/1/1/101_ageyev_simulation.pdf).
10. Агеев Д.В. Методика описания структуры современных телекоммуникационных систем с использованием многослойных графов // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. – 2010. – № 6. – С. 56–59.
11. Агеев Д.В. Метод проектирования телекоммуникационных систем с использованием потоковой модели для многослойного графа [Электронный ресурс] // Проблемы телекоммуникаций. – 2010. – № 2 (2) – Режим доступа: [http://pt.journal.kh.ua/2010/2/2/102\\_ageyev\\_layer.pdf](http://pt.journal.kh.ua/2010/2/2/102_ageyev_layer.pdf).