

# ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА БРОЙДЕНА ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ НЕСТАЦИОНАРНЫХ РЕЖИМОВ ТЕЧЕНИЯ ГАЗА ПО УЧАСТКУ ТРУБОПРОВОДА

Соловьев А. М.

Научный руководитель – к.т.н., проф. Гусарова И.Г.  
Харьковский национальный университет радиоэлектроники  
(61166, Харьков, пр. Науки, 14, каф. Прикладной математики,  
тел. (057) 702-14-36)

e-mail: [oleksii.soloviov@nure.ua](mailto:oleksii.soloviov@nure.ua)

This work is devoted to the modeling of the non-stationary gas flowing modes using uniform finite difference grid for modeling this process with the desired speed and accuracy. It would be desirable to reach it by using Broyden's method for solving system of finite difference equations in the modeling process and analyze the results of simulation with various steps on a spatial and time variable.

Для предотвращения аварийных ситуаций, возникающих в газотранспортных системах, интуитивно понятен способ предугадывания всех возможных вариантов аварий для выработки наиболее эффективных действий по их предотвращению или ликвидации. Для практической реализации этого способа необходимы, в том числе, численные методы, которые будут применимы для решения задач, основанных на математических моделях возникающих физических процессов. Возможности современной науки позволяют найти, выбрать, проверить работоспособность и проанализировать эффективность этих методов для конкретных задач, что позволяет выбрать лучший, в контексте поставленной цели, способ решения.

В газотранспортных системах процессы течения газа в нештатных или аварийных ситуациях являются нестационарными и неизотермическими. Такие процессы в общем случае описываются квазилинейной системой дифференциальных уравнений в частных производных. [1]

Одним из методов, который можно применить к решению этой системы является метод конечных разностей с использованием равномерной конечно-разностной сетки (РКРС), в процессе применения которого возникает необходимость решения системы нелинейных уравнений.

Целью работы является выбор математической модели нестационарного неизотермического режима течения газа (ННРТГ) по участку трубопровода, применение метода конечных разностей с использованием РКРС и разработка алгоритма для решения системы дифференциальных уравнений в частных производных гиперболического типа, описывающих такие режимы, разработка алгоритма решения конечно-разностной системы нелинейных уравнений методом Бройдена в контексте данной модели, выбор шага по пространственной и временной переменной, анализ результатов.

Система для описания ННРТГ имеет вид:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + B(x, t, \phi) \frac{\partial \phi}{\partial x} = \Phi(x, t, \phi), \quad (1)$$

где  $B, \Phi$  – матрицы, элементы которых заданные непрерывно дифференцируемые в некоторой области изменения своих аргументов функции переменных  $x, t, W, P, T$ ;  $\phi = (W(x, t), P(x, t), T(x, t))$  – некоторое непрерывно дифференцируемое в области  $G'$  решение уравнения (1). [1]

Применяя метод конечных разностей к данной системе, дополненной начальными и граничными условиями, найдем ее решение. Для этого предлагается соответствующий алгоритм.

Численное решение ищется с использованием РКРС. [1] Подставляем в систему (1) аппроксимацию производных и получаем систему нелинейных алгебраических уравнений.

Данную систему будем решать методом Бroyдена. На  $s$ -й итерации  $k$ -го временного слоя получаем систему линейных уравнений, которая в общем виде будет иметь вид:

$$\begin{aligned} \left[ \frac{\partial \psi^k}{\partial \phi^k} \right]_{\phi^{k,0}} \delta \phi^{k,1} &= \psi^{k,0}, \text{ при } s=0, \\ A^{k,s} \delta \phi^{k,s+1} &= \psi^{k,s}, \text{ при } s=1, 2, \dots, \end{aligned}$$

где  $\left[ \frac{\partial \psi^k}{\partial \phi^k} \right]_{\phi^{k,0}}$  – матрица Якоби,  $A^{k,s}$  – аппроксимация матрицы Якоби,

которая на каждом шаге, кроме нулевого, пересчитывается по формуле:

$$A^{k,s+1} = A^{k,s} + \frac{(\psi^{k,s+1} - \psi^{k,s} + A^{k,s} \cdot \delta \phi^{k,s+1}) \cdot \delta \phi^{k,s+1}}{\|\delta \phi^{k,s+1}\|^2}.$$

Использовать предложенный алгоритм возможно, зная параметры с предыдущего временного слоя и граничные условия, и с его помощью можно отыскать значения параметров на  $k$ -ом временном слое.

Для решения поставленной задачи расчета ННРТГ для участка трубопровода был создан программный продукт, написанный в математическом пакете Mathematica 11.1.

В результате ряда проведенных численных экспериментов были выбраны шаги по пространственной и временной переменной, дающие решение, оптимальное с точки зрения необходимой точности и быстродействия. Было показано, что применение метода Бroyдена на этапе решения нелинейной системы уравнений при расчете ННРТГ методом конечных разностей, дает удовлетворительный результат для данной задачи.

### Список литературы

1. Гусарова И.Г., Мелиневский Д.В. Численное моделирование режимов течения газа методом конечных разностей/ И.Г. Гусарова, Д.В. Мелиневский // Системи Обробки Інформації: збірник наукових праць. –2016. – №4(141). – С.23-27.