

УДК 621.391

## ДИАКОПТИЧЕСКАЯ ТЕНЗОРНАЯ МОДЕЛЬ ТКС В БАЗИСЕ ПУТЕЙ И ВНУТРЕННИХ РАЗРЕЗОВ



О.Ю. ЕВСЕЕВА

Харьковский национальный  
университет радиоэлектроники

*Пропонується діакоптична тензорна модель телекомунікаційної мережі в базисі шляхів і внутрішніх розрізів. Модель орієнтована на гетерогенні мережі та покликана забезпечити масштабованість рішень, що будуть отримані за її допомогою.*

*The diakoptical tensor model of telecommunication network in basis of path and interior cut sets is offered. Model is focused on the heterogeneous network and called to ensure scalability of the decisions, that are obtained with the model.*

*Предлагается диакоптическая тензорная модель телекоммуникационной сети в базисе путей и внутренних разрезов. Модель ориентирована на гетерогенные сети и призвана обеспечить масштабируемость получаемых с ее помощью решений.*

### Введение

Постановка и решение задачи управления трафиком с гарантированным качеством обслуживания (Quality of Service, QoS) предполагает формализацию соответствующих показателей QoS как функций от реализуемого в сети управления, т.е. порядка маршрутизации, объемов выделяемых ресурсов и пр. Причем эти функции должны быть определены с учетом мультисервисности и многопротокольности современных телекоммуникационных сетей (ТКС), а также реализации в них динамических многопутевых стратегий управления трафиком. Соответствующие формализации показателей QoS могут быть получены в рамках тензорного описания ТКС [1–3]. Применение представленных в литературе тензорных моделей [1–3] наталкивается на другую не менее важную проблему – проблему масштабируемости управленческих решений. Особо актуальной проблема масштабируемости является для гетерогенных (разнородных) сетей, в рамках которых существуют и взаимопроникают различные телекоммуникационные технологии, протоколы и механизмы [4]. Гетерогенность является закономерным следствием процессов конвергенции сетей [5] и представляет собой неотъемлемое свойство современных ТКС, которое обязательно должно быть учтено при разработке методов управления трафиком. Как показывает анализ [6–8], эффективным методом обеспечения масштабируемости является применение различных декомпозиционных подходов, среди которых в контексте тензорного описания ТКС заслуживает внимания метод расчета по частям Г. Крона – диакоптика [8].

Диакоптика была предложена Г.Кроном [8] как развитие тензорного подхода и представляет собой один из декомпозиционных методов решения задач большой размерности. В целом, как и другие методы декомпозиции, диакоптика предполагает разбиение исходной задачи на ряд частных подзадач с последующим объединением частных решений [8]. При этом отличительными ее особенностями являются:

1. В рамках диакоптики осуществляется декомпозиция не совокупности уравнений поведения системы в целом, как, например, в работах [6–7], а топологической модели исследуемой системы с последующим описанием поведения (в виде соответствующих уравнений) каждой из подсистем в отдельности.

2. Для каждой из отдельных подсистем среди всех описывающих ее переменных выделяется набор таких (внешних) переменных, при помощи которых данная подсистема представляется в рамках единой системы. При этом внутренняя структура подсистемы скрывается, она принимает некий эквивалентный вид, связанный только с типом и количеством переменных, выбранных в качестве внешних.

## **I. Тензорная модель ТКС, представленная в базисе путей и внутренних разрезов**

В рамках тензорного анализа телекоммуникационных сетей было получено несколько моделей, среди которых временная тензорная модель ТКС [1–3], связывающая в тензорном виде временные показатели качества обслуживания трафика (средние задержки) с его интенсивностью для конкретной сети. Основу данной модели составляет тензорное уравнение

$$T = E\Lambda, \quad (1)$$

где  $T$  – одновалентный ковариантный тензор средних задержек в сети;  $\Lambda$  – одновалентный контравариантный тензор интенсивностей трафика в сети;  $E$  – двухвалентный ковариантный метрический тензор.

Уравнение (1) было рассмотрено, например, в работах [1–3] в различных системах координат (СК), одной из которых является СК межполюсных путей и внутренних разрезов  $\mathcal{G}_{\langle \gamma \varepsilon \rangle}$ . При этом полюсами будем называть узлы, через которые трафик поступает или убывает из сети. Согласно [2] базис  $\mathcal{G}_{\langle \gamma \varepsilon \rangle}$  образован  $\kappa = n - m + 2$  независимыми межполюсными путями (МПП) и  $\mathcal{G} = m - 2$  независимыми внутренними разрезами, где  $n$  – число ветвей сети (ее трактов передачи),  $m$  – число узлов сети. При этом межполюсный путь (или  $\gamma$ -путь) представляет собой конечную последовательность ветвей  $\{v_i\}$  сети, в которой начальным и конечным узлами являются полюса сети, а каждый внутренний (неполюсный) узел встречается только один раз. Под внутренним разрезом (или  $\varepsilon$ -разрезом) связной сети с заданной парой полюсов понимается такое множество ветвей, удаление которых из сети приводит к ее разделению на две подсети, одна из которых обязательно содержит оба полюса сети. На рис. 1 приведены примеры базисных множеств межполюсных путей и внутренних разрезов.

Тензорное уравнение (1) с использованием контравариантного метрического тензора  $G$  может быть записано в виде

$$\Lambda = GT. \quad (2)$$

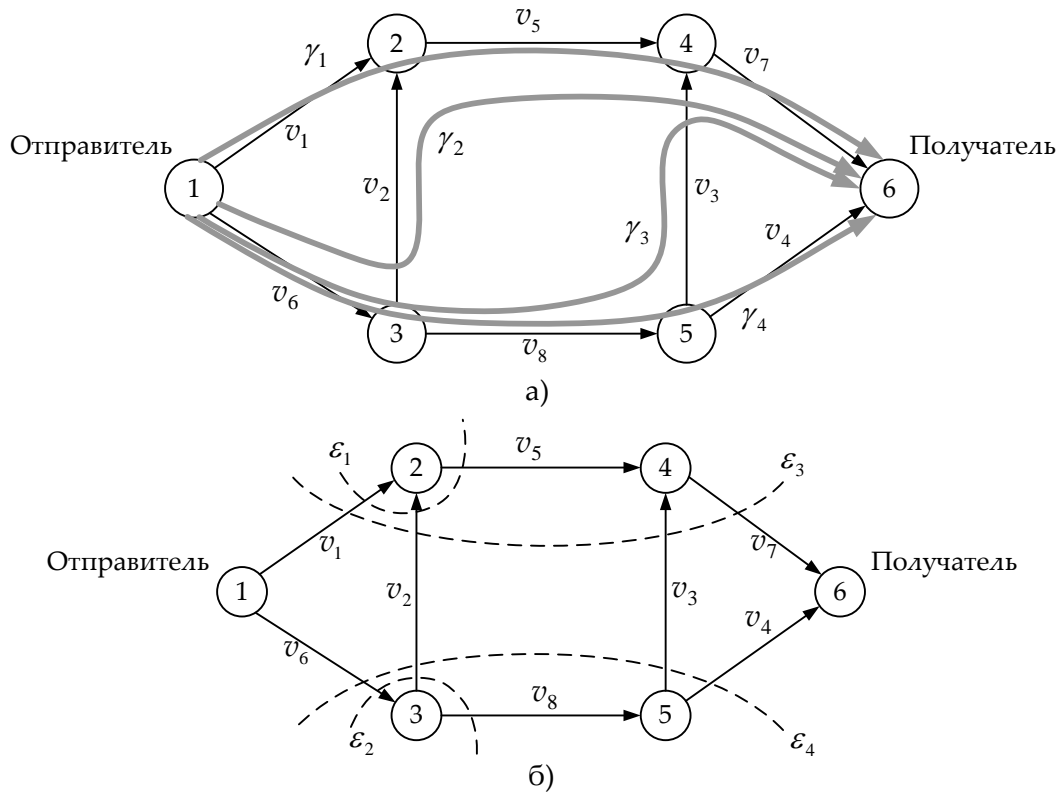


Рис. 1. Пример сети и ее базисные множества  $\gamma$ -путей (а) и  $\varepsilon$ -разрезов (б)

Форма уравнений (1) и (2), согласно основам тензорного исчисления, остается неизменной и для проекций указанных тензоров, полученных относительно произвольно выбранной СК. Так для проекций в СК ветвей  $\mathcal{G}_v$ , образованной отдельными ветвями сети, и СК  $\mathcal{G}_{\langle \gamma \varepsilon \rangle}$  имеем

$$T_v = E_v \Lambda_v, \quad T_{\gamma\varepsilon} = E_{\gamma\varepsilon} \Lambda_{\gamma\varepsilon}. \quad (3)$$

Здесь проекция  $E_v$  представляет собой диагональную матрицу, на главной диагонали которой находятся элементы  $e_{ii}^{(v)}$ , отражающие метрику  $i$ -го тракта передачи рассматриваемой сети. Данная метрика в общем случае определяется принятой для  $i$ -го тракта передачи моделью обслуживания. Используя результаты теории массового обслуживания и моделируя  $i$ -й тракт передачи, например, системой массового обслуживания М/М/1 [1], имеем

$$e_{ii}^{(v)} = \frac{1}{\lambda_{(v)}^i (\mu_{(v)}^i - \lambda_{(v)}^i)}, \quad i = \overline{1, n}, \quad (4)$$

где  $\lambda_{(v)}^i$  – интенсивность трафика, передаваемого вдоль  $i$ -го тракта;  $\mu_{(v)}^i$  – пропускная способность  $i$ -го тракта передачи.

Если для описания  $i$ -го тракта использовать модель М/М/1/Н, то получаем

$$e_{ii}^{(v)} = \frac{\frac{\lambda_{\Sigma(v)}^i}{\mu_{(v)}^i} \left( 1 - \left( \frac{\lambda_{\Sigma(v)}^i}{\mu_{(v)}^i} \right)^{N+1} \right) - (N+1) \left( \frac{\lambda_{\Sigma(v)}^i}{\mu_{(v)}^i} \right)^{N+1}}{\lambda_{(v)}^i \mu_{(v)}^i \left( 1 - \left( \frac{\lambda_{\Sigma(v)}^i}{\mu_{(v)}^i} \right) \right) \left( 1 - \left( \frac{\lambda_{\Sigma(v)}^i}{\mu_{(v)}^i} \right)^{N+1} \right)}, \quad i = \overline{1, n}, \quad (5)$$

где  $\lambda_{\Sigma(v)}^i$  – суммарная интенсивность трафика, передаваемого в  $i$ -м тракте (ветви).

В общем случае для формирования метрики трактов передачи сети может быть использована любая, приемлемая с точки зрения достигаемой адекватности описания, функциональная модель обслуживания, поддающаяся аналитической формализации.

Проекции одного и того же тензора, полученные в различных СК, связаны через матрицу прямого координатного преобразования  $A$  для ковариантных координат и матрицу обратного координатного преобразования  $C$  для контравариантных:

$$T_v = A T_{\gamma\varepsilon}, \quad \Lambda_v = C \Lambda_{\gamma\varepsilon}. \quad (6)$$

Проекции дважды ковариантных и контравариантных тензоров  $E$  и  $G$  при смене систем координат их рассмотрения преобразуются в соответствии с алгебраической диаграммой (рис. 2) следующим образом:

$$E_v = A E_{\gamma\varepsilon} A^t, \quad E_{\gamma\varepsilon} = C^t E_v C, \quad (7)$$

$$G_v = C G_{\gamma\varepsilon} C^t, \quad G_{\gamma\varepsilon} = A^t G_v A. \quad (8)$$

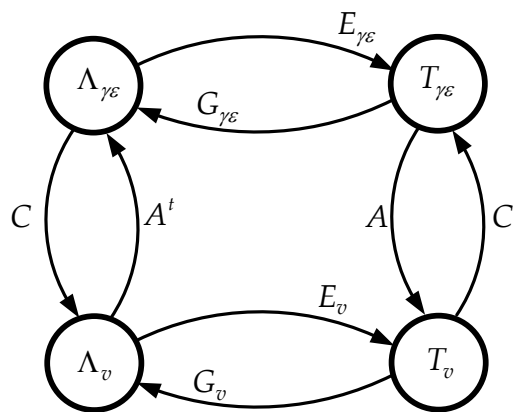


Рис. 2. Алгебраическая диаграмма тензорной модели ТКС в СК  $\mathcal{G}_{\langle \gamma\varepsilon \rangle}$

При этом в одной и той же СК матрицы координат проекций дважды ковариантных и контравариантных тензоров являются обратными

$$G_{\gamma\varepsilon} = (E_{\gamma\varepsilon})^{-1}, \quad G_v = (E_v)^{-1}. \quad (9)$$

Компонентами проекций одновалентных тензоров в СК  $\mathcal{G}_{\langle \gamma\varepsilon \rangle}$ , которые представляют собой векторы  $T_{\gamma\varepsilon}$  и  $\Lambda_{\gamma\varepsilon}$ , являются:

$$T_{\gamma\varepsilon} = \begin{pmatrix} T_\gamma \\ \vdots \\ T_\varepsilon \end{pmatrix}; T_\gamma = \begin{pmatrix} \tau_1^\gamma \\ \vdots \\ \tau_j^\gamma \\ \vdots \\ \tau_\omega^\gamma \end{pmatrix}; T_\varepsilon = \begin{pmatrix} \tau_1^\varepsilon \\ \vdots \\ \tau_p^\varepsilon \\ \vdots \\ \tau_g^\varepsilon \end{pmatrix}; \Lambda_{\gamma\varepsilon} = \begin{pmatrix} \Lambda_\gamma \\ \vdots \\ \Lambda_\varepsilon \end{pmatrix}; \Lambda_\gamma = \begin{pmatrix} \lambda_\gamma^1 \\ \vdots \\ \lambda_\gamma^j \\ \vdots \\ \lambda_\gamma^\omega \end{pmatrix}; \Lambda_\varepsilon = \begin{pmatrix} \lambda_\varepsilon^1 \\ \vdots \\ \lambda_\varepsilon^p \\ \vdots \\ \lambda_\varepsilon^g \end{pmatrix},$$

где  $T_\gamma$  и  $\Lambda_\gamma$  – соответственно  $\kappa$ -мерные векторы средних задержек и интенсивностей трафика вдоль базисных  $\gamma$ -путей сети;  $T_\varepsilon$  и  $\Lambda_\varepsilon$  – соответственно  $\mathcal{G}$ -мерные векторы средних задержек и интенсивностей трафика в базисных  $\varepsilon$ -разрезах;  $\lambda_\gamma^j$  – интенсивность трафика в  $j$ -м базисном МПП;  $\lambda_\varepsilon^p$  – суммарная интенсивность трафика в  $p$ -м базисном  $\varepsilon$ -разрезе;  $\tau_j^\gamma$  – средняя задержка пакетов в  $j$ -м базисном МПП;  $\tau_p^\varepsilon$  – средняя задержка пакетов между узлом-источником и  $p$ -м базисным  $\varepsilon$ -разрезом.

Описанная временная тензорная модель ТКС обеспечивает аналитическую взаимосвязь интенсивностей трафика, передаваемого по отдельным трактам передачи (элементы  $\lambda_{(v)}^i$  вектора  $\Lambda_v$ ), с достигаемыми при этом в каждом отдельном базисном пути показателями качества обслуживания (элементы векторов  $T_{\gamma\varepsilon}$  и  $\Lambda_{\gamma\varepsilon}$ ). Указанные величины связаны посредством матрицы  $G_{\gamma\varepsilon}$  – проекции метрического тензора  $G$ , формирование которой согласно (4) (или (5)) требует наличия информации о всей сети и соответственно ограничивает масштабируемость тензорной модели (1)–(9) и синтезированных на ее основе методов. В сложившихся условиях целесообразным методом повышения масштабируемости является применение диакоптики [7], в рамках которой формирование матрицы  $G_{\gamma\varepsilon}$  осуществляется по частям, на основании метрик отдельных подсетей.

## II. Методика применения диакоптики в рамках тензорных моделей ТКС в базисе путей и внутренних разрезов

Выражения (6)–(8) отражают изменения координат проекций различных тензоров при переходе от базиса ветвей  $\mathcal{G}_v$  к базису путей и внутренних разрезов  $\mathcal{G}_{\langle\gamma\varepsilon\rangle}$  в рамках пространства  $\mathcal{W}$ , связываемого с сетью  $S$  и обладающего размерностью  $n$ . Сами базисные элементы при этом связаны следующими соотношениями

$$\mathcal{G}_v = A\mathcal{G}_{\langle\gamma\varepsilon\rangle}, \quad \mathcal{G}_{\langle\gamma\varepsilon\rangle} = C\mathcal{G}_v. \quad (10)$$

Покажем на примере (рис. 3) как происходит процесс координатного преобразования  $\mathcal{G}_v \rightarrow \mathcal{G}_{\langle\gamma\varepsilon\rangle}$  в условиях применения диакоптики [8]. Условимся обозначать системы координат путей и внутренних разрезов, отнесенные к исходной (недекомпозиционной) сети как  $\mathcal{G}_{\langle\gamma\varepsilon\rangle}$ , к декомпозиционной сети как  $\mathcal{G}_{\langle\gamma\varepsilon\rangle}^{dec}$ , к отдельной  $i$ -й подсети как  $\mathcal{G}_{\langle\gamma\varepsilon\rangle}^{(i)}$ , к соединенной сети как  $\mathcal{G}_{\langle\gamma\varepsilon\rangle}^{com}$ . Тогда переход  $\mathcal{G}_v \rightarrow \mathcal{G}_{\langle\gamma\varepsilon\rangle}$  для больших сетей в рамках диакоптики условно можно разделить на четыре этапа.

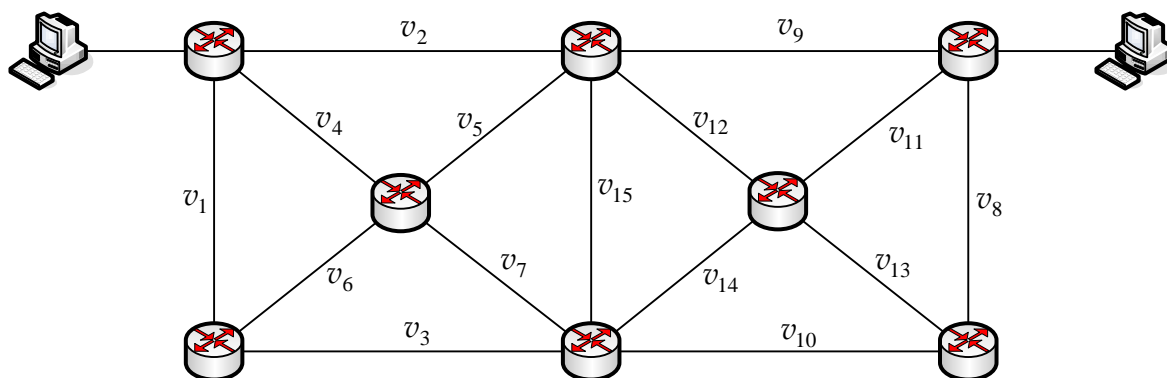


Рис. 3. Структура моделируемой ТКС

**Этап I.** Осуществляется декомпозиция топологической модели ТКС на  $N$  несвязных между собой подсетей с выделением  $(N + 1)$ -й подсети – так называемой цепи пересечений, отражающей взаимосвязь основных подсетей между собой (рис. 4).

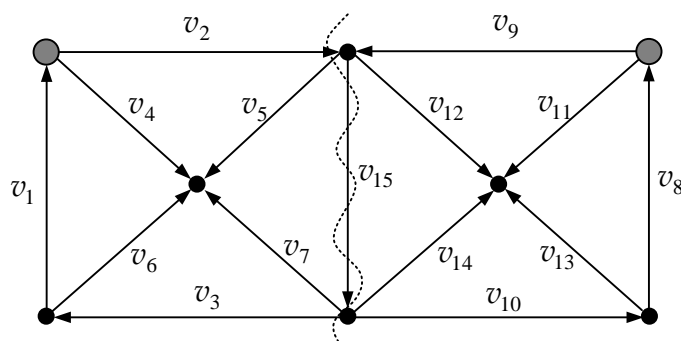
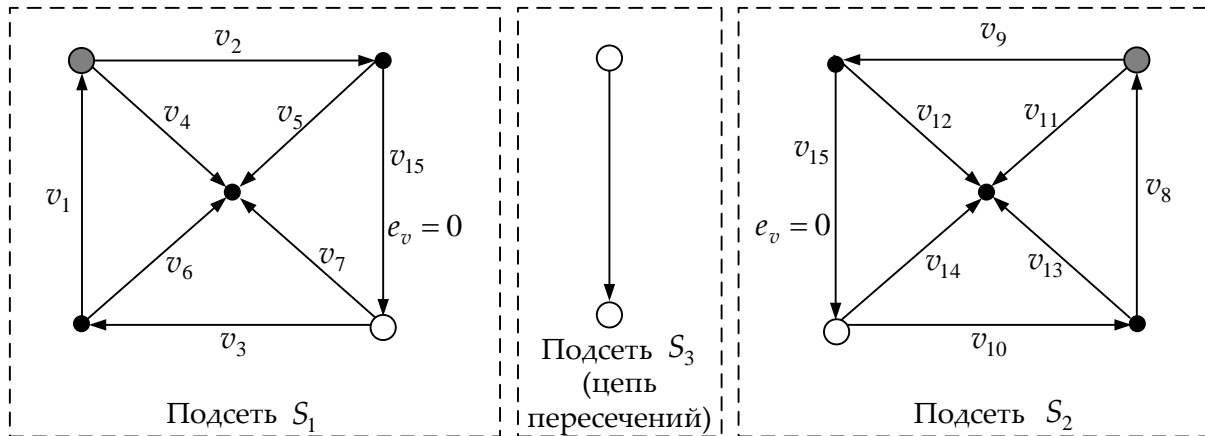


Рис. 4. Одномерная сеть, соответствующая исходной ТКС, и ее декомпозиция

На рис. 5 показаны подсети рассматриваемой в качестве примера ТКС, число ее основных подсетей  $N$  равно двум, а цепь пересечений образована одной ветвью. Размерность подпространства  $\mathcal{W}^{(i)}$  пространства  $\mathcal{W}$ , связываемого с  $i$ -й подсетью  $S_i$ , определяется числом трактов передачи  $n_i$  этой подсети, где  $\sum_{i=1}^{N+1} n_i = n$ .

Для каждой из подсетей, основных и цепи пересечений, на основании характеристик отдельных трактов передачи формируются проекции в СК ветвей  $\mathcal{G}_v^{(i)}$ ,  $i = \overline{1, N+1}$  ковариантных метрических тензоров; в контексте временной модели это проекции  $E_v^{(i)}$  тензора  $E$ . Так же как и ранее, матрица  $E_v^{(i)}$  представляет собой диагональную матрицу, теперь размера  $n_i \times n_i$ , на главной диагонали которой находятся элементы, отображающие метрики отдельных трактов передачи  $i$ -й подсети  $S_i$ . Особенностью использования базиса путей и внутренних разрезов является замена в матрицах  $E_v^{(i)}$  метрик ветвей, вдоль которых проходит линия декомпозиции, на нулевые (рис. 5).



○ – искусственно назначенный узел-адресат

Рис. 5. Подсети исходной сети. Введение искусственных узлов-адресатов

**Этап II.** Независимо для каждой из подсетей осуществляется переход из базиса ветвей  $\mathcal{G}_v^{(i)}$  в базис  $\mathcal{G}_{\langle \gamma \varepsilon \rangle}^{(i)}$ ,  $i = \overline{1, N+1}$ , при помощи известных матриц координатного преобразования  $A^{(i)}$  и  $C^{(i)}$ . Среди базисных элементов  $i$ -й подсети (элементов базиса  $\mathcal{G}_{\langle \gamma \varepsilon \rangle}^{(i)}$ ) выбирается некоторое их количество  $n_i^{\text{экв}}$  ( $n_i^{\text{экв}} \leq n_i$ ), которые будут определять внешние переменные данной подсети и которые в совокупности образуют базис внешних переменных  $\mathcal{G}_{\langle \gamma \varepsilon \rangle}^{(i)\text{экв}}$ . Определяются проекции метрических тензоров  $E_{\gamma \varepsilon}^{(i)\text{экв}}$  отдельных подсетей в базисе внешних переменных,  $i = \overline{1, N+1}$ .

Выбор внешних переменных и определение для них метрик (проекций  $E_{\gamma \varepsilon}^{(i)\text{экв}}$ ) означает замену исходной подсети эквивалентной структурой с числом трактов  $n_i^{\text{экв}}$ ,  $n_i^{\text{экв}} \leq n_i$ . Тогда переход от исходной подсети  $S_i$  к ее эквивалентному представлению  $S_i^{\text{экв}}$  ( $\mathcal{G}_{\langle \gamma \varepsilon \rangle}^{(i)} \rightarrow \mathcal{G}_{\langle \gamma \varepsilon \rangle}^{(i)\text{экв}}$  или напрямую  $\mathcal{G}_v^{(i)} \rightarrow \mathcal{G}_{\langle \gamma \varepsilon \rangle}^{(i)\text{экв}}$ ) связан с переходом от пространства  $\mathcal{W}^{(i)}$  размерности  $n_i$  к пространству  $\mathcal{W}^{(i)\text{экв}}$ , возможно, более низкой размерности  $n_i^{\text{экв}}$ , базисом которого является базис внешних переменных  $\mathcal{G}_{\langle \gamma \varepsilon \rangle}^{(i)\text{экв}}$ .

При использовании базиса путей и внутренних разрезов целесообразно при переходе к диакоптической модели выбрать в качестве элементов базиса  $\mathcal{G}_{\langle \gamma \varepsilon \rangle}^{(i)\text{экв}}$  только межполюсные пути  $i$ -й подсети. Тогда можно записать  $\mathcal{G}_{\langle \gamma \varepsilon \rangle}^{(i)\text{экв}} = \mathcal{G}_\gamma^{(i)}$ , где размерность базиса  $\mathcal{G}_{\langle \gamma \varepsilon \rangle}^{(i)\text{экв}}$  равна  $n_i^{\text{экв}} = \kappa_i$ . Эквивалентные представления, заменяющие истинные подсети, приведены на рис. 6. Заметим, что для реализации перехода к эквивалентным представлениям подсетей предварительно в каждой из них была выделена пара узлов-адресатов. Часть этих узлов представляют собой узлы-адресаты исходной сети, а часть была введена искусственно (рис. 5).

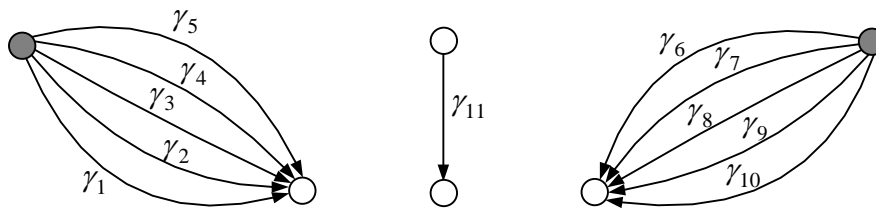


Рис. 6. Эквивалентные представления подсетей в базисе  $\mathcal{G}_\gamma^{dec}$

Переход  $\mathcal{G}_v^{(i)} \rightarrow \mathcal{G}_{\langle \gamma \varepsilon \rangle}^{(i)} \rightarrow \mathcal{G}_\gamma^{(i)}$  может быть осуществлен напрямую  $\mathcal{G}_v^{(i)} \rightarrow \mathcal{G}_\gamma^{(i)}$  посредством матриц базисных межполюсных путей, тогда для основных подсетей проекции контравариантного метрического тензора в базисе  $\mathcal{G}_\gamma^{(i)}$  определяются как:

$$G_\gamma^{(i)} = (E_\gamma^{(i)})^{-1}, \quad E_\gamma^{(i)} = B_\gamma^{(i)} E_v^{(i)} (B_\gamma^{(i)})^\dagger, \quad i = \overline{1, N}, \quad (11)$$

где  $B_\gamma^{(i)}$  – матрицы базисных межполюсных путей;  $E_v^{(i)}$ ,  $E_\gamma^{(i)}$  – проекции ковариантного метрического тензора  $E$  для  $i$ -й подсети.

Исключение составляет  $(N+1)$ -я подсеть – цепь пересечений, метрический тензор которой в базисе  $\mathcal{G}_\gamma^{(N+1)}$  имеет диагональный вид и состоит из метрик ветвей, вдоль которых проходила линия декомпозиции:

$$E_\gamma^{(N+1)} = E_v^{(N+1)} = \left\| \begin{array}{cccc} e_{11}^v & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e_{22}^v & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e_{ss}^v \end{array} \right\|, \quad G_\gamma^{(N+1)} = (E_\gamma^{(N+1)})^{-1}, \quad (12)$$

где  $s$  – количество ветвей в  $(N+1)$ -й подсети.

В целом заметим, что переход от исходной подсети к ее эквивалентному представлению, осуществляемый на втором этапе, в зависимости от типа базиса и количества переменных, выбранных в качестве внешних, может быть тождественным или с понижением размерности. В первом случае исходная подсеть  $S_i$  и ее эквивалентное представление  $S_i^{\text{экв}}$  совпадают; все переменные, описывающие  $S_i$ , являются одновременно и ее внешними переменными, например,  $\mathcal{G}_{\langle \gamma \varepsilon \rangle}^{(i)\text{экв}} \equiv \mathcal{G}_{\langle \gamma \varepsilon \rangle}^{(i)}$ . Пример эквивалентного представления с понижением размерности описан выше ( $\mathcal{G}_{\langle \gamma \varepsilon \rangle}^{(i)\text{экв}} = \mathcal{G}_\gamma^{(i)}$ ) и приведен на рис. 6.

Второе замечание связано со способом декомпозиции исходной сети на подсети. Использование для эквивалентного представления подсетей базисных элементов одного типа,  $n_i^{\text{экв}} < n_i$ , например, только межполюсных путей  $\gamma$ , не допускает произвольного сочетания способа декомпозиции и типа базиса эквивалентного представления  $\mathcal{G}_{\langle \gamma \varepsilon \rangle}^{(i)\text{экв}}$ . Так в случае  $\mathcal{G}_{\langle \gamma \varepsilon \rangle}^{(i)\text{экв}} = \mathcal{G}_\gamma^{(i)}$  декомпозиция должна быть осуществлена вдоль ветвей (рис. 4). Если бы предполагалось эквивалентное описание подсетей че-



рез совокупности их базисных разрезов, то декомпозиция должна быть осуществлена с поперечным рассечением ветвей топологической модели.

**Этап III.** Проекция метрических тензоров  $G_\gamma^{(i)}$ , полученные на предыдущем этапе, объединяются в единую матрицу. Это матрица проекции  $G_\gamma^{dec}$  метрического тензора в базисе  $\mathcal{G}_\gamma^{dec}$ . Размерность базиса  $\mathcal{G}_\gamma^{dec}$  равна  $n^{\text{экв}} = \sum_{i=1}^{N+1} n_i^{\text{экв}} = \sum_{i=1}^{N+1} \kappa_i$ . По сути, данный этап является подготовительным и предшествует объединению отдельных друг от друга подсетей в единую сеть. Матрица  $G_\gamma^{dec}$  как проекция тензора  $G$  в базисе  $\mathcal{G}_\gamma^{dec}$  имеет диагонально-блочную структуру и формируется согласно правилу

$$G_\gamma^{dec} = \begin{pmatrix} G_\gamma^{(1)} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & G_\gamma^{(i)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & G_\gamma^{(N+1)} \end{pmatrix}. \quad (10)$$

**Этап IV.** Осуществляется переход от совокупности отдельных эквивалентных подсетей  $S_i^{\text{экв}}, i = \overline{1, N+1}$ , к соединенной сети  $S^{\text{com}}$ . Соединенная сеть  $S^{\text{com}}$  представляет собой объединение эквивалентных представлений отдельных подсетей  $S_i^{\text{экв}}$  с восстановлением всех декомпозицированных на первом этапе связей между ними. Как результат система  $S^{\text{com}}$  структурно может не совпадать с исходной сетью  $S$  (рис. 7), тем не менее, функциональные особенности исходной сети заложены в метриках соединенной сети, в частности в проекции  $G_{\gamma\epsilon}^{\text{com}}$ .

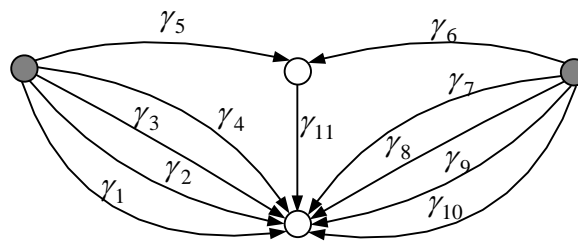


Рис. 7. Соединенная эквивалентная сеть в базисе  $\mathcal{G}_{\langle \gamma\epsilon \rangle}^{\text{com}}$

Процесс соединения в рамках диакоптики трактуется как координатное преобразование базиса  $\mathcal{G}^{dec}$  в базис  $\mathcal{G}^{\text{com}}$  (в данном случае  $\mathcal{G}_\gamma^{dec} \rightarrow \mathcal{G}_{\langle \gamma\epsilon \rangle}^{\text{com}}$ ), формализованное матрицами координатного преобразования  $A_{dec}^{\text{com}}$  и  $S_{com}^{dec}$ . Преобразование осуществляется в рамках пространства  $\mathcal{W}^{\text{экв}} \subseteq \mathcal{W}$  размерности  $n^{\text{экв}}$ ,  $n^{\text{экв}} \leq n$ . Для рассматриваемой модели по известной проекции метрического тензора  $G_\gamma^{dec}$  в базисе  $\mathcal{G}_\gamma^{dec}$  при помощи матрицы преобразования  $S_{com}^{dec}$  может быть найдена проекция метрического тензора  $G_{\gamma\epsilon}^{\text{com}}$  соединенной сети  $S^{\text{com}}$ :

$$G_{\gamma\varepsilon}^{com} = (A_{dec}^{com})^\dagger G_\gamma^{dec} A_{dec}^{com}. \quad (11)$$

Проекция метрического тензора  $G_{\gamma\varepsilon}^{com}$  соединенной сети  $S^{com}$  (11) несет в себе информацию о метрических свойствах всей сети и является эквивалентом проекции  $G_{\gamma\varepsilon}$ , фигурирующей в выражениях (3) и (9), а соответственно может быть использована для решения прикладных задач, в частности управления трафиком.

### III. Диакоптическая тензорная модель ТКС

В соответствии с описанной выше последовательностью действий для диакоптической тензорной модели ТКС с использованием базиса путей и внутренних разрезов может быть составлена алгебраическая диаграмма (рис. 8).

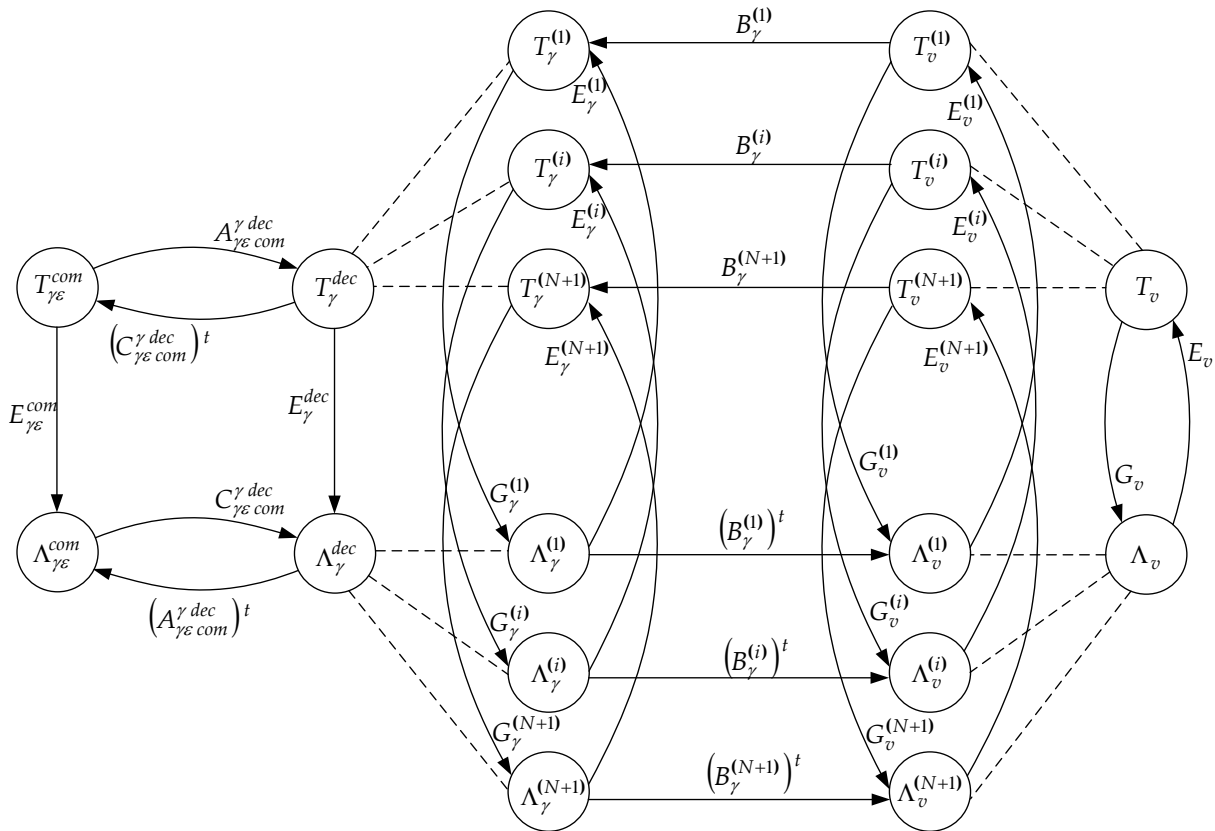


Рис. 8. Алгебраическая диаграмма диакоптической тензорной модели ТКС в базисе  $\mathcal{G}_\gamma^{(i)экв}$

С целью формализации условий обеспечения требуемого качества обслуживания запишем проекции  $\Lambda_{\gamma\varepsilon}^{com}$  и  $T_{\gamma\varepsilon}^{com}$  тензоров  $\Lambda$ ,  $T$ , а также проекцию  $G_{\gamma\varepsilon}^{com}$  контравариантного метрического тензора  $G$  в СК  $\mathcal{G}_{(\gamma\varepsilon)}^{com}$  в компаунд-виде:

$$T_{\gamma\varepsilon}^{com} = \left\| \begin{array}{c} T_\gamma^{com} \\ \hline T_\varepsilon^{com} \end{array} \right\|, \quad \Lambda_{\gamma\varepsilon}^{com} = \left\| \begin{array}{c} \Lambda_\gamma^{com} \\ \hline \Lambda_\varepsilon^{com} \end{array} \right\|, \quad G_{\gamma\varepsilon}^{com} = \left\| \begin{array}{c|c} G_{\gamma\varepsilon}^{com(1)} & G_{\gamma\varepsilon}^{com(2)} \\ \hline G_{\gamma\varepsilon}^{com(3)} & G_{\gamma\varepsilon}^{com(4)} \end{array} \right\|, \quad (12)$$

где  $T_\gamma^{com}$  и  $\Lambda_\gamma^{com}$  –  $\kappa$ -мерные векторы средних задержек и интенсивностей трафика вдоль базисных  $\gamma$ -путей сети, элементами которых являются  $\tau_j^\gamma$  и  $\lambda_\gamma^j$  соответственно;  $G_{\gamma\varepsilon}^{com(1)}$ ,  $G_{\gamma\varepsilon}^{com(4)}$ ,  $G_{\gamma\varepsilon}^{com(2)}$ ,  $G_{\gamma\varepsilon}^{com(3)}$  – подматрицы матрицы  $G_{\gamma\varepsilon}^{com}$ , причем  $G_{\gamma\varepsilon}^{com(1)}$  является квадратной размера  $\kappa \times \kappa$ .

Тогда тензорное уравнение (2) может быть записано как

$$\begin{pmatrix} \Lambda_\gamma^{com} \\ \Lambda_\varepsilon^{com} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} G_{\gamma\varepsilon}^{com(1)} & | & G_{\gamma\varepsilon}^{com(2)} \\ G_{\gamma\varepsilon}^{com(3)} & | & G_{\gamma\varepsilon}^{com(4)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_\gamma^{com} \\ T_\varepsilon^{com} \end{pmatrix}. \quad (13)$$

Из выражения (13) имеем

$$\Lambda_\gamma^{com} = G_{\gamma\varepsilon}^{com(1)} T_\gamma^{com} + G_{\gamma\varepsilon}^{com(2)} T_\varepsilon^{com}, \quad (14)$$

$$\Lambda_\varepsilon^{com} = G_{\gamma\varepsilon}^{com(3)} T_\gamma^{com} + G_{\gamma\varepsilon}^{com(4)} T_\varepsilon^{com}. \quad (15)$$

Приравнивая выражение (15) к нулю, обеспечивая тем самым выполнение условия сохранения потока, получаем

$$T_\varepsilon^{com} = -(G_{\gamma\varepsilon}^{com(4)})^{-1} G_{\gamma\varepsilon}^{com(3)} T_\gamma^{com}. \quad (16)$$

Подставляя (16) в (14), имеем

$$\Lambda_\gamma^{com} = \left[ G_{\gamma\varepsilon}^{com(1)} - G_{\gamma\varepsilon}^{com(2)} (G_{\gamma\varepsilon}^{com(4)})^{-1} G_{\gamma\varepsilon}^{com(3)} \right] T_\gamma^{com}. \quad (17)$$

При заданных QoS-требованиях, в данном случае требований в каждом базисном пути к средней задержке  $\tau_{j\langle mp\bar{\sigma} \rangle}^\gamma$ ,  $T_{\gamma\langle mp\bar{\sigma} \rangle}^{com} = \left\| \tau_{1\langle mp\bar{\sigma} \rangle}^\gamma \dots \tau_{j\langle mp\bar{\sigma} \rangle}^\gamma \dots \tau_{\kappa\langle mp\bar{\sigma} \rangle}^\gamma \right\|^t$  и к интенсивности трафика  $\Lambda_{\gamma\langle mp\bar{\sigma} \rangle}^{com} = \left\| \lambda_\gamma^1 \dots \lambda_\gamma^i \dots \lambda_\gamma^\kappa \right\|^t$ ,  $\sum_{i=1}^{\kappa} \lambda_\gamma^i = \lambda^{\langle mp\bar{\sigma} \rangle}$ , для заданной пары адресатов, окончательно получаем условие их обеспечения

$$\Lambda_{\gamma\langle mp\bar{\sigma} \rangle}^{com} \leq \left[ G_{\gamma\varepsilon}^{com(1)} - G_{\gamma\varepsilon}^{com(2)} (G_{\gamma\varepsilon}^{com(4)})^{-1} G_{\gamma\varepsilon}^{com(3)} \right] T_{\gamma\langle mp\bar{\sigma} \rangle}^{com}. \quad (18)$$

На основании полученных результатов можно сделать следующие выводы.

*Во-первых*, форма записи QoS-ограничений в рамках диакоптических тензорных моделей внешне совпадает с формой, полученной в рамках тензорных моделей [1–3]. *Во-вторых*, в рамках диакоптических тензорных моделей достигается снижение размерности решаемой задачи за счет перехода в пространство  $\mathcal{W}^{\varepsilon\kappa\delta} \subset \mathcal{W}$  размерности  $n^{\varepsilon\kappa\delta} < n$ . *В-третьих*, проекция метрического тензора  $G_{\gamma\varepsilon}^{com}$  в базисе  $\mathcal{G}_{\gamma\varepsilon}^{com}$  в диакоптических моделях вычисляется на основании блочно-диагональной матрицы  $G_\gamma^{dec}$ , что дает возможность реализации параллельных вычислений. При этом потеря в точности получаемого решения за счет распараллеливания не происходит. *В-четвертых*, тот факт, что в рамках диакоптики можно оперировать с метрическими тензорами подсетей – блоками в матрицах проекций метрических тензоров в базисе  $\mathcal{G}_\gamma^{dec}$  – в

отдельности, значительно расширяет возможности относительно правил формирования этих тензоров. Так метрические тензоры подсетей могут отличаться как по характеру образуемого ими поля (однородного или неоднородного), так и по функциональному построению. Это в свою очередь расширяет область применения тензорных моделей и методов для случая гетерогенных телекоммуникационных сетей.

#### **IV. Пример применения диакоптической тензорной модели ТКС при решении задач управления трафиком с поддержкой QoS**

Рассмотрим особенности использования диакоптической тензорной модели ТКС для решения задачи управления трафиком с поддержкой QoS с точки зрения его маршрутизации. Пусть задача заключается в следующем: необходимо для заданной пары адресатов в телекоммуникационной сети известной структуры, например (рис. 3), найти максимальную интенсивность трафика, при которой еще обеспечивается допустимая средняя задержка  $\tau_{\langle mp\delta \rangle}$ . С целью упрощения изложения предположим, что метрики всех трактов передачи известны, являются константами и, например, равными  $10^{-5}$  (элементы проекции  $E_v$ ). Пусть предполагается передача речевого трафика, тогда согласно рекомендации ИТУ-T G.1010 величина  $\tau_{\langle mp\delta \rangle}$  составляет 150 мс. Переходя к используемым в рамках тензорного описания обозначениям, имеем следующую задачу.

*Дано:* 1. Структура сети (рис. 4); число ветвей  $n = 15$ , число узлов  $m = 8$ , число независимых межполюсных путей  $\kappa = 9$ .

2. Проекция  $E_v$  ковариантного метрического тензора в базисе  $\mathcal{G}_v$ , которая является диагональной матрицей с элементами  $e_{ii}^v = 10^{-5}$ ,  $i = \overline{1,15}$ .

3. Проекция  $T_\gamma$  ковариантного одновалентного тензора средних задержек пакетов трафика  $T$  в базисе  $\mathcal{G}_\gamma$ , все элементы которого равны  $\tau_i^\gamma = \tau_{\langle mp\delta \rangle} = 150$  мс,  $i = \overline{1,9}$ .

*Необходимо найти* проекцию  $\Lambda_v$  тензора интенсивностей трафика  $\Lambda$  в базисе  $\mathcal{G}_v$ .

*Решение задачи в рамках диакоптической тензорной модели.*

Первый этап применения диакоптики связан с декомпозицией топологической модели ТКС. Пусть для рассматриваемого примера граница между подсетями проходит вдоль тракта передачи, например, моделируемого ветвью  $v_{15}$  (рис. 4). В результате декомпозиции образуется три подсети, из которых  $S_3$  (цепь пересечений) состоит из одной ветви  $v_{15}$  (рис. 5). В подсетях  $S_1$  и  $S_2$  ветвь  $v_{15}$  изменяет ковариантную метрику на нулевую. Тогда матрицы, соответствующие проекциям ковариантного метрического тензора для этих подсетей, в СК ветвей имеют вид:

$$E_v^{(1)} = E_v^{(2)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot 10^{-5}.$$

В подсетях  $S_1$  и  $S_2$  искусственно назначаются узлы-адресаты. В результате в каждой из них присутствует своя пара полюсов. Между полюсами первой подсети (а поскольку подсети  $S_1$  и  $S_2$  идентичны, то сказанное справедливо и для второй подсети) существует 5 независимых путей. Один из возможных вариантов выбора этих путей приведен на рис. 9.

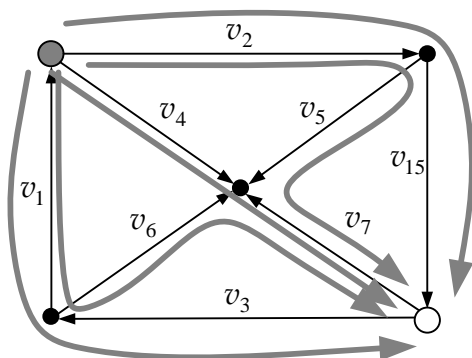


Рис. 9. Множество базисных межполюсных путей в подсети  $S_1$

Базисная матрица, соответствующая множеству путей (рис. 9), имеет вид

$$B_\gamma^{(1)} = B_\gamma^{(2)} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

На основании известных матриц  $E_v^{(1)}$  и  $B_\gamma^{(1)}$  ( $E_v^{(2)}$  и  $B_\gamma^{(2)}$ ) согласно выражению (11) могут быть определены проекции ко- и контравариантных метрических тензоров в СК  $\mathcal{G}_\gamma^{(1)}$  ( $\mathcal{G}_\gamma^{(2)}$ ):

$$E_\gamma^{(1)} = E_\gamma^{(2)} = \begin{pmatrix} 0,2 & 0,1 & 0 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,3 & 0,1 & 0,1 & 0 \\ 0 & 0,1 & 0,2 & 0,1 & 0 \\ 0 & 0,1 & 0,1 & 0,3 & 0,1 \\ 0 & 0 & 0 & 0,1 & 0,1 \end{pmatrix} \cdot 10^{-4};$$

$$G_{\gamma}^{(1)} = G_{\gamma}^{(2)} = \begin{pmatrix} 0,6364 & -0,2727 & 0,0909 & 0,0909 & -0,0909 \\ -0,2727 & 0,5455 & -0,1818 & -0,1818 & 0,1818 \\ 0,0909 & -0,1818 & 0,7273 & -0,2727 & 0,2727 \\ 0,0909 & -0,1818 & -0,2727 & 0,7273 & -0,7273 \\ -0,0909 & 0,1818 & 0,2727 & -0,7273 & 1,7273 \end{pmatrix} \cdot 10^5.$$

Для цепи пересечений, образованной одной ветвью, проекция контравариантного метрического тензора в СК  $\mathcal{G}_{\gamma}^{(3)}$  равна  $G_{\gamma}^{(3)} = 10^5$ . Путем объединения  $G_{\gamma}^{(1)}$ ,  $G_{\gamma}^{(2)}$  и  $G_{\gamma}^{(3)}$  получаем проекцию контравариантного метрического тензора в СК  $\mathcal{G}_{\gamma}^{dec}$ :

$$G_{\gamma}^{dec} = \begin{pmatrix} 0,6364 & -0,2727 & 0,0909 & 0,0909 & -0,0909 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0,2727 & 0,5455 & -0,1818 & -0,1818 & 0,1818 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,0909 & -0,1818 & 0,7273 & -0,2727 & 0,2727 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,0909 & -0,1818 & -0,2727 & 0,7273 & -0,7273 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0,0909 & 0,1818 & 0,2727 & -0,7273 & 1,7273 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,6364 & -0,2727 & 0,0909 & 0,0909 & -0,0909 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0,2727 & 0,5455 & -0,1818 & -0,1818 & 0,1818 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,0909 & -0,1818 & 0,7273 & -0,2727 & 0,2727 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,0909 & -0,1818 & -0,2727 & 0,7273 & -0,7273 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0,0909 & 0,1818 & 0,2727 & -0,7273 & 1,7273 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1,0 \end{pmatrix} \cdot 10^5.$$

В СК  $\mathcal{G}_{\gamma}^{dec}$  ТКС рассматривается как объединение отдельных подсетей, каждая из которых представляется в виде множества межполюсных путей (рис. 6). Соединение эквивалентных представлений отдельных подсетей в единую структуру, отображенную на рис. 7, формализуется как переход от  $\mathcal{G}_{\gamma}^{dec}$  к  $\mathcal{G}_{(\gamma\epsilon)}^{com}$ , который описывается следующими матрицами координатного преобразования:

$$A_{com}^{dec} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, C_{com}^{dec} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & -1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Тогда в СК  $\mathcal{G}_{(\gamma\epsilon)}^{com}$ , т.е. для соединенной сети, на основании алгебраической диаграммы (рис. 8) получаем следующую проекцию контравариантного метрического тензора:

$$G_{\langle \gamma \varepsilon \rangle}^{com} = (A_{com}^{dec})^t G_{\gamma}^{dec} A_{com}^{dec} =$$

$$= \begin{pmatrix} 1,3636 & -0,1818 & -0,2727 & -0,2727 & -0,2727 & 0,0909 & 0,0909 & 0,2727 & 0 & -0,3636 & 1,1818 \\ -0,1818 & 0,5455 & -0,1818 & -0,1818 & 0 & 0 & 0 & 0,1818 & 0 & -0,1818 & 0,0909 \\ -0,2727 & -0,1818 & 0,7273 & -0,2727 & 0 & 0 & 0 & 0,2727 & 0 & -0,2727 & -0,3636 \\ -0,2727 & -0,1818 & -0,2727 & 0,7273 & 0 & 0 & 0 & -0,7273 & 0 & 0,7273 & -0,3636 \\ -0,2727 & 0 & 0 & 0 & 0,5455 & -0,1818 & -0,1818 & 0 & 0 & 0,1818 & -0,0909 \\ 0,0909 & 0 & 0 & 0 & -0,1818 & 0,7273 & -0,2727 & 0 & 0 & 0,2727 & 0,3636 \\ 0,0909 & 0 & 0 & 0 & -0,1818 & -0,2727 & 0,7273 & 0 & 0 & -0,7273 & 0,3636 \\ 0,2727 & 0,1818 & 0,2727 & -0,7273 & 0 & 0 & 0 & 1,7273 & 0 & -1,7273 & 0,3636 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1,0 & -1,0 & 1,0 \\ -0,3636 & -0,1818 & -0,2727 & 0,7273 & 0,1818 & 0,2727 & -0,7273 & -1,7273 & -1,0 & 4,4545 & -1,7273 \\ 1,1818 & 0,0909 & -0,3636 & -0,3636 & -0,0909 & 0,3636 & 0,3636 & 0,3636 & 1,0 & -1,7273 & 3,3636 \end{pmatrix} \cdot 10^5.$$

На основании проекции  $G_{\langle \gamma \varepsilon \rangle}^{com}$  и заданной в качестве исходных данных проекции тензора средних задержек в базисе межполюсных путей

$$T_{\gamma} = \parallel 0,15 \ 0,15 \ 0,15 \ 0,15 \ 0,15 \ 0,15 \ 0,15 \ 0,15 \ 0,15 \ 0,15 \parallel^t \text{ с}$$

согласно выражению (17) получаем

$$\Lambda_{\gamma}^{com} = \parallel 0,0682 \ 0,0682 \ 0,4772 \ -0,2727 \ 0,0682 \ 0,4772 \ -0,2727 \ 1,0227 \ 0 \parallel^t \cdot 10^4 \text{ пак/с.}$$

Вектор  $\Lambda_{\gamma}^{com}$  является частью проекции  $\Lambda_{\langle \gamma \varepsilon \rangle}^{com}$ , которая имеет вид

$$\Lambda_{\langle \gamma \varepsilon \rangle}^{com} = \parallel 0,0682 \ 0,0682 \ 0,4772 \ -0,2727 \ 0,0682 \ 0,4772 \ -0,2727 \ 1,0227 \ 0 \ 0 \parallel^t \cdot 10^4 \text{ пак/с.}$$

На основании  $\Lambda_{\langle \gamma \varepsilon \rangle}^{com}$  согласно правилам преобразования (рис. 8) может быть определена проекция тензора  $\Lambda$  в базисе  $\mathcal{G}_{\gamma}^{dec}$  (т.е. для декомпозицированной сети)

$$\Lambda_{\gamma}^{dec} = \parallel 0,3409 \ 0,0682 \ 0,4772 \ -0,2727 \ 1,0227 \ -0,3409 \ -0,0682 \ -0,4772 \ 0,2727 \ -1,0227 \ 0 \parallel^t \cdot 10^4 \text{ пак/с.}$$

Подвекторами полученного вектора  $\Lambda_{\gamma}^{dec}$  являются проекции  $\Lambda_{\gamma}^{(1)}$ ,  $\Lambda_{\gamma}^{(2)}$  и  $\Lambda_{\gamma}^{(3)}$  тензора интенсивностей трафика  $\Lambda$  для каждой отдельной подсети:

$$\Lambda_{\gamma}^{(1)} = \begin{pmatrix} 0,3409 \\ 0,0682 \\ 0,4772 \\ -0,2727 \\ 1,0227 \end{pmatrix} \cdot 10^4 \text{ пак/с,} \quad \Lambda_{\gamma}^{(2)} = \begin{pmatrix} -0,3409 \\ -0,0682 \\ -0,4772 \\ 0,2727 \\ -1,0227 \end{pmatrix} \cdot 10^4 \text{ пак/с,} \quad \Lambda_{\gamma}^{(3)} = 0.$$

Откуда проекции тензора  $\Lambda$  в СК  $\mathcal{G}_v^{(i)}$  имеют вид:

$$\Lambda_v^{(1)} = \begin{pmatrix} -0,4091 \\ 0,7500 \\ -0,3409 \\ 0,4772 \\ -0,2727 \\ 0,0682 \\ -0,2727 \\ 1,0227 \end{pmatrix} \cdot 10^4 \text{ пак/с}, \quad \Lambda_v^{(2)} = \begin{pmatrix} 0,4091 \\ -0,7500 \\ 0,3409 \\ -0,4772 \\ 0,2727 \\ -0,0682 \\ 0,2727 \\ -1,0227 \end{pmatrix} \cdot 10^4 \text{ пак/с}, \quad \Lambda_v^{(3)} = 0 \text{ пак/с}. \quad (19)$$

Полученные векторы отражают порядок маршрутизации (распределение) трафика максимально допустимой при заданной задержке  $\tau_{\langle \text{прб} \rangle} = 150 \text{ мс}$  интенсивности, которая для имеющихся исходных данных составила 16363 пак/с (рис. 10), что и является результатом решаемой задачи.

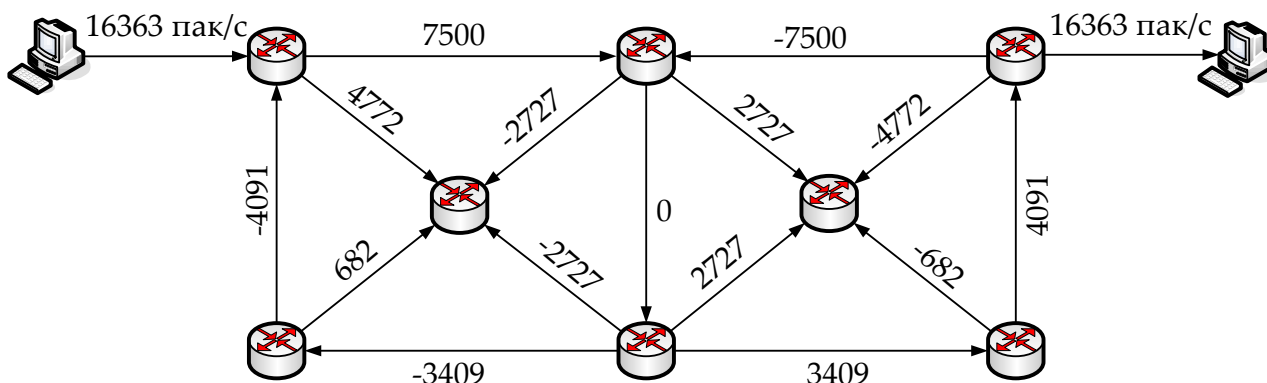


Рис. 10. Результирующее распределение трафика

Наличие т.н. «отрицательной» интенсивности в той или иной ветви сети означает изменение направления протекания трафика относительно предварительно произвольно выбранной ориентации ветви.

## Выводы

Предлагаемая диакоптическая тензорная модель гетерогенной телекоммуникационной сети основывается на декомпозиционном представлении ее структуры и использовании принципов диакоптики, в рамках которых технологическая разнородность подсетей определяет тип метрического пространства в ходе геометризации структурно-функционального представления подсетей и ТКС в целом. В рамках предлагаемой диакоптической модели пространство, связываемое со всей сетью в целом, образуется путем объединения пространств, вводимых для описания подсетей. Как результат каждое пространство отдельной подсети может иметь свою метрику, а точнее правила ее формирования, отражающие технологические аспекты алгоритмов обслуживания очередей, профилирования трафика и др. Откуда выте-



кают две особенности диакоптических тензорных моделей: учет гетерогенности (разнородности) ТКС и обеспечение масштабируемости получаемых решений без потерь в качестве этих решений.

Как было продемонстрировано на примере, предлагаемая диакоптическая модель с использованием базиса путей и внутренних разрезов позволяет решить задачу многопутевой маршрутизации с поддержкой QoS. Полученное решение сохраняет все преимущества тензорного описания ТКС – обеспечение гарантий относительно нескольких разнородных показателей качества обслуживания; использование всего множества доступных маршрутов между заданной парой адресатов; исключение петель в маршрутах. При этом за счет использования базиса путей и внутренних разрезов обеспечивается возможность дифференцированного формирования требований к показателям качества по множеству путей доведения, что наиболее актуально при обслуживании агрегированных потоков в рамках их многопутевой доставки с поддержкой QoS.

Диакоптическая модель ТКС может рассматриваться как основа метода иерархического управления трафиком в гетерогенной сети. Тогда управленческие решения могут быть сформированы на основе безитерационного объединения решений, полученных на уровне подсетей, за счет чего будет повышена масштабируемость сетевого управления.

#### Список литературы:

1. Лемешко А.В. Тензорная модель многопутевой маршрутизации агрегированных потоков с резервированием сетевых ресурсов, представленная в пространстве с кривизной // Праці УНДІРТ. – 2004. – №4 (40). – С. 12–18.
2. Евсеева О.Ю. Тензорная модель гарантированного обеспечения нормированных показателей качества обслуживания в ТКС // Наукові записки УНДІЗ. – 2008. – №3(5). – С. 71–81.
3. Лемешко А.В., Евсеева О.Ю. Тензорная геометризация структурно-функционального представления телекоммуникационной системы в базисе межполюсных путей и внутренних разрезов // Наукові записки УНДІЗ. – 2010. – Вип. 1(13). – С. 14–26.
4. Braun T. End-to-end quality of service over heterogeneous networks / Torsten Braun, Michel Diaz, José Enríquez Gabeiras, Thomas Staub. – Springer, 2008. – 266 p.
5. Кох Р., Яновский Г.Г. Эволюция и конвергенция в электросвязи. – М.: Радио и связь, 2001. – 280 с.
6. Сингх М., Титли А. Системы: декомпозиция, оптимизация и управление. – М.: Машиностроение, 1986. – 494 с.
7. Цурков В.И. Декомпозиция в задачах большой размерности. – М.: Наука, 1981. – 352 с.
8. Крон Г. Исследование сложных систем по частям – диакоптика. – М.: Наука, 1972. – 542 с.