

УЧЕТ АПРИОРНОЙ ИНФОРМАЦИИ В АЛГОРИТМАХ АДАПТАЦИИ

УДК 621.396.965:621.391.26

ЛЕНТОЧНО-ДИАГОНАЛЬНАЯ РЕГУЛЯРИЗАЦИЯ МП ОЦЕНОК КОРРЕЛЯЦИОННЫХ МАТРИЦ В ЗАДАЧАХ АДАПТИВНОЙ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ НА ФОНЕ ГАУССОВЫХ ПОМЕХ

Д.И. ЛЕХОВИЦКИЙ, Ю.И. АБРАМОВИЧ, В.П. РЯБУХА, Г.А. ЖУГА, Д.С. РАЧКОВ,
А.В. СЕМЕНЯКА

Сравнивается быстродействие некоторых алгоритмов адаптивной обработки когерентных сигналов на фоне помех. Основное внимание уделяется относительно новому способу комбинированной регуляризации оценки максимального правдоподобия (МП оценки) корреляционной матрицы (КМ) гауссовых случайных векторов комплексных амплитуд входных процессов с дискретными и непрерывными спектрами мощности. Показывается целесообразность ее использования для повышения быстродействия и рациональный способ практической реализации на основе адаптивных решетчатых фильтров.

Ключевые слова: адаптивная пространственно-временная обработка, быстродействие, оценки максимального правдоподобия, диагональная регуляризация, ленточная регуляризация, адаптивный решетчатый фильтр.

ВВЕДЕНИЕ

Высокое быстродействие адаптивной пространственно-временной обработки (space-time adaptive processing, STAP) сигналов на фоне помех – необходимое условие ее эффективной работы в типичных условиях малых интервалов стационарности входных воздействий. Оно желательно и в практически возможных ситуациях стационарности на относительно больших временных интервалах, поскольку позволяет снизить требования к объему операций обработки в единицу времени.

Важную роль в увеличении быстродействия STAP на фоне гауссовых помех сыграло дополнительное предложенной в [1] оценки максимального правдоподобия (МП оценки) их корреляционных матриц (КМ) диагональной матрицей – регуляризатором (*diagonal loading*) [2]. За счет этого процедура адаптации M -канальной ($M \gg 1$) системы обработки могла начинаться после накопления не M , а единственной обучающей выборки, и существенно повышалось быстродействие в условиях помех, создаваемых $n < M$ точечными источниками внешних излучений.

Еще один способ регуляризации, основанный на ленточной аппроксимации оценки обратной матрицы, был предложен в [3], где было также высказано предположение о возможности и целесообразности совместно использовать оба вида регуляризации МП для повышения быстродействия STAP, впоследствии теоретически подтвержденное в [4, 5].

Цель данной работы – в развитие результатов предыдущей статьи настоящего сборника ([12], разд. 3.6) количественно проиллюстрировать эффективность такого объединения и обосновать рациональные способы его практической реализации.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ, МОДЕЛИ И ДОПУЩЕНИЯ

А. Все рассматриваемых ниже адаптивные фильтры формируют весовые суммы

$$\varepsilon = \hat{\mathbf{r}}^* \cdot \mathbf{u} = \sum_{i=1}^M \hat{r}_i^* \cdot u_i \quad (1)$$

компонент M -мерного входного вектора (пачки)

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_\gamma = \{u_i^{(\gamma)}\}_{i=1}^M = \mathbf{y} + \gamma \cdot \mathbf{s}, \quad \gamma = 0, 1 \quad (2a)$$

аддитивной смеси взаимно независимых векторов помехи $\mathbf{y} = \{y_\ell\}_{\ell=1}^M \sim CN(0, \Phi)$ и, возможно (при $\gamma = 1$), когерентной пачки полезного сигнала

$$\mathbf{s} = \{s_i\}_{i=1}^M = \beta \cdot \mathbf{x}, \quad \beta \sim CN(0, \sigma_s^2), \quad (2b)$$

с вектором весов вида

$$\hat{\mathbf{r}} = \hat{\Psi} \cdot \mathbf{x}, \quad (3)$$

но с различными матрицами $\hat{\Psi} = \{\hat{\omega}_{ij}\}_{i,j=1}^M$, преобразующими опорный вектор полезного сигнала $\mathbf{x} = \{x_\ell\}_{\ell=1}^M$ в весовой вектор (3).

Б. Рассматриваются 4 разновидности матриц $\hat{\Psi}$.

1⁰. Предложенная и исследованная в [1] матрица

$$\hat{\Psi} = \hat{\Psi}_1 = \hat{\Phi}^{-1}, \quad (4)$$

обратная МП оценке КМ помех

$$\hat{\Phi} = \{\hat{\varphi}_{ij}\}_{i,j=1}^M = K^{-1} \cdot \mathbf{Y} \cdot \mathbf{Y}^* = K^{-1} \cdot \sum_{i=1}^K \mathbf{y}_i \cdot \mathbf{y}_i^*, \quad (5)$$

образованной $K \geq M$ взаимно независимыми векторами помехи со свойствами

$$\overline{\mathbf{y}_i \cdot \mathbf{y}_j^*} = \begin{cases} \Phi, & i=j, \\ \mathbf{0}, & i \neq j, \end{cases} \quad i, j \in 1, K. \quad (6)$$

Здесь и далее черта сверху и звездочка (*) – символы статистического усреднения и эрмитового сопряжения соответственно.

При объеме выборки $K < M$ КМ (5) вырождена, поэтому процедура адаптации (3), (1) на основе обратной матрицы (4) теоретически может начаться только после набора $K \geq M$ обучающих векторов помехи (6).

2⁰. Аналогичная (4) матрица

$$\widehat{\Psi} = \widehat{\Psi}_2 = \widehat{\Phi}_{d\ell}^{-1}, \quad (7)$$

обратная “**диагонально нагруженной**” (*diagonally loaded* [2]) выборочной КМ

$$\widehat{\Phi}_{d\ell} = c \cdot \mathbf{I}_M + \widehat{\Phi}, \quad c > 0. \quad (8)$$

В отличие от (5), последняя невырождена при любых $K \geq 1$, поэтому процедура адаптации (3), (1) на ее основе может начинаться уже с $K = 1$.

3⁰. Ленточная (*band*) эрмитова $M \times M$ матрица

$$\widehat{\Psi} = \widehat{\Psi}_3 = \widehat{\Psi}_b = \mathbf{H}_b^* \cdot \mathbf{H}_b = \mathbf{N}_b \cdot \mathbf{N}_b^* \quad (9)$$

с шириной ленты $z = 2 \cdot m - 1$, где \mathbf{H}_b и \mathbf{N}_b – ее нижние треугольные ленточные $M \times M$ матрицы-сомножители с шириной ленты $m \leq M$. Последние получаются из строк $m \times m$ треугольных сомножителей эрмитовых матриц, обратных главным $m \times m$ подматрицам $\widehat{\Phi}^{(m)}(\ell) = \{\widehat{\Phi}_{ij}\}_{i,j=\ell}^{m+\ell-1}$ ($\ell \in 1, M+1-m$) МП оценки КМ (5) [3–6]. Эти подматрицы с вероятностью 1 невырождены уже при объеме обучающей выборки $K \geq m$, достаточном для начала адаптации на основе (9).

Невырожденную $M \times M$ матрицу, обратную (9), мы называем **ленточно** (*band*) регуляризованной.

4⁰. Эрмитова ленточная $M \times M$ матрица с шириной ленты $z = 2 \cdot m - 1$, $m \leq M$,

$$\widehat{\Psi} = \widehat{\Psi}_4 = \widehat{\Psi}_{bd} = \mathbf{H}_{bd}^* \cdot \mathbf{H}_{bd} = \mathbf{N}_{bd} \cdot \mathbf{N}_{bd}^*, \quad (10)$$

построенная тем же способом, но по главным $m \times m$ подматрицам **диагонально** регуляризованной матрицы (8). Адаптация в этом случае может начинаться уже с выборки объема $K = 1$. **Невырожденная** матрица, обратная (10), называется далее **ленточно-диагонально** (*band-diagonal*) регуляризованной.

В. Критерием быстродействия рассматриваемых алгоритмов служит зависимость случайной величины

$$\chi(K) = \frac{\widehat{\mu}(K)}{\mu} \in 0, 1, \quad (11)$$

$$\widehat{\mu}(K) = \frac{|\mathbf{x}^* \cdot \widehat{\mathbf{r}}(K)|^2}{\widehat{\mathbf{r}}^*(K) \cdot \Phi \cdot \widehat{\mathbf{r}}(K)}, \quad \mu = \mathbf{x}^* \cdot \Psi \cdot \mathbf{x}$$

от объема обучающей выборки K [1]. Она имеет смысл потерь выходного отношения сигнал/

(помеха + шум) (SINR) $\widehat{\mu}(K)$ фильтра (1) по сравнению с его теоретическим максимумом μ , достижимым в гипотетической ситуации точно известной КМ Φ при оптимальном весовом векторе $\mathbf{r} = \Phi^{-1} \cdot \mathbf{x}$.

Г. Потери (11) рассчитываются для помех с **непрерывными** и **дискретными** спектрами $s(f)$, связанными с КМ помех равенствами **Винера – Хинчина**

$$\Phi = \{\rho_{pq}\}_{p,q=1}^M = \int_{-1/2}^{1/2} s(f) \cdot \mathbf{x}(f) \cdot \mathbf{x}^*(f) df, \quad (12)$$

$$\mathbf{x}(f) = \{e^{j \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \cdot \ell}\}_{\ell=1}^M.$$

В обоих случаях спектры и КМ помех имеют вид

$$s(f) = 1 + \eta \cdot s_{norm}(f), \quad \Phi = \mathbf{I}_M + \eta \cdot \rho, \quad (13)$$

где первые слагаемые – спектр и КМ некоррелированных собственных шумов M каналов приема с одинаковой (единичной) мощностью, η – относительная (по отношению к шумам) мощность внешней помехи, $s_{norm}(f)$ – ее спектр, нормированный условием

$$\int_{-1/2}^{1/2} s_{norm}(f) df = 1; \quad (14)$$

$$\rho = \{\rho_{pq}\}_{p,q=1}^M = \int_{-1/2}^{1/2} s_{norm}(f) \cdot \mathbf{x}(f) \cdot \mathbf{x}^*(f) df, \quad \rho_{pp} = 1$$

– $M \times M$ матрица коэффициентов взаимной корреляции помех M приемных каналов.

Д. Внешние помехи с непрерывными спектрами аппроксимируются процессами **авторегрессии** (АР) целого порядка $p \geq 1$:

а) с **экспоненциальной** корреляционной функцией (**ЭКФ**) ($p = 1$)

$$\rho_{pq} = \rho_1^{|p-q|}, \quad (15)$$

где ρ_1 – коэффициент корреляции помех двух смежных каналов приема;

б) с **гауссовой** корреляционной функцией (**ГКФ**) ($p \rightarrow \infty$)

$$\rho_{pq} = \rho_1^{|p-q|^2}. \quad (16)$$

Е. Дискретные спектры помех имеют вид

$$s_{norm}(f) = (1/h_\Sigma) \cdot \sum_{i=1}^n h_i \cdot \delta(f - f_i), \quad (17a)$$

$$h_\Sigma = \sum_{i=1}^n h_i, \quad f_i \in -1/2, 1/2,$$

их КМ (13) равны

$$\Phi = \mathbf{I}_M + \eta \cdot \mathbf{X} \cdot \mathbf{h} \cdot \mathbf{X}^*, \quad (17б)$$

$$\mathbf{X} = \{\mathbf{x}(f_i)\}_{i=1}^n, \quad \mathbf{h} = \text{diag}\{h_i/h_\Sigma\}_{i=1}^n.$$

Такие помехи создаются, в частности, совокупностью n комплексных гармоник с частотами (пространственными, временными) f_i и интенсивностями h_i , $i \in 1, n$.

2. АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Результаты моделирования для помех с непрерывными спектрами показаны на рис. 1, а для помех с дискретными спектрами – на рис. 2. Нижний индекс в оценке 2^0 – значение параметра регуляризации $c_1 = K \cdot c$.

Они полностью согласуются с известными теоретическими результатами, касающимися адаптации на основе МП оценок (5) КМ общего вида [1]. В частности, кривые 1^0 “начинаются” с $K = M$ и входят в зону “3-дБ потерь” при $K \geq 2 \cdot M - 3$ (≈ 100 при $M = 50$) на всех рис. 1 и рис. 2, соответствующих существенно разным помеховым сценариям.

Недостатки МП оценки 1^0 существенно ослабляются оценками $2^0 - 4^0$, построенными в соответствии с принципом “ожидаемого правдоподобия” (*expected-likelihood (EL)*) – конструктивной альтернативой принципу “максимального правдоподобия” (*maximum-likelihood (ML)*) в условиях выборок малого объема [4, 5]. Суть принципа *EL* оценивания заключается в том, что в качестве оценки априори неизвестной истинной КМ берется не матрица, максимизирующая отношение правдоподобия (ОП), а матрица, приближающая его значения к тем, которое можно ожидать от ОП, порождаемого истинной КМ.

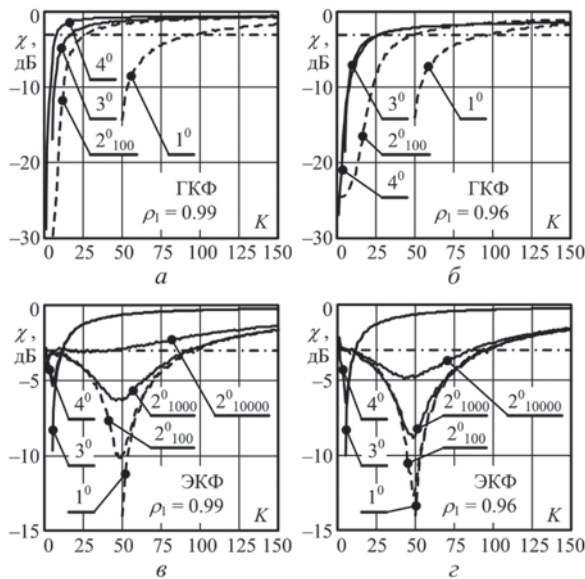


Рис. 1. Быстродействие оценок $1^0 - 4^0$ (непрерывные спектры, $\eta = 10^5$, $M = 50$, $f = 0,22$, $c = 100$, $m = 5$)

Для помех с непрерывными спектрами (рис. 1) оценка 3^0 (ленточная регуляризация) по сравнению с оценкой 1^0 примерно в 4 раза увеличивает быстродействие при ГКФ (рис. 1, а, б), и примерно в 8 раз – при ЭКФ помех (рис. 1, в, г). В обоих случаях она заметно эффективнее оценки 2^0 , что было предсказано в [5]. Выигрыши могут увеличиться при выборе ширины ленты в соответствии с принципом *EL* [8, 9].

Оценка 4^0 (ленточно-диагональная регуляризация) объединяет достоинства оценок $2^0, 3^0$ – она не хуже, но может быть и лучше, чем лучшая из них.

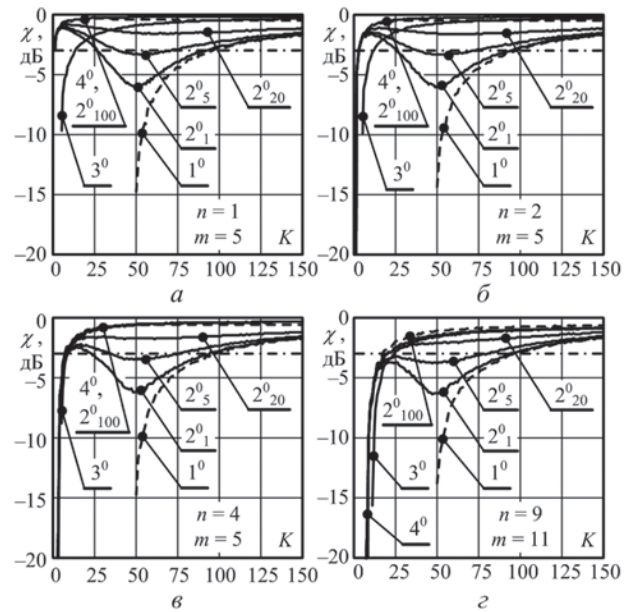


Рис. 2. Быстродействие оценок $1^0 - 4^0$ (дискретные спектры, $\eta = 10^3$, $M = 50$, $c = 100$, $m = 5$)

Для помех с дискретными спектрами диагонально регуляризованная оценка 2^0 с правильно заданным параметром регуляризации обеспечивает вход в зону “3 дБ потерь” при выборке объема $K = 2 \cdot n$ [2, 11]. Она обеспечивает более высокое быстродействие, чем оценка 3^0 при ширине ленты $m > n$, что также было предсказано в [5]. Но и в этих условиях наиболее эффективна комбинированная оценка 4^0 , при $m > n$ обеспечивающая наилучший эффект даже при неоптимальном параметре диагональной регуляризации.

Развитая в [4, 5] теория в сочетании с приведенными результатами моделирования и экспериментами [7] убедительно свидетельствуют о целесообразности практического использования комбинированной ленточно-диагональной регуляризации. Важно, что такая регуляризация может быть легко реализована в АРФ.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Сопоставлено быстродействие различных алгоритмов пространственно-временной адаптивной обработки когерентных сигналов на фоне гауссовых помех. Показано, что важный резерв его повышения связан с ленточной аппроксимацией матрицы, обратной диагонально регуляризованной оценке максимального правдоподобия корреляционной матрицы помех, параметры которой (ширина ленты и скалярный множитель диагональной регуляризации) выбираются в соответствии с принципом “ожидаемого правдоподобия” [8–10]. Дополнительные резервы повышения быстродействия связаны с учетом практически возможной априорной информации о специфике структуры КМ входных воздействий и использованием особенностей АРФ. Связанные с этим вопросы более подробно рассматриваются в ряде последующих статей данного сборника.

Литература

- [1] *I.S. Reed, J.D. Mallett and L.E. Brennan.* Rapid Convergence Rate in Adaptive Arrays // IEEE Transactions on Aerospace Electronic System. – November, 1974. – Vol. 10. – PP. 853–863.
- [2] *Абрамович Ю.И.* Регуляризованный метод адаптивной оптимизации по критерию максимума отношения сигнал/помеха // Радиотехника и электроника. – М., 1981. – Т. 26, № 3. – С. 543–551.
- [3] *Леховицкий Д.И., Милованов С.Б., Раков И.Д., Свердлов Б.Г.* Универсальные адаптивные решетчатые фильтры. Ч. 2. Адаптация при заданном корне из оценочной корреляционной матрицы // Изв. Вузов. Радиофизика. – 1992. – Т. 35, №11–12. – С. 969–991.
- [4] *Y. Abramovich, N. Spencer, M. Turley.* Time-varying autoregressive (TVAR) models for multiple radar observations // IEEE Trans. Sig. Proc. – Vol. 55, № 4, PP. 1298–1311, Apr. 2007.
- [5] *Y. Abramovich, N. Spencer, and B. Johnson.* Band-inverse TVAR covariance matrix estimation for adaptive detection / IEEE Trans. Aero. Elect. Sys., submitted 11 Dec 2006 + 15, Aug 2007, accepted 24 Sep 2008.
- [6] *D.I. Lekhovitskiy.* Generalized Levinson's algorithm and multipurpose lattice filters // Izvestiya vuzov. Radio fizika. – 1992. – V. 35, №9–10. – P. 790–808.
- [7] *Леховицкий Д.И., Рябуха В.П., Жуга Г.А. Лаврентьев В.Н.* Экспериментальные исследования систем СДЦ на основе АРФ в импульсных РЛС с попачечной вобуляцией периодов зондирования. – Х.: Прикладная радиоэлектроника, т. 7, 2008, №1 с. 90–101.
- [8] *Y. Abramovich, N. Spencer, and M. Turley.* Order estimation and discrimination between stationary and time-varying autoregressive (TVAR) models // IEEE Trans. Sig. Proc. – June, 2007. – Vol. 55, No. 6. – PP. 2861–2876.
- [9] *Y. I. Abramovich, Nicolas K. Spenser, Alexei Y. Gorokhov.* A Modified GLRT and AMF Framework for Diagonally Loaded and Fast Maximum-Likelihood Adaptive Detectors // IEEE Trans. on Aerospace and Electr. Systems. – July, 2007. – Vol. 43, № 3. – PP. 1017–1051.
- [10] *D. Lekhovitskiy, Y. Abramovich.* Adaptive lattice filters for band-inverse (TVAR) covariance matrix approximations: theory and practical applications. – IRS – 2009, Hamburg, Germany, 09–11 September 2009, Proceedings, p.p. 535–539.
- [11] *Черемисин О.П.* Эффективность адаптивного алгоритма с регуляризацией выборочной корреляционной матрицы. – М.: Радиотехника и электроника, 1982, т.27, №10, с. 1933–1942.
- [12] *Леховицкий Д.И., Рачков Д.С., Семеняка А.В., Рябуха В.П., Атаманский Д.В.* Адаптивные решетчатые фильтры. Часть I. Теория решетчатых структур. Настоящий выпуск.

Поступила в редколлегию 26.09.2011

Леховицкий Давид Исаакович, фото и сведения об авторе см. на с. 404.

Абрамович Юрий Иосифович, доктор технических наук профессор, до недавнего времени главный научный сотрудник Australian Defence Science and Technology Organisation (DSTO), Аделаида, Австралия. Область научных интересов –



обработка сигналов (в частности – адаптивная пространственно-временная обработка, диаграммообразование, обнаружение сигналов, оценка параметров) и их применение в радиолокации, связи и радиоэлектронной борьбе.

Рябуха Вячеслав Петрович, фото и сведения об авторе см. на с. 404.



Жуга Геннадий Александрович, кандидат технических наук, научный сотрудник Харьковского Национального университета радиоэлектроники. Область научных интересов – унифицированные процессоры и системы адаптивной обработки сигналов на фоне помех.

Рачков Дмитрий Сергеевич, фото и сведения об авторе см. на с. 404.

Семеняка Андрей Викторович, фото и сведения об авторе см. на с. 404.

УДК 621.396.965:621.391.26

Стрічково-діагональна регуляризація МП оцінок кореляційних матриць в задачах адаптивної обробки сигналів на фоні гаусових завад / Д.І. Леховицький, Ю.І. Абрамович, В.П. Рябуха, Г.А. Жуга, Д.С. Рачков, А.В. Семеняка // Прикладна радіоелектроніка: наук.-техн. журнал. – 2011. Том 10. № 4. – С. 419-422.

Порівнюється швидкодія деяких алгоритмів адаптивної обробки когерентних сигналів на фоні завад. Основна увага приділяється відносно новому способу комбінованої регуляризації оцінок максимальної правдоподібності кореляційної матриці гаусових випадкових векторів комплексних амплітуд вхідних процесів з дискретними та неперервними спектрами потужності. Показується доцільність її використання для підвищення швидкодії та раціональний спосіб практичної реалізації на основі адаптивних решітчастих фільтрів.

Ключові слова: адаптивна просторово-часова обробка, швидкодія, оцінки максимальної правдоподібності, діагональна регуляризація, стрічкова регуляризація, адаптивний решітчастий фільтр.

Л. 2. Бібліогр.: 12 найм.

UDC 621.396.965:621.391.26

Band-diagonal regularization of Gaussian interference covariance matrices ML estimates for adaptive signal processing applications / D.I. Lekhovitskiy, Y.I. Abramovich, V.P. Ryabukha, G.A. Zhuga, D.S. Rachkov, A.V. Semeniaka // Applied Radio Electronics: Sci. Journ. 2011. Vol. 10. № 4. – P. 419-422.

In the paper, the convergence rate of a number of adaptive processing algorithms of coherent signals against the interference background is compared. The main attention is paid to a relatively new combined regularization of the maximum likelihood estimate of the correlation matrix containing Gaussian random complex vectors of inputs with discrete and continuous energy spectra. Its usage expediency for the convergence rate increasing and efficient lattice-filter-based methods of its practical realization are shown.

Keywords: space-time adaptive signal processing, convergence rate, maximum likelihood estimates, diagonal loading, band regularization, adaptive lattice filter.

Fig. 2. Ref.: 12 items.