

ASSIGN Type, FN\$Fun_Type ; определение типа объекта перевозки
ASSIGN CurrentPoint, FN\$Fun_LoadPoint ; определение начального пункта объекта перевозки

ASSIGN LoadTime, FN\$Fun_LoadTime ; определение времени загрузки

ASSIGN UnloadPoint, FN\$Fun_UnloadPoint ; определение конечного пункта

ASSIGN UnloadTime, FN\$Fun_UnloadTime ; определение времени выгрузки

LINK FN\$Fun_PointList, FIFO ; занесение в список ожидания

Данный программный сегмент не зависит от характеристик объектов перевозки или числа вершин сети, в которые могут прибывать эти объекты. Учёт характеристик производится при помощи параметрической настройки функциональных зависимостей. Такой подход позволяет упростить создание программного кода, а также облегчить внесение изменения в программу.

На основании изложенного можно сделать вывод, что рассмотренный способ задания кольцевых сетей позволяет учитывать такие факторы как наличие транспортных средств разной пассажироёмкости, случайное время передвижения транспортных средств по маршруту и автоматически генерировать программную реализацию модели. Это даёт возможность строить более адекватные модели и получать более точные результаты при моделировании кольцевых сетей.

Список литературы: 1. Швецов В.И., Алиев А.С. Математическое моделирование загрузки транспортных сетей. М.: Едиториал УРСС, 2003. 64 с. 2. *Транспортная логистика: Учебник для транспортных вузов/Под общей редакцией Л.Б. Миротина.* М.: Экзамен, 2003. 512 с. 3. *Томашевский В.Н., Жданова Е.Г.* Имитационное моделирование в среде GPSS. М.: Бестселлер, 2003. 416 с. 4. *Богушевская Н.В., Томашевский В.Н.* Интерактивная система имитационного моделирования виртуальных сетей // Автоматизация виробничих процесів. 2004. №2 (19). С. 162–166.

Поступила в редколлегию 25.04.2008

Богушевская Наталия Владимировна, старший преподаватель кафедры АСОИУ НТУ «КПИ». Научные интересы: моделирование и CASE-технологии. Адрес: Украина, 01056, Киев, пр. Перемоги, 37.

Томашевский Валентин Николаевич, д-р техн. наук, профессор кафедры АСОИУ НТУ «КПИ». Научные интересы: моделирование и прогнозирование сложных процессов. Адрес: Украина, 02192, Киев, ул. А. Малышко, 3, кв. 77.

УДК 519.8

Ю. И. ЛАРИОНОВ, М. А. ХАЖМУРАДОВ

ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ «РАСШИВКИ УЗКИХ МЕСТ» ПРОИЗВОДСТВА

Рассматривается метод оптимизации «расшивки узких мест» производства с помощью двойственных оценок ресурсов. Приводится пример решения задачи.

1. Введение

Увеличение объема выпуска и реализации продукции предполагает получение максимальной прибыли. Рост прибыли сдерживается ограниченными ресурсами предприятия. Очевидно, что незначительное увеличение одного дефицитного вида ресурса может сильно повлиять на полученную прибыль, в то время как увеличение другого дефицитного ресурса на то же количество прибыли повлияет значительно меньше. Различные виды ресурсов в процессе производства оказываются неравноценными, степень их влияния неодинакова. Выявление дефицитных ресурсов, сдерживающих рост объема производства, и определение объема их закупки для суммарного прироста прибыли является целью предлагаемой работы.

2. Изложение материалов исследования

Предприятие, формирующее свою производственную программу на определенный промежуток времени, потенциально может производить n различной продукции. Обозначим через x_j искомое количество единиц j -й продукции. Для организации производственного

процесса требуются различные виды сырья и оборудования, электроэнергия, трудовые ресурсы и другие производственные факторы, имеющиеся на предприятии в ограниченном количестве. Пусть число необходимых видов ресурсов равно m . Количество ресурса i -го вида, отпущенного предприятию для потребления в производственном процессе, обозначим через b_i . Структуру затрат и доходов будем считать известной, т.е. известна экономическая выгода (мера полезности) производства продукции каждого вида, исчисляемая по отпускной цене товара, его прибыльности, издержкам производства, степени удовлетворения потребителей и т.д. Примем в качестве такой меры прибыль c_j , получаемую предприятием от реализации единицы j -й продукции. Обозначим через a_{ij} технологические коэффициенты, которые указывают, сколько i -го ресурса требуется для производства единицы продукции j -го вида. Необходимо составить план производства $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, обеспечивающий получение максимальной прибыли при соблюдении ограничений на расходование ресурсов. Тогда модель задачи производственного планирования примет вид [1,2].

Найти

$$\max Z = \sum_{j=1}^n c_j x_j \quad (1)$$

при ограничениях

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i, \quad i = \overline{1, m}, \quad (2)$$

$$x_j \geq 0, \quad j = \overline{1, n}. \quad (3)$$

В рамках сформулированной модели должна существовать внутренняя система оценок ресурсов, используемых в процессе производства. Эти оценки связаны с технологическими особенностями данного производственного процесса, структурой и количеством ресурсов, имеющихся на производстве, структурой внешних цен, на основании которых формируется вектор прибылей C .

Предположим, что в результате решения сформулированной задачи получен оптимальный план производства X^* . Это даст возможность установить, какие ресурсы по данному плану используются полностью, т.е. представляют собой «узкие места» и сдерживают дальнейшее увеличение выпуска продукции без увеличения их объемов. Учитывая, что различные дефицитные ресурсы по-разному влияют на размер прибыли, определим двойственные оценки ресурсов y_1, y_2, \dots, y_m . Согласно третьей теореме двойственности (об оценках) они показывают прирост прибыли при увеличении объема соответствующего ресурса на единицу (в области устойчивости двойственных оценок) [2].

Перед предприятием стоит новая задача – составить план «расширки узких мест» производства, т.е. указать, сколько единиц каждого из дефицитных видов ресурсов должно быть приобретено, чтобы суммарный прирост прибыли был максимальным при условии, что для расчетов используются найденные двойственные оценки ресурсов.

Пусть Δb_i – искомое дополнительное количество единиц i -го ресурса, а $\Delta b = (\Delta b_1, \Delta b_2, \dots, \Delta b_m)$ – искомый план «расширки узких мест». Обозначим через q_i затраты, связанные с увеличением количества i -го ресурса на единицу (например, будем считать, что q_i – внешняя цена i -го ресурса, по которой предприятие приобретает его). Тогда $Q = (q_1, q_2, \dots, q_m)$ – вектор внешних цен ресурсов. Дополнительная прибыль от увеличения объема i -го ресурса на Δb_i единицу составит $\Delta Z_i = (y_i - q_i) \cdot \Delta b_i$, а по всем видам ресурсов

$$\Delta Z = \sum_{i=1}^m (y_i - q_i) \cdot \Delta b_i. \quad (4)$$

Величины Δb_i не могут быть выбраны произвольно, так как новый вектор $(b + \Delta b)$ должен принадлежать области устойчивости двойственных оценок, в которой оптимальный план двойственной задачи не меняется. Это имеет место для тех значений $(b + \Delta b)$, при которых среди компонент вектора $P^{-1}(b + \Delta b)$ нет отрицательных. Здесь P^{-1} – матрица, обратная матрице P , составленной из компонент векторов базиса, определяющих оптимальный план задачи (1)-(3).

Пусть на приобретение дополнительных объемов ресурсов выделена ограниченная сумма S денежных средств, тогда

$$\sum_{i=1}^m q_i \cdot \Delta b_i \leq S. \quad (5)$$

Таким образом, проблему «расшивки узких мест» производства можно представить в виде следующей задачи линейного программирования.

Найти план «расшивки» $\Delta b = (\Delta b_1, \Delta b_2, \dots, \Delta b_m)$, максимизирующий суммарный прирост прибыли

$$\max \Delta Z = \sum_{i=1}^m (y_i - q_i) \cdot \Delta b_i \quad (6)$$

при условиях

$$\sum_{i=1}^m \ell_{ij} (b_i + \Delta b_i) \geq 0, \quad j = \overline{1, n}, \quad (7)$$

$$\sum_{i=1}^m q_i \cdot \Delta b_i \leq S, \quad (8)$$

$$\Delta b_i \geq 0, \quad i = \overline{1, m}, \quad (9)$$

где ℓ_{ij} – элементы матрицы P^{-1} .

Система условий (7)-(9) может содержать и другие ограничения; например, если поставщик может увеличить количество поставляемого сырья r -го вида ($1 \leq r \leq m$) только на β единиц, то появится дополнительное ограничение

$$\Delta b_r \leq \beta. \quad (10)$$

Для упрощения вычислений ограничения (7) можно преобразовать следующим образом:

$$\sum_{i=1}^m \ell_{ij} (b_i + \Delta b_i) = \sum_{i=1}^m \ell_{ij} b_i + \sum_{i=1}^m \ell_{ij} \Delta b_i = x_j^* + \sum_{i=1}^m \ell_{ij} \Delta b_i,$$

откуда

$$-\sum_{i=1}^m \ell_{ij} \Delta b_i \leq x_j^*. \quad j = \overline{1, n}. \quad (11)$$

Для иллюстрации изложенного рассмотрим следующий пример.

Пусть требуется составить план производства трех видов продукции, используя четыре вида ресурсов (сырье, оборудование, электроэнергия, труд), для получения максимальной прибыли. Технологическая матрица A , вектор объемов ресурсов B , вектор удельной прибыли C , вектор внешних цен ресурсов Q и сумма денежных средств S на пополнение ресурсов заданы:

$$A = \begin{vmatrix} 5 & 3 & 2 \\ 4 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 0 \\ 1 & 4 & 3 \end{vmatrix}; \quad B = \begin{vmatrix} 190 \\ 145 \\ 105 \\ 90 \end{vmatrix}; \quad C = (32, 50, 44); \quad S = 200; \quad Q = \begin{vmatrix} 1 \\ 6 \\ 2 \\ 5 \end{vmatrix}.$$

Задача состоит в том, чтобы найти план производства $X = (x_1, x_2, x_3)$, максимизирующий прибыль

$$Z = 32x_1 + 50x_2 + 44x_3,$$

при ограничениях

$$\begin{aligned} 5x_1 + 3x_2 + 2x_3 &\leq 190, \\ 4x_1 + x_2 &\leq 145, \\ 3x_1 + 2x_2 &\leq 105, \\ x_1 + 4x_2 + 3x_3 &\leq 90, \\ x_j &\geq 0, \quad j=1,3. \end{aligned}$$

Решение задачи симплекс-методом приведено в итоговой симплексной таблице. Оптимальный план производства $x^* = (30, 0, 20)$, а максимальное значение прибыли $Z_{\max} = 1840$.

i	Б	C	X	35	50	44	0	0	0	0
				P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	P ₅	P ₆	P ₇
1	P ₁	32	30	1	1/13	0	3/13	0	0	-2/13
2	P ₅	0	25	0	7/13	0	-12/13	1	0	8/13
3	P ₆	0	15	0	23/13	0	-9/13	0	1	6/13
4	P ₃	44	20	0	7/13	1	-1/13	0	0	5/13
m+1			1840	0	10	0	4	0	0	12

В этой же таблице содержится обратная матрица

$$P^{-1} = \begin{vmatrix} 3/13 & 0 & 0 & -2/13 \\ -12/13 & 1 & 0 & 8/13 \\ -9/13 & 0 & 1 & 6/13 \\ -1/13 & 0 & 0 & 5/13 \end{vmatrix}$$

и вектор двойственных оценок ресурсов $Y = (4, 0, 0, 12)$.

Анализ оптимального плана производства показывает, что ресурсы первого и четвертого вида полностью используются и имеют положительные двойственные оценки, а ресурсы второго и третьего вида, являющиеся избыточными, – нулевые оценки.

Рассмотрим вопрос о «расшировке узких мест» производства. Вектор дополнительных объемов ресурсов будем искать в виде $\Delta b = (\Delta b_1, 0, 0, \Delta b_4)$. При этом прирост прибыли (6) выразится функцией

$$\Delta Z = (4-1)\Delta b_1 + (12-5)\Delta b_4 = 3\Delta b_1 + 7\Delta b_4,$$

а ограничения (8), (11) примут вид:

$$\begin{aligned} -\frac{3}{13}\Delta b_1 + \frac{2}{13}\Delta b_2 &\leq 32, \\ \frac{12}{13}\Delta b_1 - \frac{8}{13}\Delta b_2 &\leq 25, \\ \frac{9}{13}\Delta b_1 - \frac{6}{13}\Delta b_2 &\leq 15, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
-\frac{1}{13}\Delta b_1 - \frac{6}{13}\Delta b_2 &\leq 15, \\
\Delta b_1 + 5\Delta b_4 &\leq 200, \\
\Delta b_1 \geq 0, \quad \Delta b_4 &\geq 0.
\end{aligned}$$

Решение функции (например, графически) дает план расшивки: $\Delta b_1 = 42$, $\Delta b_4 = 31$. Таким образом, чтобы получить наибольший прирост от «расшивки узких мест» производства, необходимо увеличить количество ресурса первого вида на 42 единицы, а четвертого – на 31 единицу, при этом прирост прибыли составит 343 единицы.

3. Выводы

Рассмотрен метод получения оценки ресурсов, вытекающий из условия решения оптимизационной задачи. Будучи элементом двойственной задачи линейного программирования, объективно обусловленные оценки показывают изменения значения оптимальности соответствующей прямой задачи при приращении данного ресурса на единицу, т.е. они выступают как мера дефицитности ресурсов, как мера влияния ограничений на функционал. Каждый ресурс оценивается с точки зрения приносимого им экономического эффекта. Оценки показывают, к каким экономическим последствиям приведет производство дополнительного вида продукции. Кроме того, решение задачи о «расшивке узких мест» производства позволит рассмотреть и задачу согласования хозяйственных интересов предприятий, образующих производственную цепочку. Предприятия, поставляющие различные виды сырья или полуфабрикаты предприятию-производителю, заинтересованы в отпуске дополнительного количества сырья, если предприятие-потребитель «поделится» с ним частью прибыли, получаемой от «расшивки узких мест» производства при выпуске готовой продукции.

Список литературы: 1. Ларионов Ю.І., Левикін В.М., Хажмурадов М.А. Дослідження операцій в інформаційних системах: Навчальний посібник. Харків: ХНУРЕ, 2003. 388с. 2. Крушевский А.В., Швецов К.И. Математическое программирование и моделирование в экономике. К.: Вища школа, 1979. 3. Акулич И.Л. Математическое программирование в примерах и задачах. М.: Высш. шк., 1986. 4. Ларионов Ю.І., Левикін В.М., Хажмурадов М.А. Дослідження операцій в інформаційних системах: Навч. посібник. 2-е вид. Харків: Компанія СМІТ, 2005. 364 с.

Поступила в редколлегию 23.06.2008

Ларионов Юрий Иванович, канд. техн. наук, профессор кафедры менеджмента организаций Харьковского института экономики рыночных отношений и менеджмента. Научные интересы: методы оптимизации, исследований операций, принятия решений. Адрес: Украина, 61166, Харьков, ул. Бакулина, 14, кв. 42, тел.: 702-30-07.

Хажмурадов Манап Ахмадович, д-р техн. наук, профессор, начальник отдела Национального Научного Центра Харьковского физико-технического института. Научные интересы: методы Монте-Карло, математическое моделирование, автоматизированные системы управления. Адрес: Украина, 61108, Харьков, ул. Академическая, 1, тел. (057)335-68-46.