

РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ТЕНЗОРНОЙ МОДЕЛИ МНОГОПУТЕВОЙ МАРШРУТИЗАЦИИ С ОБЕСПЕЧЕНИЕМ КАЧЕСТВА ОБСЛУЖИВАНИЯ В ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННЫХ СЕТЯХ

А.В. Лемешко, О.Ю. Евсеева, С.В. Гаркуша

Тензорный подход, который использован в статье для математического описания телекоммуникационных сетей (ТКС), позволил сформулировать в аналитическом виде условия обеспечения качества обслуживания одновременно по двум показателям: требуемой скорости передачи трафика и допустимой межконцевой задержке. Описанная модель предназначена для решения задач маршрутизации, но может быть адаптирована и под ряд других задач управления трафиком и проектирования ТКС. Предлагаемое решение является инвариантным относительно анализируемых сетевых структур, дисциплин обслуживания и моделей трафика. Все перечисленные особенности сказываются лишь на размерности и содержании метрических тензоров и матриц координатного преобразования.

Основным объектом исследования были выбраны задачи многопутевой маршрутизации. В этой связи, произведено моделирование и сравнительный анализ предлагаемого из ранее известных решений по ключевым показателям качества обслуживания. Результаты численного анализа продемонстрировали преимущества тензорного подхода к моделированию маршрутных задач, что проявлялось в улучшении межконцевой многопутевой задержки, вероятности своевременной доставки пакетов и джиттера.

Ключевые слова: межконцевая задержка, джиттер, телекоммуникационная сеть, тензорная модель.

Введение

Развитие современных телекоммуникационных сетей (ТКС) подчинено основной цели – повышению качества обслуживания (Quality of Service, QoS) запросов различного рода сетевых приложений и отдельных пользователей. Достижение данной цели, как правило, основывается на согласованном и взаимодополняющем применении множества технологических средств практически всех уровней эталонной модели взаимодействия открытых систем (Open Systems Interconnection, OSI). Важное место среди подобных средств отводится инструментарию сетевого уровня OSI, а именно протоколам маршрутизации, от эффективности которых во многом зависят численные значения ключевых межконцевых (end-to-end) QoS-показателей: средней задержки, джиттера, скорости передачи и уровня потерь пакетов [1, 2]. В этой связи, к основным требованиям, которые предъявляются к перспективным решениям в области маршрутизации, относятся следующие:

- поддержка многопутевой стратегии маршрутизации (multipath routing) [2] для обеспечения сбалансированной загрузки ТКС и повышения качества обслуживания в целом;
- переход к потоковым (flow based) моделям и методам маршрутизации ввиду того, что современный сетевой трафик имеет преимущественно потоковую природу;
- использование композитных метрик, максимально учитывающих соотношение требований относительно численных значений различных QoS-показателей;
- максимальный учет особенностей обработки пакетов на маршрутизаторах сети, в том числе специфику процессов организации и обработки очередей;
- обеспечение высокой масштабируемости маршрутных решений, т. е. способности сохранять в заданных пределах свою эффективность в условиях роста территориальной распределенности ТКС, числа и типов обслуживаемых трафиков пользователей и др.

Перечисленные требования являются достаточно противоречивыми по своему содержанию. Так удовлетворение первых трех требований на уровне математического описания неизменно сопровождается усложнением конечной протокольной реализации, что отрицательно сказывается

на масштабируемости искомым маршрутным решениям. Кроме того, следует отметить, что реализация многопутевой маршрутизации сама по себе является причиной дополнительного роста джиттера в силу дифференциации задержек вдоль различных путей передачи пакетов [3, 4]. Увеличение джиттера пакетов приводит к значительному ухудшению качества обслуживания, воспринимаемого пользователем (Quality of Experience, QoE), а в рамках сетей SONET/SDH отсутствие подобного рода джиттера является необходимым условием процедуры конкатенации виртуальных каналов (virtual concatenation, VCAT) [5]. На практике компенсация джиттера основывается на дополнительной буферизации пакетов, что сопровождается ростом результирующей межконцевой задержки. Поэтому контроль задержек и джиттера в процессе решения задач многопутевой маршрутизации становится одним из ключевых требований.

В разрезе перечисленных требований, как показывал проведенный анализ [6–10], существует два основных подхода к постановке и решению задачи многопутевой маршрутизации в рамках тех или иных классов математических моделей. Первый подход, развиваемый в рамках алгоритмической теории графов, связан с поиском k кратчайших (не обязательно независимых) путей на взвешенном графе для заданной пары источник-получатель. Как правило, алгоритмы нахождения k кратчайших путей, например, обобщенный алгоритм меток или алгоритм Йена (Yen's algorithm), строятся на основании алгоритмов кратчайшего пути Дейкстры или Беллмана – Форда [6–8]. Более эффективным в плане решения задачи многопутевой маршрутизации является использование всевозможных потоковых моделей, которые, в отличие от графокомбинаторных алгоритмов, вычисляют не только множество оптимальных в той или иной метрике доступных путей, но и определяют порядок распределения трафика вдоль каждого из них [6, 9, 10], позволяя анализировать в явном виде межконцевое качество обслуживания. Именно потоковые модели являются основой для наиболее эффективного учета вышеперечисленных требований к маршрутным решениям.

Потоковое моделирование задач маршрутизации, как правило, базируется на дифференциально-разностных [11], алгебраических [12] или диофантовых [13] уравнениях состояния сети, которые с разным уровнем адекватности описывают процесс передачи и обработки пакетов в ТКС. Вместе с тем, для решения задач маршрутизации с обеспечением качества обслуживания хорошо себя зарекомендовал тензорный подход [14–16], основанный на многоаспектном представлении сети, как с точки зрения особенностей ее структурного построения, так и с позиций функциональной иерархии сетевых задач. При этом стоит отметить, что само по себе использование тензорных формализмов еще не гарантирует успешное решение поставленных задач. Важно понимать, что усложнение на этапе математического описания должно «окупаться» более высокой (по сравнению с известными аналогами) эффективностью маршрутных решений и достигаемого качества обслуживания. В этой связи, целью работы является, во-первых, описание особенностей тензорного моделирования задач многопутевой маршрутизации с обеспечением качества обслуживания, а во-вторых, демонстрация преимуществ предлагаемого подхода путем оценки эффективности конечных решений по ключевым QoS-показателям.

1. Тензорное описание телекоммуникационной сети

В ходе синтеза предлагаемой тензорной модели многопутевой QoS-маршрутизации воспользуемся методикой, основанной на постулатах обобщения Крона [14]. Согласно предварительному постулату на первом этапе разработки модели должно быть записано уравнение поведения для единичного элемента моделируемого объекта. В качестве элемента телекоммуникационной сети могут выступать, например, тракт передачи, сетевой маршрутизатор или его отдельная очередь. Исходя из того, что тракт передачи (ТП) по определению включает в себя кроме передающей среды комплекс каналаобразующего оборудования, именно его можно считать единичным элементом ТКС и рассматривать сеть как совокупность взаимосвязанных определенным образом (в рамках сетевой структуры) трактов передачи. Пусть в ходе структурного описания ТКС каждый i -й ТП моделируется ветвью $v_i \in V$, $i = \overline{1, n}$ в одномерной сети $G(E, V)$, где E – множество вершин, моделирующих маршрутизаторы сети.

Для последующего тензорного обобщения важно определиться с функциональным описанием тракта передачи ТКС, которое, в общем случае, может быть получено с помощью того или иного математического аппарата – марковских процессов, вероятностно-временных графов и т. д.

В данной статье для функционального описания ТП ТКС будут использованы результаты теории массового обслуживания, когда тракт передачи, для простоты последующих выкладок, моделировался системой массового обслуживания М/М/1 [17]. Тогда средняя задержка пакетов в i -м тракте передачи сети может быть рассчитана как

$$\tau_i^{(v)} = \frac{1}{\phi_i - \lambda_{(v)}^i}, \quad i = \overline{1, n}, \quad (1)$$

где $\lambda_{(v)}^i$ – пакетная интенсивность трафика в i -м тракте передачи, 1/с; ϕ_i – пакетная пропускная способность i -го тракта передачи (число пакетов, передаваемых за единицу времени), 1/с. После представления системы уравнений (1) в форме

$$\tau_i^{(v)} = \frac{1}{\lambda_{(v)}^i (\phi_i - \lambda_{(v)}^i)}, \quad i = \overline{1, n},$$

следствием последующего обобщения в рамках первого постулата Г. Крона [14] будет векторно-матричное выражение

$$T_v = E_v \Lambda_v, \quad (2)$$

где T_v – вектор средних задержек пакетов; Λ_v – вектор пакетных интенсивностей трафика в трактах передачи ТКС; E_v – диагональная матрица, элементы которой определяются как

$$e_{ii}^{(v)} = \frac{1}{\lambda_{(v)}^i (\phi_i - \lambda_{(v)}^i)}, \quad i = \overline{1, n}. \quad (3)$$

Векторно-матричное уравнение (2) согласно второму постулату Крона [14, 15] можно рассматривать как проекцию в системе координат ветвей инвариантного уравнения

$$T = E \Lambda, \quad (4)$$

где T , Λ , E – представляют собой некоторые геометрические объекты.

Как показано в работах [15, 16], объект T является ковариантным тензором средних задержек пакетов, объект Λ – контравариантным тензором пакетной интенсивности трафика, а объект E может трактоваться как двухвалентный ковариантный (метрический) тензор.

Выражение (2) можно записать как

$$\Lambda_v = G_v T_v, \quad (5)$$

где G_v – диагональная матрица, являющаяся обратной матрице E_v , с элементами

$$g_{(v)}^{ii} = \lambda_{(v)}^i (\phi_i - \lambda_{(v)}^i), \quad i = \overline{1, n}. \quad (6)$$

Тогда тензорное уравнение (4) представимо в следующем виде

$$\Lambda = G T, \quad (7)$$

где G – двухвалентный контравариантный тензор.

В рамках тензорного анализа сетей представление ТКС как совокупности трактов передачи означает ее рассмотрение в базисе ветвей B_v . Однако подобная точка зрения не является единственно возможной, и для каждой сети существует некоторое множество допустимых типов базисов (систем координат) ее рассмотрения [18]. В данной работе примем к рассмотрению две системы координат (СК): ветвей сети B_v , контуров и узловых пар $B_{\langle \pi \eta \rangle}$. В рамках второй системы координат структура сети рассматривается как совокупность $\mu = n - m + 1$ независимых контуров и $\phi = m - 1$ узловых пар, $\phi + \mu = n$, где m – число узлов сети.

Главным преимуществом тензорного анализа является возможность вычисления искомым координат тензора в одной системе координат по его известным координатам в другой системе координат, зная правила преобразования самих базисов. Правила формирования матриц ко- и контравариантного координатного преобразования при переходе от СК контуров и узловых пар $B_{\langle \pi \eta \rangle}$ к СК ветвей B_v , которые в полном обозначении выглядят как $A_v^{\langle \pi \eta \rangle}$ и $C_{\langle \pi \eta \rangle}^v$ (в дальнейшем просто A и C), известны [14–15]. Тогда, проекции одновалентных тензоров T и Λ в СК контуров и узловых пар $B_{\langle \pi \eta \rangle}$ связаны с проекциями этих же тензоров в системе координат ветвей B_v следующим образом

$$T_v = AT_{\pi\eta}; \quad (8)$$

$$\Lambda_v = C\Lambda_{\pi\eta}. \quad (9)$$

Согласно выражениям (5), (8) и (9) взаимосвязь проекций двухвалентных контравариантных метрических тензоров формализуется следующим образом

$$G_v = CG_{\pi\eta}C^t, \quad G_{\pi\eta} = A^tG_vA. \quad (10)$$

При использовании системы координат $B_{\langle\pi\eta\rangle}$ проекции тензоров интенсивности трафика Λ и средней задержки T , моделирующих телекоммуникационную сеть, представляют собой векторы $\Lambda_{\pi\eta}$ и $T_{\pi\eta}$ размера n , которые могут быть записаны в следующем виде:

$$\Lambda_{\pi\eta} = \begin{pmatrix} \Lambda_\pi \\ \Lambda_\eta \end{pmatrix}, \quad \Lambda_\pi = \begin{pmatrix} \lambda_{(\pi)}^1 \\ \vdots \\ \lambda_{(\pi)}^j \\ \vdots \\ \lambda_{(\pi)}^\mu \end{pmatrix}, \quad \Lambda_\eta = \begin{pmatrix} \lambda_{(\eta)}^1 \\ \vdots \\ \lambda_{(\eta)}^j \\ \vdots \\ \lambda_{(\eta)}^\phi \end{pmatrix}, \quad T_{\pi\eta} = \begin{pmatrix} T_\pi \\ T_\eta \end{pmatrix}, \quad T_\pi = \begin{pmatrix} \tau_1^{(\pi)} \\ \vdots \\ \tau_j^{(\pi)} \\ \vdots \\ \tau_\mu^{(\pi)} \end{pmatrix}, \quad T_\eta = \begin{pmatrix} \tau_1^{(\eta)} \\ \vdots \\ \tau_j^{(\eta)} \\ \vdots \\ \tau_\phi^{(\eta)} \end{pmatrix}, \quad (11)$$

где Λ_π и T_π – подвекторы размера μ , элементами которых являются контурные компоненты проекций тензоров Λ и T в СК $B_{\langle\pi\eta\rangle}$; Λ_η и T_η – подвекторы размера ϕ , элементами которых являются узловые компоненты проекций соответствующих тензоров в СК $B_{\langle\pi\eta\rangle}$.

Заметим, что контурные компоненты $\lambda_{(\pi)}^j$ и $\tau_j^{(\pi)}$ проекций содержат значения сетевых параметров, отнесенных к базисным контурам. Например, в сети, представленной на рис. 1, а, элемент $\tau_2^{(\pi)}$ (рис. 1, б) указывает на среднюю задержку, которую претерпевают пакеты трафика при передаче через замкнутый путь – контур π_2 .

В отличие от контурных компонент, компоненты подвекторов Λ_η и T_η (так называемые узловые компоненты проекций) содержат значения сетевых параметров и QoS-показателей, отнесенных к узловым парам сети. При этом узловые компоненты проекции тензора Λ указывают на интенсивность трафика между опорным узлом сети и другими, неопорными узлами данной пары. В качестве опорного будем выбирать узел-отправитель (источник). Например на рис. 1, в интенсивность трафика между полюсами сети – узлами $u_1 = s$ (отправитель) и $u_6 = q$ (получатель), образующими первую узловую пару, будет формализована как элемент λ_η^1 вектора Λ_η . Для транзитных узлов, не являющихся конечными получателями, например, для узла u_3 величина λ_η^j должна быть равна нулю, что соответствует закону сохранения потока в узле. Кроме того, для сети, представленной на рис. 1, в, средняя задержка, с которой пакеты, передаваемые из узла u_1 к узлу u_6 , достигнут транзитного узла u_3 , будет формализована как элемент $\tau_3^{(\eta)}$ вектора T_η . Тогда величина $\tau_1^{(\eta)}$ формализует результирующую (межконцевую) задержку передачи пакетов рассматриваемого трафика.

В соответствии с постулатом второго обобщения Г. Крона [14], в качестве функциональных инвариантов предлагаемой модели выступают тензорные уравнения (4) и (7), сохраняющие свою форму неизменной независимо от координатной системы рассмотрения сети, т.е. в системе координат контуров и пар узлов тензорное уравнение (7) принимает вид

$$\Lambda_{\pi\eta} = G_{\pi\eta}T_{\pi\eta}, \quad (12)$$

где $G_{\pi\eta}$ – проекция двухвалентного контравариантного метрического тензора G в СК контуров и узловых пар $B_{\langle\pi\eta\rangle}$.

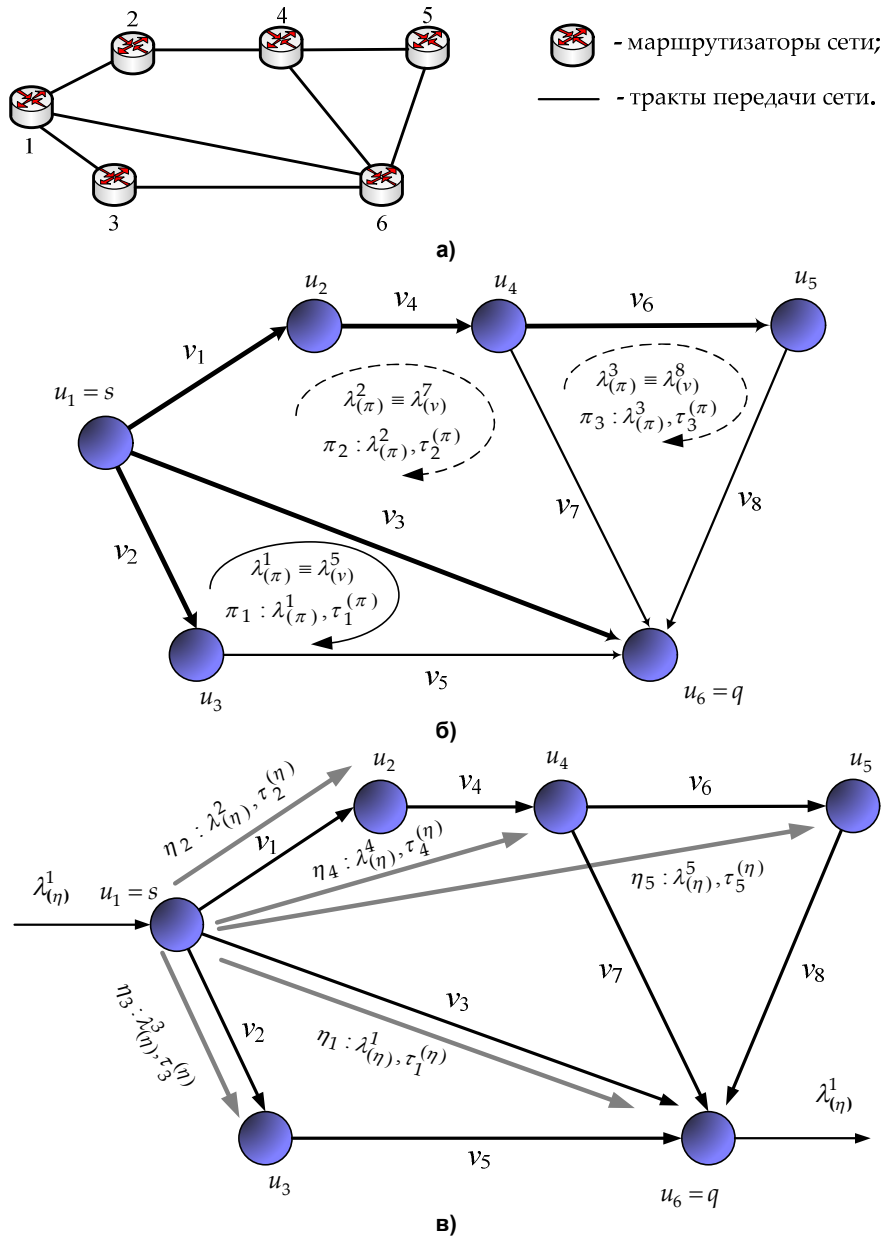


Рис. 1. Структура моделируемой ТКС (а), а также системы базисных контуров (б) и узловых пар (в), введенные на данной структуре

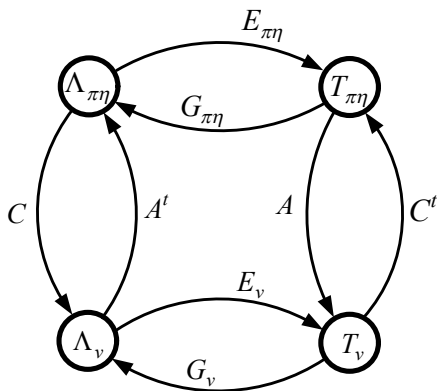


Рис. 2. Фрагмент алгебраической диаграммы временной тензорной модели ТКС, представленной в системах координат B_v и $B_{\langle \pi \eta \rangle}$

Выражения (1)–(12) определяют собой представленную в системах координат B_v и $B_{\langle \pi \eta \rangle}$ временную тензорную модель ТКС, в рамках которой имеет место алгебраическая диаграмма, приведенная на рис. 2.

2. Условия обеспечения межконцевого качества обслуживания по временным и скоростным показателям

Рассмотрим в рамках тензорной модели (1)–(12) задачу гарантированного обеспечения качества обслуживания в ТКС по двум основным показателям: требуемой интенсивности трафика (средней скорости передачи пакетов) и средней задержке пакетов.

В качестве исходных данных выступают:

1) исходная структура ТКС, на основе анализа которой можно сформировать матрицы координатного преобразования A и C ;

2) пропускные способности трактов передачи, модели самого трафика и процесса его обслуживания на узлах сети, необходимые для формирования матриц проекций метрических тензоров в СК ветвей (6);

3) направление передачи трафика с указанием узлов отправителя и получателя пакетов в сети;

4) требования к качеству обслуживания трафика – требуемая интенсивность трафика $\lambda^{\langle \text{треб} \rangle}$ и допустимая межконцевая средняя задержка $\tau_{\langle \text{доп} \rangle}$. Условимся, что при нумерации узловых пар сети первый индекс будет отводиться для полюсной пары. Тогда требования к качеству обслуживания с использованием введенных обозначений могут быть записаны как $\lambda_{(\eta)}^1 = \lambda^{\langle \text{треб} \rangle}$, $\tau_1^{(\eta)} \leq \tau_{\langle \text{доп} \rangle}$.

Запишем выражение (12) с учетом (11) в следующем виде:

$$\begin{pmatrix} \Lambda_{\pi} \\ \Lambda_{\eta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} G_{\pi\eta}^{\langle 1 \rangle} & | & G_{\pi\eta}^{\langle 2 \rangle} \\ \hline G_{\pi\eta}^{\langle 3 \rangle} & | & G_{\pi\eta}^{\langle 4 \rangle} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_{\pi} \\ T_{\eta} \end{pmatrix}, \quad (13)$$

где $\begin{pmatrix} G_{\pi\eta}^{\langle 1 \rangle} & | & G_{\pi\eta}^{\langle 2 \rangle} \\ \hline G_{\pi\eta}^{\langle 3 \rangle} & | & G_{\pi\eta}^{\langle 4 \rangle} \end{pmatrix} = G_{\pi\eta}$, причем $G_{\pi\eta}^{\langle 1 \rangle}$, $G_{\pi\eta}^{\langle 4 \rangle}$ – квадратные подматрицы размера $\mu \times \mu$ и $\phi \times \phi$

соответственно, $G_{\pi\eta}^{\langle 2 \rangle}$ – подматрица размера $\mu \times \phi$, $G_{\pi\eta}^{\langle 3 \rangle}$ – подматрица размера $\phi \times \mu$.

Исходя из физического смысла компонентов T_{π} потребуем выполнения следующего условия:

$$T_{\pi} = 0, \quad (14)$$

что гарантирует отсутствие петель и одинаковую среднюю задержку пакетов вдоль каждого из рассчитываемых маршрутов.

Тогда из выражения (13) на основании равенства (14) имеет место соотношение

$$\Lambda_{\eta} = G_{\pi\eta}^{\langle 4 \rangle} T_{\eta}. \quad (15)$$

Вектор узловых компонент проекции тензора интенсивностей трафика в СК контуров и узловых пар в соответствии с описанным выше физическим смыслом при условии нумерации, начиная с полюсной пары, имеет следующую структуру:

$$\Lambda_{\eta} = \left\| \lambda_{(\eta)}^1 \quad 0 \quad \dots \quad 0 \right\|^t,$$

в которой в соответствии с исходными данными $\lambda_{(\eta)}^1 = \lambda^{\langle \text{треб} \rangle}$, $\|\cdot\|^t$ – операция транспонирования матрицы. По условиям задачи компоненты вектора T_{η} (11) также частично известны: для первой координаты $\tau_1^{(\eta)}$, определяющей межконцевую многопутевую среднюю задержку пакетов, задан верхний порог допустимых значений $\tau_{\langle \text{доп} \rangle}$, при этом остальные элементы вектора T_{η} являются неизвестными величинами.

Количественное соотношение между известными величинами может быть установлено на основании выражения (15). Для этого представим векторы Λ_{η} и T_{η} в следующем виде:

$$\Lambda_{\eta} = \begin{pmatrix} \lambda_{(\eta)}^1 \\ \hline \Lambda_{\eta-1} \end{pmatrix}, \quad T_{\eta} = \begin{pmatrix} \tau_1^{(\eta)} \\ \hline T_{\eta-1} \end{pmatrix}.$$

Тогда выражение (15) может быть преобразовано к виду

$$\left\| \begin{array}{c} \lambda_{(\eta)}^1 \\ \dots \\ \Lambda_{\eta-1} \end{array} \right\| = \left\| \begin{array}{c|c} G_{\pi\eta}^{(4,1)} & G_{\pi\eta}^{(4,2)} \\ \hline G_{\pi\eta}^{(4,3)} & G_{\pi\eta}^{(4,4)} \end{array} \right\| \cdot \left\| \begin{array}{c} \tau_1^{(\eta)} \\ \dots \\ T_{\eta-1} \end{array} \right\|, \quad (16)$$

где $\left\| \begin{array}{c|c} G_{\pi\eta}^{(4,1)} & G_{\pi\eta}^{(4,2)} \\ \hline G_{\pi\eta}^{(4,3)} & G_{\pi\eta}^{(4,4)} \end{array} \right\| = G_{\pi\eta}^{(4)}$, причем $G_{\pi\eta}^{(4,1)}$ – первый элемент матрицы $G_{\pi\eta}^{(4)}$, являющийся скаляром.

Декомпозируя выражение (16) на два векторно-матричных уравнения

$$\lambda_{(\eta)}^1 = G_{\pi\eta}^{(4,1)} \tau_1^{(\eta)} + G_{\pi\eta}^{(4,2)} T_{\eta-1} \quad \text{и} \quad \Lambda_{\eta-1} = G_{\pi\eta}^{(4,3)} \tau_1^{(\eta)} + G_{\pi\eta}^{(4,4)} T_{\eta-1}$$

и учитывая, что $\Lambda_{\eta-1} = 0$, получим

$$\lambda_{(\eta)}^1 = \left(G_{\pi\eta}^{(4,1)} \quad G_{\pi\eta}^{(4,2)} \left[G_{\pi\eta}^{(4,4)} \right]^{-1} G_{\pi\eta}^{(4,3)} \right) \tau_1^{(\eta)}. \quad (17)$$

Исходя из того, что $\lambda_{(\eta)}^1 = \lambda^{(трб)}$ и $\tau_1^{(\eta)} \leq \tau_{(доп)}$, окончательно из (17) получаем следующее неравенство

$$\lambda^{(трб)} \leq \left(G_{\pi\eta}^{(4,1)} \quad G_{\pi\eta}^{(4,2)} \left[G_{\pi\eta}^{(4,4)} \right]^{-1} G_{\pi\eta}^{(4,3)} \right) \tau_{(доп)}, \quad (18)$$

которое представляет собой условие обеспечения межконцевого качества обслуживания по временным ($\tau_{(доп)}$) и скоростным ($\lambda^{(трб)}$) показателям. Условие (18) связывает показатели качества обслуживания с результирующим порядком распределения трафика по отдельным трактам передачи, которые формализуются в рамках приведенного описания через $\lambda_{(v)}^i$ как координаты метрических тензоров (6), (10). Рассматривая эти переменные в качестве искомым, выполнение условия (18) гарантирует удовлетворение двух из множества QoS-требований в рамках реализации многопутевой стратегии маршрутизации.

Заметим, что условие (18) является QoS-ограничением при оптимизационной постановке задачи многопутевой маршрутизации, которое наряду с другими условиями (сохранения потока в узле и сети в целом, предотвращения перегрузки трактов передачи, неотрицательности потока и пр.) составляет основу потоковых маршрутных моделей [9–10].

3. Анализ тензорной модели многопутевой маршрутизации с обеспечением качества обслуживания в телекоммуникационных сетях

С целью получения количественных результатов сравнительного анализа предлагаемой тензорной модели (1)–(12), (18) было проведено исследование, в ходе которого для различных исходных данных решалась задача многопутевой маршрутизации, формализованная в рамках различных математических моделей с последующей оценкой межконцевых показателей качества обслуживания. В ходе сравнительного анализа кроме предлагаемого подхода к рассмотрению принимались еще три наиболее распространенные оптимизационные постановки задачи многопутевой маршрутизации, которые были представлены системой линейных алгебраических уравнения состояния ТКС [10, 19] и имели своей целью обеспечить сбалансированное (в рамках тех или иных критериев) использование сетевых ресурсов, отвечая, тем самым, требованиям концепции Traffic Engineering (TE) [1]. В этой связи все сравниваемые модели использовали в качестве целевой тот или иной вид функции от коэффициентов использования

трактов передачи сети $k_i = \frac{\lambda_{(v)}^i}{\phi_i}$.

Так в рамках первой модели (модель 1), подлежащей сравнению, критерием оптимальности являлся минимум суммы взвешенных коэффициентов использования отдельных трактов передачи сети [10]

$$\min \sum_{i=1}^n c_i \lambda_{(v)}^i, \quad (19)$$

где c_i – весовой коэффициент, рассчитываемый на основании пропускной способности соответствующего тракта передачи по аналогии с метрикой протокола EIGRP ($c_i = 10^7 / \phi_i$).

Модель 2 в отличие от первой модели обеспечивает балансировку нагрузки на основе критерия, представленного минимумом квадратичной целевой функции

$$\min \sum_{i=1}^n c_i (\lambda_{(v)}^i)^2, \quad (20)$$

а модель 3 использует критерий минимума максимального коэффициента использования трактов передачи [19]:

$$\min \max_i \{k_i\}. \quad (21)$$

Четвертая модель (модель 4) представляла собой модель 3, дополненную QoS-условиями (18), полученными с помощью тензорного описания ТКС (1)–(18).

Изначально с использованием моделей 1–4 было получено решение задачи многопутевой маршрутизации для ТКС, структура которой представлена на рис. 3, где в разрывах дуг, отображающих тракты передачи, указаны их пропускные способности ($1/c$). С целью наглядности изложения ограничимся однопродуктовым случаем, когда сеть обслуживает один трафик, протекающий, например, от первого узла к шестому.

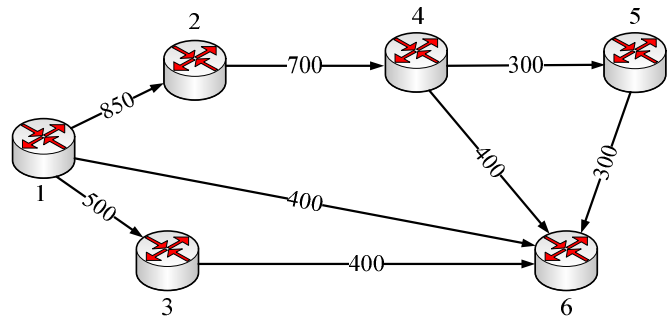


Рис. 3. Пример телекоммуникационной сети (структура № 1)

3.1. Анализ межконцевой многопутевой задержки пакетов

В качестве основного показателя, по которому производилось сравнение различных вариантов решения, выступала межконцевая многопутевая задержка пакетов D , значение которой необходимо было минимизировать. Поскольку в общем случае в рамках многопутевой маршрутизации вдоль каждого j -го маршрута будет наблюдаться своя задержка d_j , в качестве оценки результирующей межконцевой многопутевой задержки D использовалось выражение [3–4]

$$D = \max(d_1, d_2, \dots, d_j, \dots, d_N), \quad (22)$$

где N – количество маршрутов, задействованных для передачи пакетов трафика.

Заметим, что средняя задержка пакетов d_j вдоль j -го маршрута определялась как сумма средних задержек в трактах передачи, образующих данный маршрут. Для количественной оценки средней задержки в ТП использовалось выражение (2), исходя из его описания в виде системы массового обслуживания М/М/1.

На рис. 4 показана динамика изменения межконцевой многопутевой задержки D в зависимости от загруженности сети в рамках моделей 1–4. Загруженность сети в целом оценивалось через отношение интенсивности трафика, поступающего в сеть, к ее пропускной способности. Как видно из рис. 3, пропускная способность ТКС в направлении от первого к шестому узлу составляет 1500 пакетов в секунду. В этой связи интенсивность трафика, поступающего в сеть через первый и убывающего через шестой маршрутизатор, изменялась от нуля до 1500 $1/c$.

Всего в рассматриваемой структуре сети (см. рис. 3) между парой отправитель-получатель (узлы 1 и 6) возможны четыре маршрута: 1-2-4-5-6, 1-2-4-6, 1-3-6 и 1-6. В силу выражения (22) динамика межконцевой многопутевой задержки (см. рис. 4) определялась изменением максимальной по всему множеству рассчитанных маршрутов средней задержки (рис. 5). Причем чем

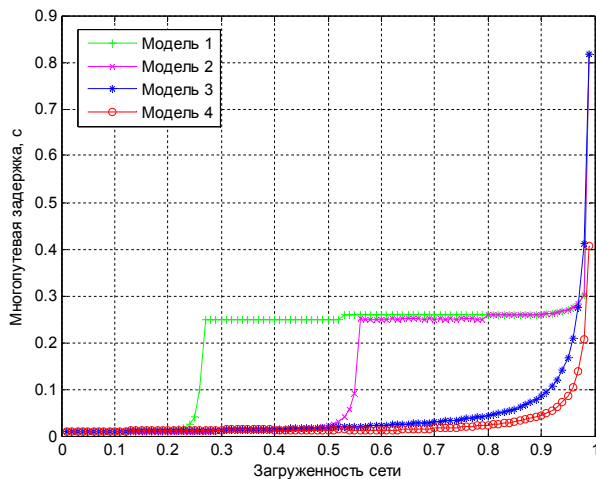
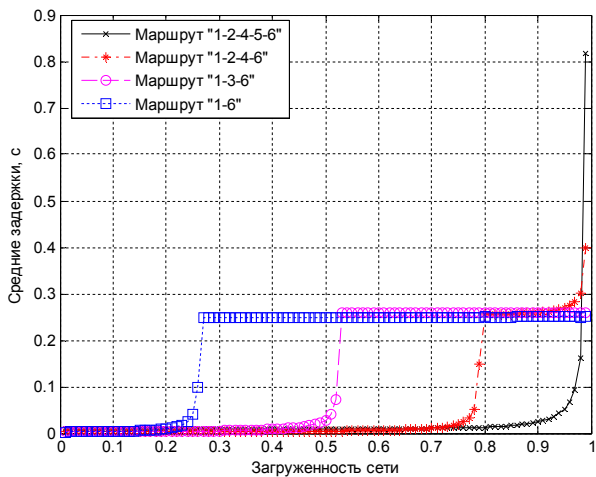


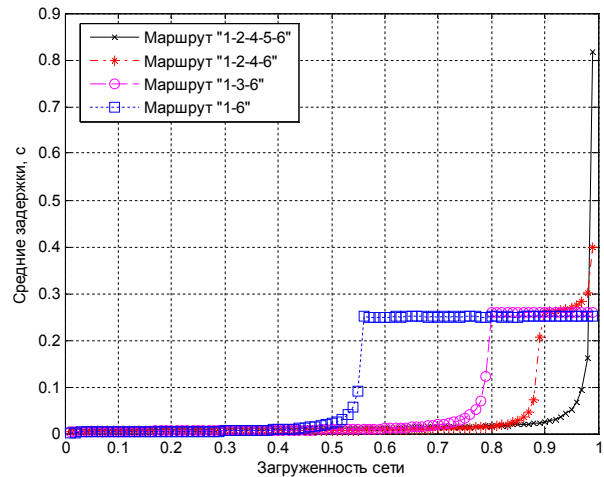
Рис. 4. Зависимость межконцевой многопутевой задержки от загруженности сети для различных математических моделей

меньше дифференциация задержек вдоль рассчитанных путей (см. рис. 5), тем лучше оказывались конечные значения (22) межконцевой многопутевой задержки пакетов (см. рис. 4). Прогнозируемо в рассмотренной выше (1)–(18) модели 4, средние задержки вдоль каждого из маршрутов являлись одинаковыми (рис. 5, г).

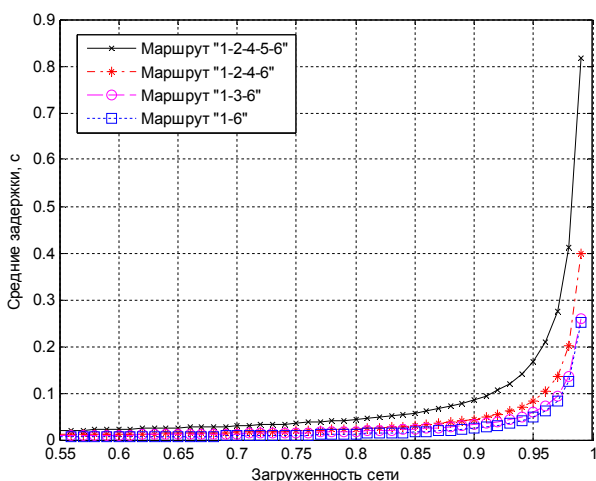
Таким образом, на основании результатов сравнительного анализа (см. рис. 4), рассматриваемые модели можно ранжировать следующим образом: наилучшие значения межконцевой многопутевой задержки D (22) наблюдались в модели 4, на втором месте – модель маршрутизации по критерию минимума максимального коэффициента использования трактов передачи (модель 3), на третьем и четвертом местах – модели 2 и 1 соответственно.



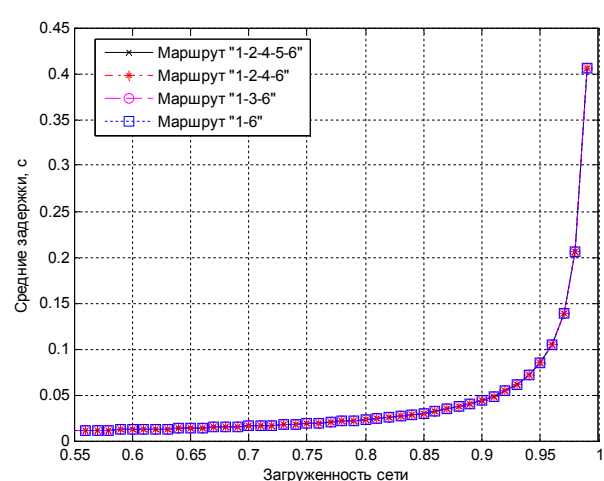
а)



б)



в)



г)

Рис. 5. Динамика средних задержек вдоль различных маршрутов в рамках рассматриваемых моделей: а – для модели 1; б – для модели 2; в – для модели 3; г – для модели 4

Такое ранжирование справедливо в условиях высокой и средней загруженности сети, в то время как в области низкой загруженности (0,25 и менее для рассматриваемой сети) все модели обеспечивают приблизительно одинаковую среднюю задержку пакетов. Например, для рассматриваемого примера (см. рис. 3) при загруженности сети от 0,55 и выше многопутевые задержки пакетов при маршрутизации трафика на основании модели 3 превышают аналогичный показатель для модели 4 на 85–101 % (рис. 6).

3.2. Анализ вероятности своевременной доставки пакетов

С другой стороны, если рассматривать задачу маршрутизации как средство обеспечения не минимальной, а наперед заданной (допустимой) межконцевой задержки $\tau_{\langle \text{доп} \rangle}$, то эффективность маршрутных решений можно оценить по такому важному показателю, как вероятность своевременной доставки пакетов. Фактически речь идет о вероятности того, что межконцевая средняя задержка пакетов будет находиться в пределах одностороннего доверительного интервала, ограниченного $\tau_{\langle \text{доп} \rangle}$. В рамках выше введенных обозначений вероятность своевременной доставки P определялась в соответствии с выражением

$$P = \sum_{i=1}^N Q_{(p)}^i, \quad Q_{(p)}^i = \begin{cases} 0, & \text{если } d_i > \tau_{\langle \text{доп} \rangle}; \\ \frac{\lambda_{(p)}^i}{\lambda_{\langle \text{трб} \rangle}}, & \text{если } d_i \leq \tau_{\langle \text{доп} \rangle}, \end{cases} \quad (23)$$

где $Q_{(p)}^i$ – доля трафика, протекающего по i -му маршруту, для которого выполняется условие $d_i \leq \tau_{\langle \text{доп} \rangle}$; $\lambda_{(p)}^i$ – интенсивность трафика, передаваемого по i -му маршруту; $\lambda_{\langle \text{трб} \rangle}$ – интенсивность трафика, поступающего в сеть.

Таким образом, если вдоль всех маршрутов условие (24) выполняется, то вероятность своевременной доставки равнялась единице. Если вдоль какого-то маршрута средняя задержка пакетов превышала допустимый предел, то это приводило к соответствующему снижению вероятности своевременной доставки (23) на долю трафика, передаваемого по этому пути, так как вдоль него заданное качество обслуживания не обеспечивалось.

Далее ограничимся рассмотрением моделей 3 и 4, показавших наилучшие результаты по минимизации межконцевой многопутевой задержки (см. рис. 4). Как показано на рис. 7, вероятность своевременной доставки пакетов является функцией от загруженности сети, а значит и от интенсивности поступающего в сеть трафика, а также от уровня предъявляемых QoS требований, т. е. допустимой межконцевой средней задержки $\tau_{\langle \text{доп} \rangle}$. Причем, в результате моделирования было установлено, что при увеличении загруженности или повышении требований к межконцевой средней задержке вероятность своевременной доставки в рамках модели 3 снижается многоступенчато: происходит постепенное исключение маршрутов ввиду их неспособности обеспечить QoS-требования (24). При использовании модели 4, обеспечивающей одинаковые средние задержки пакетов вдоль всего множества маршрутов (см. рис. 5, г), диапазон значений загруженности сети при выполнении QoS-требований относительно средней задержки значительно шире, а сама зависимость для вероятности своевременной доставки имеет одноступенчатый вид (рис. 7, б).

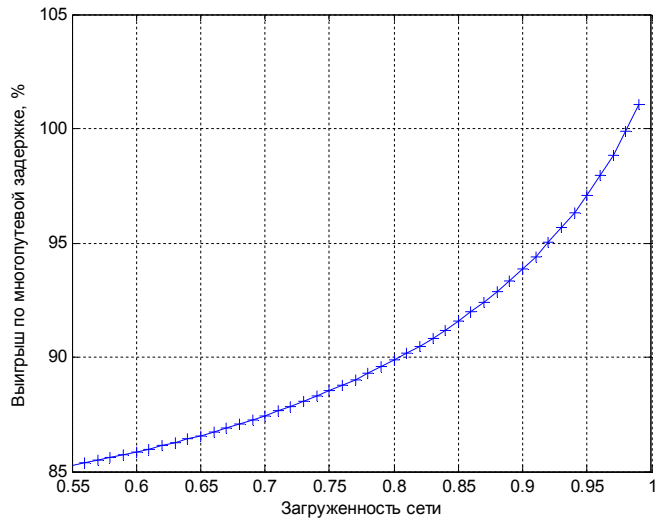


Рис. 6. Выигрыш по межконцевой многопутевой задержке пакетов, обеспечиваемый при использовании модели 4 по сравнению с моделью 3, для ТКС со структурой № 1

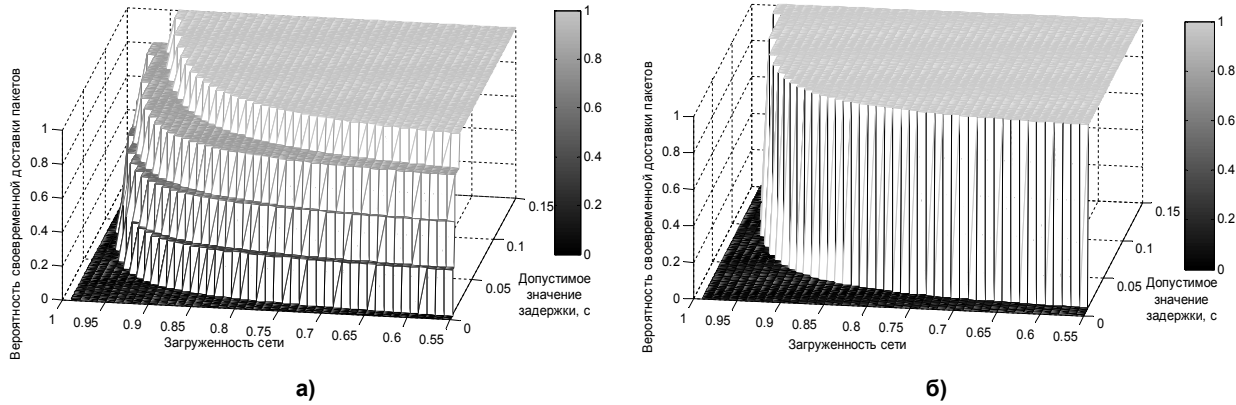


Рис. 7. Зависимость вероятности своевременной доставки пакетов от загрузки сети и допустимой межконцевой задержки пакетов для моделей маршрутизации 3 (а) и 4 (б)

В целом применение модели 4 по сравнению с моделью 3 позволяет улучшить вероятность своевременной доставки пакетов в среднем в 1,2 раза (рис. 8) в области граничных значений загрузки сети и допустимой межконцевой средней задержки для поверхностей, показанных на рис. 7.

Однако при очень высокой загрузке сети (для представленного на рис. 9 примера она равна 0,91) модель 4 не способна обеспечить одинаковые задержки вдоль всех рассчитанных маршрутов, и вероятность своевременной доставки пакетов резко снижается до нуля. На рис. 9 приведены срезы зависимостей, представленных на рис. 7, для допустимого значения межконцевой средней задержки равного 50 мс. Заметим, что в этих условиях модель 3 все еще может обеспечить передачу трафика, но с вероятностью своевременной доставки пакетов не более 0,55, что не отвечает требованиям ни одного современного сетевого приложения [20].

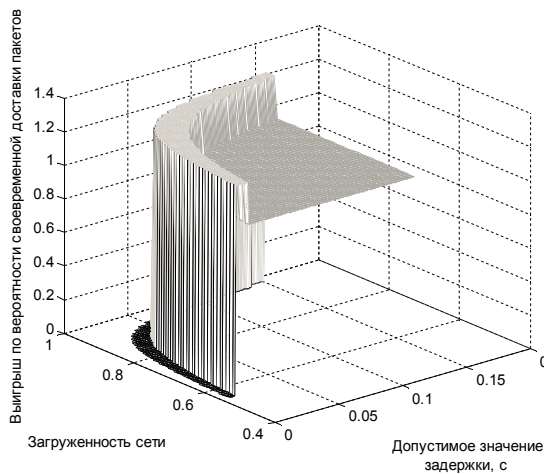


Рис. 8. Выигрыш по вероятности своевременной доставки, обеспечиваемый в рамках модели 4 по сравнению с моделью 3

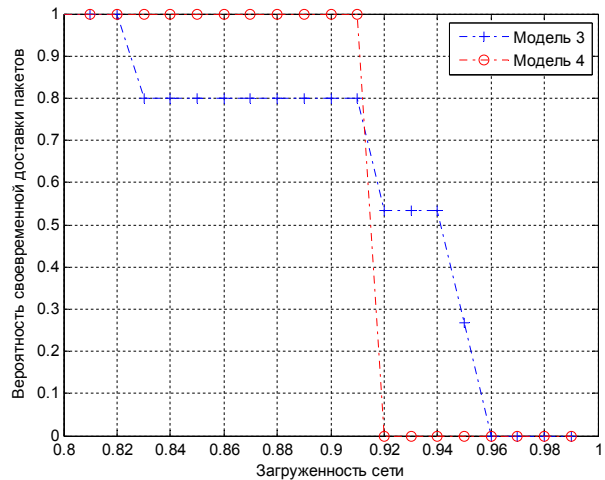


Рис. 9. Зависимость вероятности своевременной доставки пакетов от загрузки сети при $\tau_{(доп)} = 50$ мс

3.3. Анализ джиттера, обусловленного реализацией многопутевой маршрутизации

Другой особенностью многопутевой маршрутизации является наличие джиттера J (многопутевого джиттера), обусловленного разницей в задержках пакетов, передаваемых вдоль различных путей, который в ходе моделирования по аналогии с [21] рассчитывался как

$$J = \max_{i,j} \left\{ d_i - d_j - \frac{1}{2} \min \left(\frac{1}{\lambda_{(p)}^i}; \frac{1}{\lambda_{(p)}^j} \right) \right\}, \quad i, j = \overline{1, N}. \quad (25)$$

Как и предполагалось, на основании рис. 5, в, г, значение многопутевого джиттера J при маршрутизации трафика в соответствии с моделью 3 увеличивается с ростом загрузки сети, в то время как для модели 4 джиттер пакетов практически отсутствовал (рис. 10).

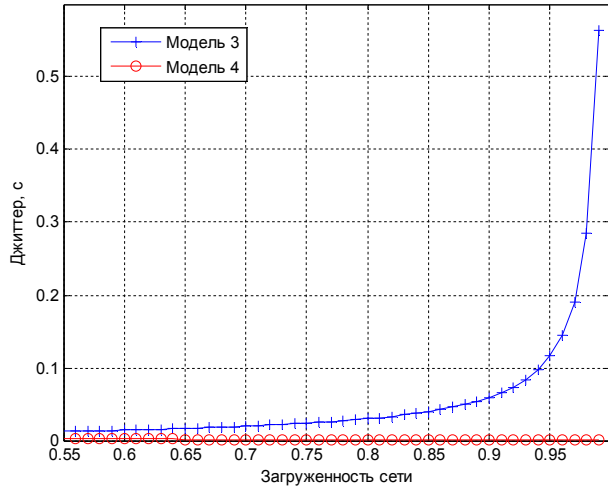


Рис. 10. Зависимость джиттера J от загрузки сети

С целью повышения достоверности получаемых результатов проведено моделирование решения задач многопутевой маршрутизации для сетевых структур, представленных на рис. 11.

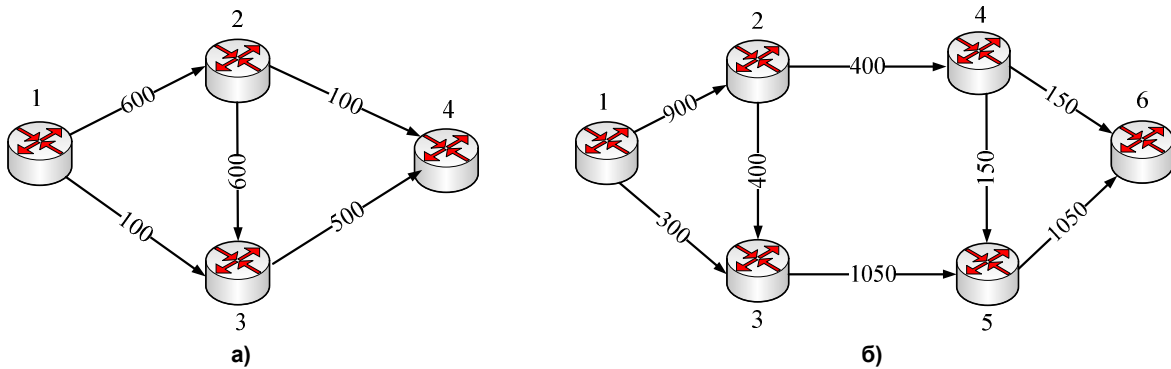


Рис. 11. Примеры сетевых структур: а – сетевая структура № 2; б – сетевая структура № 3

На рис. 12–14 приведены результаты сравнительного анализа решений задачи многопутевой маршрутизации для рассматриваемых структур (см. рис. 11) по основным показателям качества обслуживания.

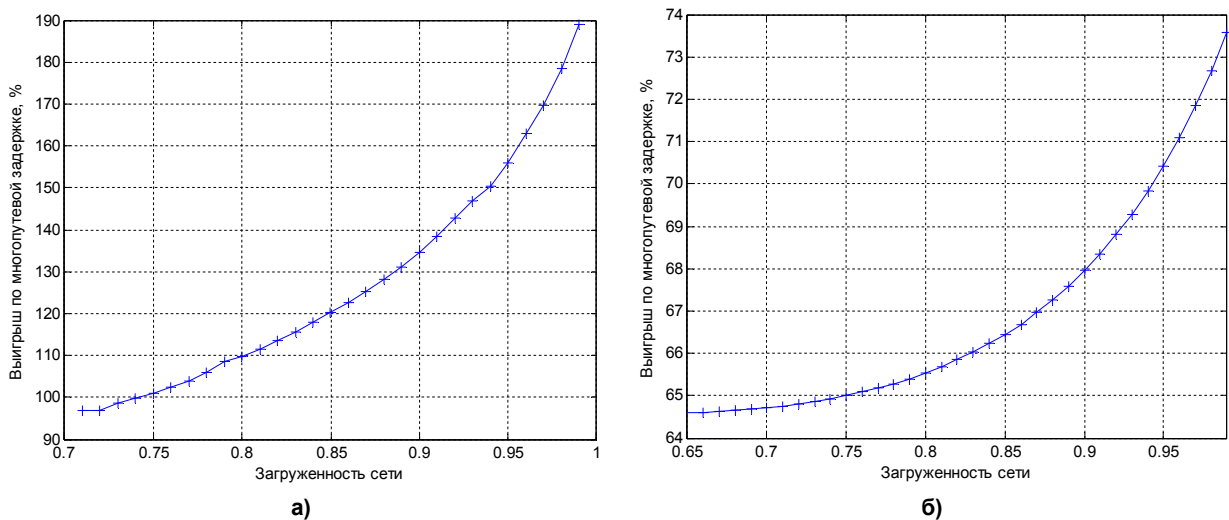


Рис. 12. Выигрыш по многопутевой задержке, достигаемый в рамках модели 4 по сравнению с моделью 3, для структур, представленных на рис. 11: а – для сетевой структуры № 2; б – для сетевой структуры № 3

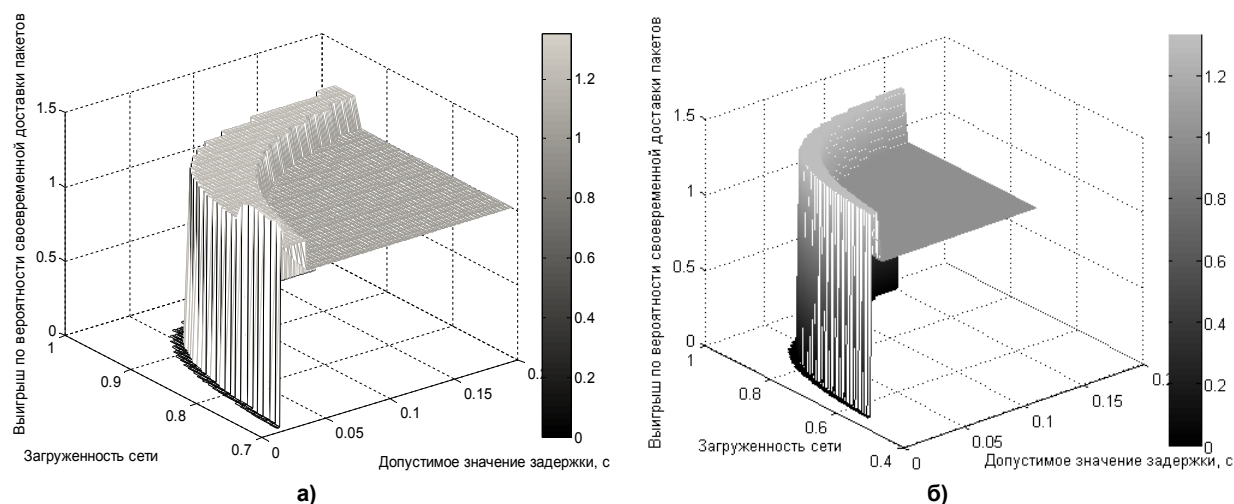


Рис. 13. Выигрыш по вероятности своевременной доставки, достигаемый в рамках модели 4 по сравнению с моделью 3 для структур, приведенных на рис. 11: а – для сетевой структуры № 2; б – для сетевой структуры № 3

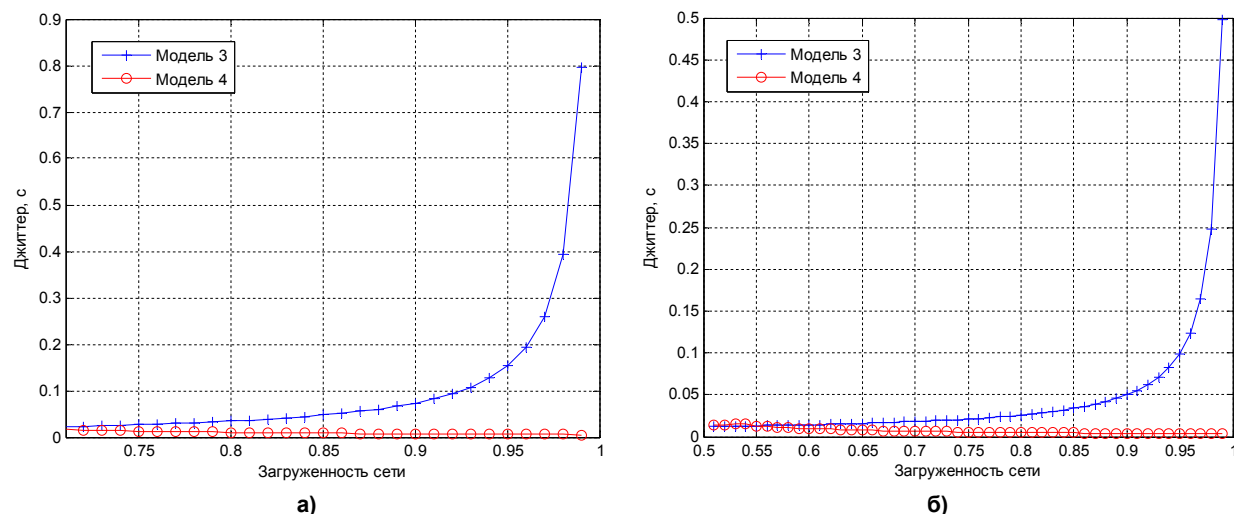


Рис. 14. Зависимость многопутевого джиттера от загрузки сети для структур, приведенных на рис. 11, для различных моделей маршрутизации: а – для сетевой структуры № 2; б – для сетевой структуры № 3

Полученные при этом результаты подтвердили ранее сделанные выводы (изложенная в статье тензорная модель (модель 4) превосходит принятые к рассмотрению модели – модели 1–3):

- наибольший выигрыш по многопутевой задержке D (22) пакетов в сравнении с ближайшей по достигаемым показателям моделью 3 наблюдался в области высоких входных нагрузок (при загрузке сети от 0,55 и выше) и составил 65–70 % для сетевой структуры № 3 (рис. 12, б), 85–100 % для структуры № 1 (см. рис. 6) и 110–180 % для сетевой структуры № 2 (рис. 12, а);

- наблюдалось улучшение значения вероятности своевременной доставки пакетов при использовании модели 4 в 1,2 (см. рис. 8) и 1,3 раза (рис. 13) по сравнению с моделью 3;

- многопутевой джиттер, обусловленный дифференциацией задержек вдоль различных путей передачи пакетов, в рамках модели 4 практически отсутствует, в то время как при использовании модели 3 значения джиттера пакетов для моделируемых сетевых структур достигали 300–500 мс (см. рис. 10 и 14, б) и 400–700 мс (рис. 14, а).

Выводы

Таким образом, изложенный тензорный подход к математическому описанию ТКС позволил сформулировать в аналитическом виде условия обеспечения качества обслуживания одновременно по двум показателям: требуемой скорости передачи трафика и допустимой межконцевой

задержке. Описанная модель предназначена для решения задач маршрутизации, но может быть адаптирована и под ряд других задач управления трафиком и проектирования ТКС. Предлагаемое решение, представленное QoS-условием (18), является инвариантным относительно анализируемых сетевых структур, дисциплин обслуживания и моделей трафика. Все перечисленные особенности сказываются лишь на размерности и содержании метрических тензоров и матриц координатного преобразования (см. рис. 2).

Поскольку основным объектом исследования были выбраны задачи многопутевой маршрутизации, то произведено моделирование и сравнительный анализ предлагаемого из ранее известных решений по ключевым показателям качества обслуживания. Результаты численного анализа продемонстрировали преимущества тензорного подхода к моделированию маршрутных задач, что проявлялось в улучшении межконцевой многопутевой задержки, вероятности своевременной доставки пакетов и джиттера.

Литература

1. Gerald, R. *Ash Traffic Engineering and QoS Optimization of Integrated Voice & Data Networks* / R. Gerald. – San Francisco: Morgan Kaufmann Publishers Inc., 2006 – 512 p.
2. Lee, G.M. *A survey of multipath routing for traffic engineering* / G.M. Lee // *Lecture Notes in Computer Science (LNCS)*. – Berlin: Springer-Verlag, 2005. – Vol. 3391. – P. 264–274.
3. *Multipath Network Flows: Bounded Buffers and Jitter* / T. Anjali, G. Calinescu, A. Fortin et al. // *In proceeding of the 29th conference on Information communications INFOCOM 2010*. – IEEE Press Piscataway, 2010. – P. 2714–2720.
4. Jiancong, C. *Multipath routing for video unicast over bandwidth-limited networks* / C. Jiancong, S.H.G. Chan // *In proceeding of Global Telecommunications Conference GLOBECOM'01*. – Vol. 3. – 2001. – P. 1963–1967.
5. *Recommendation ITU-T G.707/Y.1322 Network node interface for the synchronous digital hierarchy (SDH)*. – Geneva: ITU-T, 2007.
6. Евсеева, О.Ю. *Обзор технологических и теоретических решений в области маршрутизации на основе качества* / О.Ю. Евсеева, С.В. Гаркуша // *Проблемы телекомунікацій*. – 2012. – № 3 (8). – С. 24–46. – http://pt.journal.kh.ua/2012/3/1/123_evseeva_review.pdf.
7. Mohanta Kalyan. *Comprehensive Study on Computational Methods for K-Shortest Paths Problem* / Kalyan Mohanta // *IJCA Open Access Journal*. – 2012. – Vol. 40, no. 14. – P. 22–26.
8. Yen, Jin Y. *Finding the K Shortest Loopless Paths in a Network* / Jin Y. Yen // *Management Science*. – 1971. – Vol. 17, no. 11. – P. 712–716.
9. Minoux, M. *Multicommodity network flow models and algorithms in telecommunications* / M. Minoux // *Handbook of Optimization in Telecommunications* / Edited by Mauricio G.C. Resende, Panos M. Pardalos. – Springer, 2006. – P. 163–184.
10. Лемешко, О.В. *Результати порівняльного аналізу поточкових моделей маршрутизації в телекомунікаційних мережах* / О.В. Лемешко, О.А. Дробот, Д.В. Симоненко // *Збірник наукових праць Харківського університету Повітряних Сил*. – 2007. – Вип. 1 (13). – С. 66–69.
11. Поповский, В.В. *Динамическое управление ресурсами ТКС: математические модели в пространстве состояний* / В.В. Поповский, А.В. Лемешко, О.Ю. Евсеева // *Наукові записки УНДІЗ*. – 2009. – № 1 (9). – С. 3 – 26.
12. Лемешко, А.В. *Усовершенствование потоковой модели многопутевой маршрутизации на основе балансировки нагрузки* / А.В. Лемешко, Т.В. Вавенко // *Проблемы телекомунікацій*. – 2012. – № 1 (6). – С. 12–29. – http://pt.journal.kh.ua/2012/1/1/121_lemeshko_multipath.pdf.
13. Корзун, Д.Ж. *Использование линейных диофантовых уравнений для моделирования маршрутизации в самоорганизующихся сетях* / Д.Ж. Корзун, А.В. Гуртов // *Электросвязь*. – 2006. – № 6. – С. 34–38.
14. Крон, Г. *Тензорный анализ сетей* / Г. Крон. – М.: Сов. радио, 1978. – 719 с.
15. Лемешко, А.В. *Тензорная модель многопутевой маршрутизации агрегированных потоков с резервированием сетевых ресурсов, представленная в пространстве с кривизной* / А.В. Лемешко // *Праці Українського науково-дослідного інституту радіо і телебачення*. – Одеса: Видання УНДІРТ, 2004. – Вип. №4 (40). – С. 12–18.

16. Лемешко, А.В. Тензорная геометризация структурно-функционального представления телекоммуникационной системы в базе межполюсных путей и внутренних разрезов / А.В. Лемешко, О.Ю. Евсеева // Наукові записки УНДІЗ. – Вип. 1(13). – 2010. – С. 14–26.

17. Kleinrock, L. *Queueing Systems. Volume I: Theory* / L. Kleinrock. – New York: Wiley Interscience, 1975. – 417 p.

18. Евсеева, О.Ю. Классификация пространств и базисов, используемых при геометрическом описании структуры телекоммуникационной сети / О.Ю. Евсеева // Радиотехника: Всеукр. межведомств. науч.-техн. сб. – 2009. – Вып. 159. – С. 14–19.

19. Seok Yo. *Dynamic constrained multipath routing for MPLS networks* / Seok Yo., Lee Yo., Choi Ya // *IEEE International Conference on Computer Communications and Networks, 2001: proceedings of the conference.* – Vol. 2, Iss. 1. – P. 348–353.

20. Recommendation ITU-T Y.1541. *Network performance objectives for IP-based services.* – Geneva: ITU-T, 2012. – 57 p.

21. RTP: *A Transport Protocol for Real-Time Applications.* RFC 3550 / H. Schulzrinne, S. Casner, R. Frederick, V. Jacobson. – 2003.

Лемешко Александр Витальевич, д-р техн. наук, профессор, профессор кафедры телекоммуникационных систем, Харьковский национальный университет радиоэлектроники (ХНУРЭ); avlem@mail.ru.

Евсеева Оксана Юрьевна, д-р техн. наук, доцент, доцент кафедры телекоммуникационных систем Харьковского национального университета радиоэлектроники (ХНУРЭ); evseeva.o.yu@gmail.com.

Гаркуша Сергей Владимирович, канд. техн. наук, доцент, докторант кафедры телекоммуникационных систем Харьковского национального университета радиоэлектроники (ХНУРЭ); sv.garkusha@mail.ru.

Bulletin of the South Ural State University
Series “Computer Technologies, Automatic Control, Radio Electronics”
2013, vol. 13, no. 4, pp. 38–54

THE RESULTS OF STUDY OF THE MULTIPATH ROUTING TENSOR MODEL WITH THE QUALITY OF SERVICE IN TELECOMMUNICATION NETWORKS

A.V. Lemeshko, Kharkov National University of Radioelectronics, Kharkov, Ukraine,
avlem@mail.ru,

O.Yu. Yevsyeyeva, Kharkov National University of Radioelectronics, Kharkov, Ukraine,
evseeva.o.yu@gmail.com,

S.V. Garkusha, Kharkov National University of Radioelectronics, Kharkov, Ukraine,
sv.garkusha@mail.ru

Tensor approach, which is used in the article for the mathematical description of telecommunication systems, allowed us to formulate analytically conditions for ensuring the quality of service at the same time on two factors: the required transmission rate of traffic and the end-to-end delay. The model described is designed to solve routing problems, but can be adapted for other tasks traffic management and design of communication systems. The proposed solution is invariant with respect to the analyzed network structures, service disciplines, and traffic patterns. All these features affect only the dimension and content of metric tensor and the coordinate transformation matrices.

The main object of the study were selected tasks multipath routing. In this regard, the article made modeling and comparative analysis of the proposed and previously known

solutions for key indicators of quality of service. The results of numerical analysis demonstrated the advantages of the tensor approach to the modeling of routing problems, which manifested itself in improving the multipath end-to-end delay, the probability of timely delivery of packets and jitter.

Keywords: end-to-end delay, jitter, telecommunication network, tensor model.

References

1. Gerald R. *Ash Traffic Engineering and QoS Optimization of Integrated Voice & Data Networks*. San Francisco: Morgan Kaufmann Publishers Inc., 2006 – 512 p.
2. Lee G.M. A Survey of Multipath Routing for Traffic Engineering. *Lecture Notes in Computer Science (LNCS)*. Berlin: Springer-Verlag, 2005, vol. 3391, pp. 264–274.
3. Anjali T., Calinescu G., Fortin A., Kapoor S., Kirubanandan N., Tongngam S. Multipath Network Flows: Bounded Buffers and Jitter. *Proc.29th Conference on Information Communications INFOCOM 2010*, IEEE Press Piscataway, 2010, pp. 2714–2720.
4. Jiancong C., Chan S. H. G. Multipath Routing for Video Unicast over Bandwidth-limited Networks. *Proc. of Global Telecommunications Conference GLOBECOM'01*, 2001, vol. 3, pp. 1963–1967.
5. Recommendation ITU-T G.707. Y.1322 Network Node Interface for the Synchronous Digital Hierarchy (SDH). Geneva, ITU-T, 2007.
6. Evseeva O.Yu., Garkusha S.V. Obzor tehnologicheskikh i teoreticheskikh reshe-niy v oblasti marshrutizatsii na osnove kachestva obsluzhivaniya [Overview of Technological and Theoretical Solutions for QoS-based Routing]. *Problemi telekomunikatsiy. [Telecommunication Problems]*, 2012, no. 3 (8), available at: http://pt.journal.kh.ua/2012/3/1/123_evseeva_review.pdf.
7. Mohanta Kalyan. Comprehensive Study on Computational Methods for K-Shortest Paths Problem. *IJCA Open Access Journal*, 2012, vol. 40, no. 14, pp. 22–26.
8. Jin Y. Yen Finding the K Shortest Loopless Paths in a Network. *Management Science*, 1971, vol. 17, no. 11, pp. 712–716.
9. Minoux M. Multicommodity Network Flow Models and Algorithms in Telecommunications. *Handbook of Optimization in Telecommunications*; Edited by Mauricio G.C. Resende, Panos M. Pardalos. *Springer*, 2006, pp. 163–184.
10. Lemeshko A.V., Drobot O.A., Symonenko D.V. The Results of the Comparative Analysis of Flow Routing Models in Telecommunication Networks [Rezultati porivnyalnogo analizu potokovih modeley marshrutizatsiyi v telekomunikatsiynih merezhah]. *Zbirnik naukovih prats harkivskogo universitetu Povitryanih Sil*, 2007, Iss. 1 (13), pp. 66–69.
11. Popovskyy V.V., Lemeshko A.V., Evseeva O.Yu. Dynamic Resource Management TCS: Mathematical Models in State-space [Dinamicheskoe upravlenie re-sursami TKS: matematicheskie modeli v prostranstve sostoyaniy]. *Naukovi zapiski UNDIK*, 2009, no. 1 (9), pp. 3–26.
12. Lemeshko A.V., Vavenko T.V. Improving the Flow-Based Model of Multipath Routing Based on Load Balancing [Uovershenstvovanie potokovoy modeli mnogo-putevoy marshrutizatsii na osnove balansirovki nagruzki]. *Problemi telekomunikatsiy [Telecommunication Problems]*, 2012, no. 1 (6), pp. 12–29, available at: http://pt.journal.kh.ua/2012/1/1/121_lemeshko_multipath.pdf.
13. Korzun D.Z., Gurtov A.V. Use of Linear Diophantine Equations to Model the Routing of Self-Organizing Networks [Ispolzovanie lineynykh diofantovykh uravneniy dlya modelirovaniya marshrutizatsii v samoorganizuyuschih setyah]. *Elektrosvyaz [Electrocommunication]*, 2006, no. 6, pp. 34–38.
14. Kron G. *Tenzornyiy analiz setey [Tensor Analysis of Networks]*. Moscow, Sov. Radio, 1978. 719 p.
15. Lemeshko A.V. Tensor Model Multipath Routing Aggregation Bathrooms Flows Redundant Network Resources Represented in the Space of Curvature [Tenzornaya model mnogoputevoy marshrutizatsii agregirovannykh potokov s rezervirovaniem setevykh resursov, predstavlenaya v prostranstve s kriviznoy]. *Pratsi Ukrayins'koho naukovo-doslidnoho instytutu radio i telebachennya*. Odesa, Vidannya UNDIRT, 2004, iss. 4 (40), pp. 12–18.
16. Lemeshko A.V., Evseeva O.Yu. Tensor Geometrization of Structural and Functional Representation of the Telecommunications System in the Basis Interpole Tract and Internal Cuts [Tenzornaya

geometrizationi strukturno-funktsionalnogo predstavleniya telekommunikatsionnoy sistemyi v bazise mezhpolyusnykh putey i vnutrennih razrezov]. *Naukovi zapiski Ukrayins'koho naukovo-doslidnoho instytutu zvyazk*, 2010, iss. 1 (13), pp. 14–26.

17. Kleinrock L. *Queueing Systems. Volume I: Theory*. New York: Wiley Interscience, 1975. 417 p.

18. Evseeva O.Yu. Classification of Spaces and Bases Used in the Geometric Description of the Structure of the Telecommunications Network [Klassifikatsiya prostranstv i bazisov, ispolzuemykh pri geometricheskom opisaniy strukturyi telekommunikatsionnoy seti]. *Radiotekhnika: Vseukr. mezhvedomstv. nauch.-tehn. sb. [Radiotechniques]*, 2009, iss. 159, pp. 14–19.

19. Seok Yo., Lee Yo., Choi Ya. Dynamic Constrained Multipath routing for MPLS Networks. *IEEE International Conference on Computer Communications and Networks*, 2001: proc. of the conference, vol. 2, iss. 1, pp. 348–353.

20. Recommendation ITU-T Y.1541. Network performance objectives for IP-based services. Geneva: ITU-T, 2012. 57 p.

21. Schulzrinne H., Casner S., Frederick R., Jacobson V. RTP: A Transport Protocol for Real-Time Applications. RFC 3550, 2003.

Поступила в редакцию 28 августа 2013 г.