

СИСТЕМОЛОГИЧЕСКИЕ ОСНОВАНИЯ ТЕНЗОРНОГО АНАЛИЗА СЕТЕЙ СВЯЗИ

ЛЕМЕШКО А.В.

(Телекоммуникации)

Трактовка телекоммуникационной системы (ТКС) как сложной организационно-технической системы открывает дополнительные возможности по совершенствованию процессов ее анализа и синтеза. Эффективным инструментарием системного исследования ТКС представляется математический аппарат тензорного анализа сетей. Координатное описание системы телекоммуникаций, представленное в виде соответствующих тензорных моделей, за счет обеспечения многоаспектного рассмотрения ТКС позволило получить эффективные решения ряда важных расчетных задач.

1. Введение

Анализ тенденций современного развития систем телекоммуникаций свидетельствует о значительном росте интереса у операторов связи и разработчиков связного оборудования к реализации системных решений, нацеленных на более полное и эффективное использование имеющихся сетевых ресурсов. Подтверждением тому, например, может служить разработка и принятие концепций Traffic Engineering over MPLS, подробно освещенной в информационном RFC 2702 «Requirements for Traffic Engineering Over MPLS», а также правил системной политики PBNM (Policy-Based Network Management), терминология которых подробно изложена в документе RFC 3198 «Terminology for Policy-Based Network Management», разработанного комитетом IETF. Логично предположить, что в качестве первоочередных шагов в этом направлении станут попытки подведения под эти начинания содержательной научной основы.

Подобные тенденции предопределили необходимость совершенствования (модернизации) телекоммуникационных систем на новых технологических и, что не менее важно, методологических принципах, базирующихся на использовании адекватно описывающих ТКС формализмах, а также высокоэффективных методах расчета основных количественных и качественных показателей систем телекоммуникаций.

Как при решении проблем теоретического обоснования, так и практической реализации требований к ТКС, имеет смысл воспользоваться результатами разработанной и хорошо развитой общей теории систем, а сам процесс исследования организовать в рамках системного подхода. В основе системного подхода лежит стремление установить общую ориентацию исследований и зафиксировать научными средствами целостность исследуемого объекта с учетом всего разнообразия существующих в нем связей и связей с внешней средой. Теория систем предлагает единый абстрактно-математический аппарат для представления и исследования систем самых различных типов,

классов и назначения – технических, экономических, биологических и т.д. [1,2].

В этой связи ТКС может трактоваться как сложная организационно-техническая система. К числу основных факторов сложности ТКС (рис.1) следует отнести ее многоаспектность, высокую размерность системы в целом и разнородность ее отдельных элементов и подсистем, динамический характер функционирования, стохастичность протекающих в ТКС процессов информационного обмена, мультисервисность, взаимодействие ТКС с другими сложными системами – информационно-аналитическими системами, автоматизированными системами управления и др., а также наличие влияния внешних, зачастую дестабилизирующих, факторов.



Рис.1. Факторы сложности телекоммуникационной системы

2. Основная часть

Анализ особенностей общих систем позволил сделать вывод о том, что их разнообразие может быть адекватно охвачено конечным числом классов (типов) систем, которые, в свою очередь, определяют классы (типы) системных задач. Последовательность этапов решения задач анализа (синтеза) сложных систем в рамках системного подхода условно можно представить в виде соответствующей схемы (рис.2) [1].

В соответствии со схемой (рис.2) исследователь, путем выделения тех или иных системных аспектов сводит решение поставленной ему прикладной задачи к решению конкретной системной задачи. На этапе абстрагирования конкретная системная задача классифицируется и принимает вид общесистемной задачи, для решения которой применяются имеющиеся в распоряжении методы традиционной науки. Полученное решение общесистемной задачи на этапе интерпретации принимает вид решения конкретной системной задачи. Последнее же, в свою очередь, путем

предметной экспертизы определяет окончательное решение поставленной перед исследователем прикладной задачи.

Наличие общей схемы, однако, еще не определяет конкретных методов решения задач в рамках системного подхода. Для реализации процедур абстрагирования и интерпретации в настоящее время единого подхода пока не выработано. Немаловажную роль также играет класс системной задачи, определяющий набор традиционных методов ее решения. В системах телекоммуникаций встречаются все три класса задач [1]: задачи организованной простоты – задачи с малым количеством переменных, высокой степенью детерминизма, решение которых допускается в аналитической форме; задачи неорганизованной сложности – задачи с большим числом переменных случайных по

своему характеру проявления, для решения которых используются статистические методы; задачи организованной сложности, для решения которых пока не существует приемлемых ни аналитических, ни статистических методов решения. Первые два класса задач являются взаимодополняющими, определяя две противоположные крайности в спектре сложностей задач и, несмотря на взаимодополняемость и достаточно высокую проработанность их решений, покрывают небольшую часть всего спектра системных задач. По этой причине актуальной становится задача поиска эффективных методов решения системных задач из категории организованной сложности, пути решения которых проработаны не так хорошо, как для первых двух классов задач.

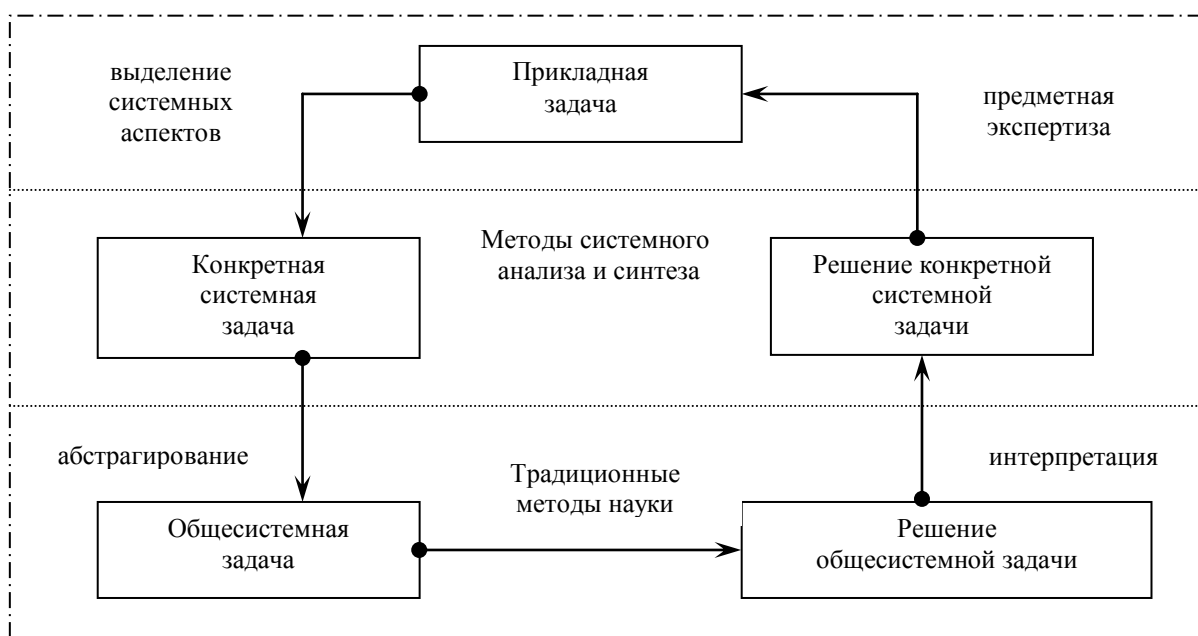


Рис.2. Схема решения задач анализа (синтеза) сложных систем в рамках системного подхода

Закономерно предположить, что при решении ряда задач организованной сложности трудность получения окончательных результатов может быть привнесена неудачным или, в общем случае, случайным выбором аспекта (координатной системы) рассмотрения исследуемого объекта (системы). Закономерно предположить, что существует такая точка зрения на поставленную проблему (задачу) или такой аспект рассмотрения исследуемой системы, в рамках которых искомые решения можно найти с минимальными трудностями. В этой связи многоаспектное рассмотрение исследуемой системы и информированность о правилах координатного преобразования открывают дополнительные перспективы в решении задач организованной сложности.

В рамках многоаспектного рассмотрения математически точно описать телекоммуникационную систему как целостный объект, базируясь на том, что теория исследования ТКС должна быть инвариантна относительно способа описания его внутренней структуры, возможно лишь с помощью некоторого

каркаса, который разрешит стыковать модели, полученные при рассмотрении разных аспектов одной системы, объединяя различные ее представления [3]. В связи с этим особую актуальность приобретают исследования американского ученого Г. Крона и его разработки в области тензорного анализа и диакоптики, базирующиеся на использовании инвариантных величин – тензоров, которые, в свою очередь, подобно каркасу связывают преобразование структуры сложных систем [4,5]. Технология тензорного решения задач анализа (синтеза) сложных систем (рис.3) состоит в следующем:

1. Выделение некоторой совокупности систем в один класс по аналогии протекающих в них процессов и структурных отношений.
2. Выбор среди этих систем одной в качестве эталонной, для которой разработан тензорный метод расчета, объединяющий структурные и метрические соотношения, т.е. структуру и протекающие в ней процессы.

3. Инвариантное представление основных свойств и характеристик моделируемой системы.

4. Определение правил приведения математической модели системы к тензорному виду.

5. Формулирование (расчет) групп прямого и обратного преобразования и построение эквивалентной модели системы.

Одной из основных задач анализа ТКС в рамках тензорного подхода является нахождение таких инвариантных характеристик, которые являются общими для всех систем данного класса, то есть которые не изменяются при переходе от одного представления системы к другому. К таким инвариантам в зависимости от требований, выдвигаемых к ТКС, могут быть отнесены трафик, структура системы и прочие величины. На основании известных инвариантных характеристик и правил преобразования исследование любой системы из данного класса будет сводиться к исследованию одного произвольного ее представления с

последующим переходом от данного произвольного к исходному представлению системы. Это открывает возможности изучения всего класса систем на примере одной произвольно выбранной системы [6]. Поэтому тензорная методология анализа телекоммуникационных систем и связанная с ней диакоптика разрешают получить единый подход к исследованию ТКС как сложной организационно-технической системы. Возможность совместного исследования структуры телекоммуникационной системы и протекающих в ней процессов представляется главным преимуществом тензорной методологии исследований, основанной на объединении возможностей дифференциальной геометрии с возможностями комбинаторной топологии. Наряду с анализом функциональных уравнений системы, в рамках ее тензорного представления графо-топологическое описание является дополнительным источником информации для эффективного составления и решения подобных уравнений.

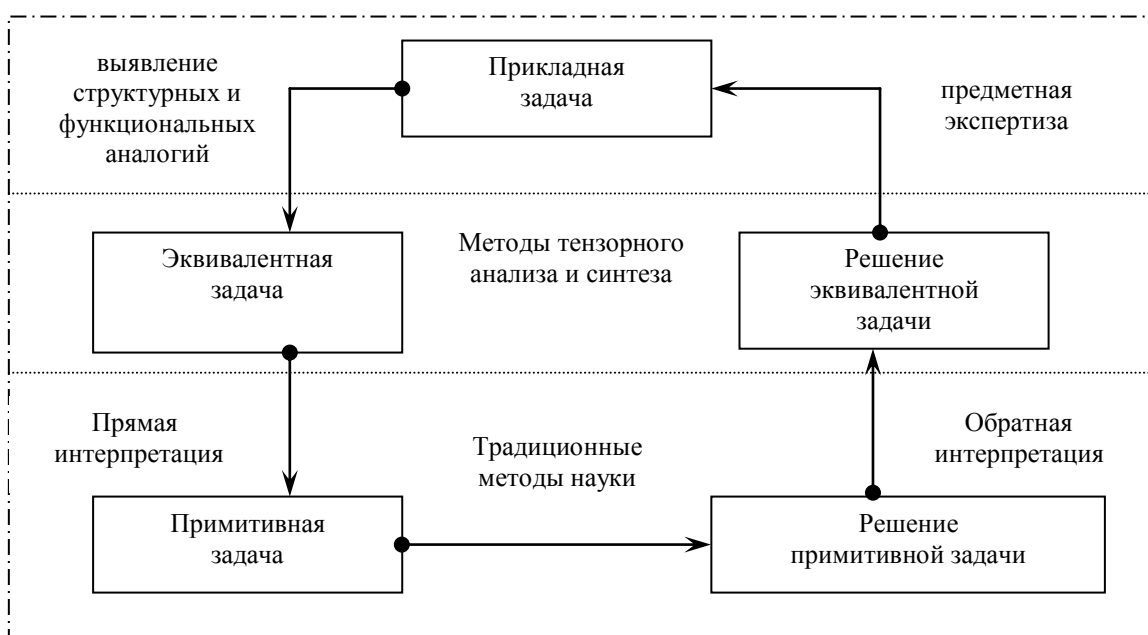


Рис.3. Схема решения задач анализа (синтеза) сложных систем в рамках тензорного подхода

Для практической демонстрации возможности и целесообразности реализации тензорного подхода при решении конкретных системных задач анализа (синтеза) ТКС приведем несложный пример. Как показал проведенный анализ, в соответствии с тензорным подходом (рис.3) решение ряда важных задач по расчету сетей связи может быть проведено в рамках их электротехнической интерпретации [7]. В этом случае для ТКС в качестве эквивалентной системы выступала электрическая сеть, для расчета которой разработаны эффективные модели и методы тензорного анализа [4,5]. Несмотря на то, что система телекоммуникаций, несомненно, имеет более сложную морфологическую и функциональную «конструкцию», чем электрическая сеть, некоторые двухполюсные сетевые

задачи допускают адекватную формализацию в рамках электротехнических терминов и понятий.

Подобный выбор эквивалентной модели определяет двойственность следующих телекоммуникационных и электротехнических понятий: тракт передачи информации – ветвь; информационная нагрузка в тракте – ток в ветви; временная задержка передачи – напряжение; пропускная способность тракта – проводимость и др.

В отличие от однородного непрерывного пространства, как при расчете электрической сети, так при расчете сети связи следует рассматривать анизотропное пространство-структуру, определяемое составом и взаимосвязями элементов системы. Размерность такого пространства численно равна количеству ветвей, а переходя от сетевой терминологии к телеком-

муникационной – числу отдельных трактов передачи информации в ТКС. Системы координат образуются совокупностью независимых замкнутых и разомкнутых путей, проходящих по ветвям сети [4,7]. Преобразование системы координат трактуется как преобразование структуры сети с сохранением начального числа ветвей или переход от одной совокупности независимых путей к другой, причем, каждый путь ввиду своей независимости определяет в рамках подобного пространства координатную ось.

Пусть изначально анализируемая сеть состоит из n несвязанных между собой ветвей, определяя тем самым размерность вводимого к рассмотрению пространства-структуры. Базис пространства, образованного независимыми разомкнутыми путями, обозначим как $p_i, i = \overline{1, n}$. В этом пространстве сеть как геометрический объект может быть представлена как одновалентными тензорами, так и тензорами более высокой валентности [7]. Примером одновалентных тензоров могут служить контравариантный вектор нагрузок $H = h^i p_i$ и ковариантный вектор временных задержек $T = t_i p_i$, которые представляются в базисе $p_i, i = \overline{1, n}$ в виде, соответствующем принятому в тензорном исчислении соглашению о суммировании [8]. Компонента тензора нагрузок h^i отражает величину нагрузки в i -й ветви, измеряемую в битах. Компонента тензора задержек t_i характеризует величину временной задержки передачи информации i -й в ветви, измеряемую в секундах. Координаты двухвалентного смешанного тензора M в том же базисе имеют вид $m_j^i = h^i t_j$, где $i, j = \overline{1, n}$.

Сеть, состоящую из n несвязанных между собой ветвей, целесообразно выбрать в качестве примитивной сети, т.к. в ней расчет искомым величин компонент векторов нагрузок и задержек не представляет особого труда.

Пусть из раздельных ветвей вышерассмотренной сети образована сеть связанной структуры. Изменение структуры соответственно влечет и модификацию базиса пространства, образованного теперь независимыми разомкнутыми и замкнутыми путями $p_i, i = \overline{1, n}$. Компоненты рассматриваемых тензоров в новой системе координат соответственно будут иметь вид $h^{i'}$, $t_{i'}$ и $m_j^{i'}$, $i, j = \overline{1, n}$. В соответствии с правилами алгебраического сложения путей [4,6] базисные пути различных координатных систем рассмотрения сети как геометрического объекта связаны между собой соотношением

$$p_i = a_i^{k'} p_{k'} . \quad (1)$$

Тогда при смене координатной системы рассмотрения сети компоненты ранее введенных одновалент-

ных и двухвалентных тензоров будут преобразовываться следующим образом

$$h^{i'} = c_k^{i'} h^{k'} ; t_{i'} = a_i^{k'} t_{k'} ; m_j^{i'} = c_i^{i'} a_j^{j'} m_j^{j'} , \quad (2)$$

где величины $a_i^{k'}$ и $c_k^{i'}$ являются компонентами тензоров прямого и обратного преобразования, представленные соответственно матрицами A и C размерности $n \times n$. Матрицы A и C , в свою очередь, связаны между собой следующим условием:

$$A^t C = I ,$$

где t - символ транспонирования, а I - единичная матрица размерности $n \times n$.

Известно, что в сетях связи компоненты тензоров нагрузок и временных задержек связаны между собой следующими соотношениями:

$$h^{j'} = l^{ij'} t_{i'} ; \quad (3)$$

$$t_{i'} = r_{ji'} h^{j'} \quad \forall j = \overline{1, n} , \quad (4)$$

где параметры $l^{ij'}$ характеризуют величины пропускных способностей ветвей сети, измеряемые в битах за секунду, а параметры $r_{ji'}$ - отражают значения величин, обратных к $l^{ij'}$. Эти же параметры являются компонентами соответственно дважды контравариантного метрического тензора и дважды ковариантного метрического тензора, которые представлены в базисе $p_i, i = \overline{1, n}$ матрицами L и R размерности $n \times n$ с выполнением условия

$$LR = I .$$

Дважды контравариантный и ковариантный характер тензоров L и R подтверждается соответствующими законами преобразования их компонент при смене координатных систем рассмотрения сети

$$l^{ij'} = c_i^{i'} c_j^{j'} l^{i'j'} ; \quad (5)$$

$$r_{ji'} = a_j^{j'} a_i^{i'} r_{j'i'} . \quad (6)$$

В соответствии с постулатами первого и второго обобщения Г. Крона [4] с изменением структуры сети, т.е. с переходом к новому базису $p_i, i = \overline{1, n}$, функциональные уравнения поведения сети сохраняют свою изначальную форму и размерность (3,4), принимая вид

$$h^{j'} = l^{i'j'} t_{i'} ; \quad (7)$$

$$t_{i'} = r_{ji'} h^{j'} \quad \forall j = \overline{1, n} . \quad (8)$$

Тензорная формализация сети связи основана на принятии следующих инвариантов: функциональный – вид уравнения поведения системы (3,4); структур-

ный – общее количество независимых разомкнутых и замкнутых путей (n).

Предложенное тензорное описание сети связи (1-8) может быть использовано, в частности, для решения задач потокового программирования. При этом в зависимости от того, какие величины будут выбраны в качестве воздействующих (возбуждающих), а какие величинами отклика изменяется специфика постановки и решения задачи по расчету сети связи.

Если, например, в качестве воздействующей величины принять временную задержку t_i (3), а в качестве величины отклика – нагрузку h^i , то задача относится к классу задач расчета сетей с контурным возбуждением [4-6]. Результаты расчета контурных сетей определяют решение задачи по нахождению максимального потока в сети между произвольными двумя узлами без ограничений на пропускные способности ветвей [7].

В случае если в качестве воздействующей величины выступает нагрузка h^i (4), а в качестве величины отклика – задержка t_i , то задача относится к классу задач с узловым возбуждением [4-6]. Результаты расчета узловых сетей определяют решение задачи многопутевой (многомаршрутной) доставки заданной величины информационной нагрузки между произвольными двумя узлами за минимальной время, одинаковое для каждого из путей доставки [9]. Путем адаптации тензорных решений задачи многопутевой маршрутизации, также удалось получить эффективный алгоритм нахождения кратчайшего пути в сети.

В отличие от вышеперечисленных случаев процесс возбуждения в сети зачастую может носить комбинированный характер, т.е. для различных ветвей сети в качестве воздействующих величин могут выступать как нагрузки, так и временные задержки (3,4). В этом случае сеть рассматривается как ортогональная [4-6], ввиду ортогональности свойств контуров относительно узловых пар.

В результате анализа ортогональной сети можно получить комплексные решения, связанные как с нахождением максимального потока в сети, так и с поиском кратчайшего пути или расчетом минимального времени многопутевой доставки, но уже с учетом ограничений на величины нагрузок и (или) временных задержек в отдельных ее ветвях.

Комплекс задач по описанию и расчету сетей связи, несомненно, может быть значительно расширен в направлениях анализа и синтеза многополюсных сетей или сетей с более сложными, например, векторными процессами возбуждения и отклика. Это повлечет за собой необходимость, с одной стороны, использования более сложных топологических моделей сети связи, представленных в виде симплициальных комплексов размерности два и более, а с другой, описания сети как геометрического объекта в выбранном

пространстве с помощью тензоров более высоких валентностей.

3. Выводы

Таким образом, эффективным средством многоаспектного описания сетей связи может выступить математический аппарат тензорного анализа, позволяющий придать процессу исследования необходимую системность и обеспечить адекватную формализацию сети связи в виде соответствующих тензорных моделей. Это базируется на установлении полного соответствия этапов тензорной технологии исследования ТКС требованиям системного подхода.

Использование электротехнических сетей в качестве эквивалентной модели сетей связи – не единственное свидетельство эффективного использования тензорных моделей и методов расчета сетей различной физической природы. На несложных приведенных примерах произведена наглядная демонстрация преимуществ тензорной методологии исследования ТКС как сложной системы. Использование наряду с функциональным описанием системы, представленным ее уравнениями поведения (3,4), также графотопологического портрета позволяет отказаться от прямолинейности в расчетах основных параметров сети связи. Переход от представления системы, данного в непосредственном наблюдении, к другому (более предпочтительному в рамках выбранных критериев) аспекту рассмотрения, трактуя такой переход как смену координатных систем, возможен только за счет целостного (многоаспектного) описания систем телекоммуникаций с использованием тензорных моделей сети.

Литература: 1. *Клир Дж.* Системология. Автоматизация решения системных задач: Пер. с англ. М.: Радио и связь, 1990. 540с. 2. *Теория систем и методы системного анализа в управлении и связи* / В.Н. Волкова, В.А. Воронков, А.А. Денисов и др. М.: Радио и связь, 1983. 248 с. 3. *Шрейдер Ю.А., Шаров А.А.* Системы и модели. М.: Радио и связь, 1982. 152 с. 4. *Крон Г.* Тензорный анализ сетей. М.: Сов. радио, 1978. 719 с. 5. *Крон Г.* Исследование сложных систем по частям – диакоптика. М.: Наука, 1972. 542 с. 6. *Петров А.Е.* Тензорная методология в теории систем. М.: Радио и связь, 1985. 152 с. 7. *Поповский В.В., Лемешко А.В.* Тензорный анализ в задачах системного исследования телекоммуникационных систем // Радиотехника, 2002. Вып. 125. С. 156-164. 8. *Сокольников И.* Тензорный анализ. М.: Наука, 1971. 376 с. 9. *Лемешко А.В.* Реализация алгоритма многопутевой маршрутизации в современных транспортных сетях // Вісник Українського Будинку економічних та науково-технічних знань. К., 2002. Вип.1. С. 109–114.