

## **ТЕНЗОРНЫЙ АНАЛИЗ В ЗАДАЧАХ СИСТЕМНОГО ИССЛЕДОВАНИЯ ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННЫХ СИСТЕМ**

Решение многих важных задач по модернизации существующих и созданию перспективных телекоммуникационных систем (ТКС) на новых технологических основах связано с необходимостью использования целостной, содержательной методологии исследований. В связи с этим как при решении проблем теоретического обоснования, так и практического воплощения требований, стоящих перед ТКС, имеет смысл воспользоваться результатами разработанной и хорошо развитой теории систем, которая ставит своей целью создание и изучение наиболее общих способов описания, законов функционирования и методов исследования сложных систем вне зависимости от их физической природы и представляет собой логическое средство описания реальных объектов в их многоаспектности и противоречивости. В рамках системологического рассмотрения ТКС трактуется как сложная организационно-техническая система. Основными факторами сложности в данном случае могут выступать многоаспектность, высокая размерность, динамический и стохастический характер функционирования, взаимодействие ТКС с другими системами, в первую очередь - обеспечение информационных и расчетно-аналитических систем различного назначения, а также наличие влияния внешних, нередко дестабилизирующих факторов. Попытки целостного представления ТКС обычно сопровождаются использованием системы математических моделей, полученных на уровнях морфологического, функционального и информационного описания. При этом каждая из моделей, а также связанные с ней методы исследования отражают тот или иной аспект рассмотрения ТКС. Зачастую задачи структурного и функционального синтеза решаются независимо, в лучшем случае, определяя друг для друга исходные данные, принятые допущения и ограничения.

В этой связи единый подход к исследованию ТКС как сложной системы позволяют получить тензорные методы анализа и синтеза [1]. Тензорное представление обладает максимальной целостностью, позволяя сконцентрировать основное внимание на самой системе вне зависимости от возможных координатных систем ее рассмотрения. В рамках тензорного анализа система представляется тензором, который отображает инвариантный геометрический объект, координаты которого при преобразовании системы координат изменяются по линейному закону. Это позволяет по известным проекциям тензора в одной системе координат получить его проекции в других системах, если известны законы перехода от одной системы координат к другой. С точки зрения системологии, смена системы координат может означать изменение аспекта рассмотрения исследуемой системы, а проекции тензора могут отображать величины показателей, характеризующие основные ее свойства в принятом для рассмотрения аспекте.

Особую актуальность при решении сетевых задач различной физической природы приобретают исследование американского ученого Г. Крона и его разработки в области тензорного анализа и диакоптики, которые базировались на использовании инвариантных величин, тензоров, которые подобно каркасу связывают преобразование структуры сложных систем [2,3]. Тензорный анализ сетей основан на совместном использовании функциональных уравнений системы и ее графо-топологического описания, представляющего дополнительный источник информации для эффективного составления и решения этих уравнений. Возможность совместного исследования структуры телекоммуникационной системы и протекающих в ней процессов представляется главным преимуществом тензорной методологии исследований, основанной на объединении возможностей дифференциальной геометрии с возможностями комбинаторной топологии.

Методология тензорного подхода к анализу ТКС как сложной системы состоит в следующем:

1. Геометризация системы: введение понятий пространства, систем координат и правил их преобразования.
2. Инвариантное представление уравнений поведения системы, ее основных свойств и характеристик.
3. Установление правил приведения исходной математической модели ТКС к тензорному виду: определение инвариантов, ковариантных и контравариантных величин.
4. Обоснование и выбор примитивной системы, для которой возможно осуществить расчет искомых параметров наиболее просто.
5. Формулирование правил прямого и обратного преобразования (интерпретации) от исследуемой системы к примитивной.

В отличие от однородного непрерывного пространства при исследовании ТКС следует рассматривать анизотропное пространство-структуру, определяемое составом и взаимосвязями элементов системы. Размерность такого пространства численно равна количеству ветвей, а переходя от сетевой терминологии [2] к телекоммуникационной – числу отдельных трактов передачи информации в ТКС. Совокупность независимых замкнутых и разомкнутых путей, проходящих по ветвям сети, образуют системы координат [1,2]. Из курса комбинаторной топологии известно, что количество ветвей в любой одномерной сети, представимой на плоскости в виде графа, численно равно сумме независимых замкнутых и разомкнутых путей, а численность независимых разомкнутых путей определяется разницей количества узлов в сети и числа несвязных подсетей [1]. Преобразование структуры сети с сохранением начального числа ветвей или переход от одной совокупности независимых путей к другой трактуется как преобразование системы координат. Таким образом, каждый путь ввиду своей независимости определяет в рамках рассматриваемого пространства-структуры координатную ось.

Для более наглядного понимания введенных понятий тензорного анализа рассмотрим следующую модель расчета сети связи, предполагающую выполнение следующих двух условий: одномерность элементов системы, т.е. воздействие, приложенное к элементу, и отклик на него задаются скалярами (числами); линейность связи между воздействием и откликом. Пусть изначально сеть представлена шестью несвязными ветвями (рис.1). Размерность введенного пространства-структуры ( $n$ ) равна шести. В рассматриваемой сети количество разомкнутых путей, образуя базис пространства, соответствует числу ветвей и обозначается как  $p_i, i = \overline{1, n}$ .

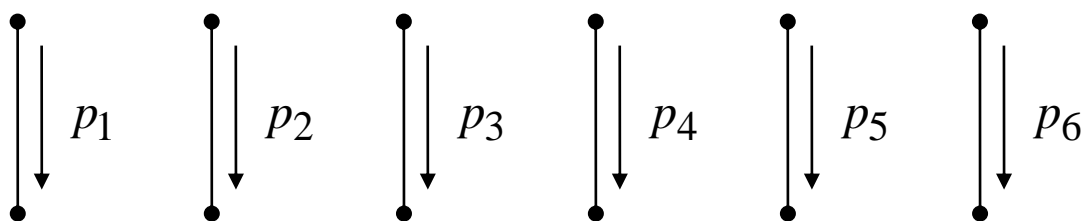


Рис.1

Каждая ветвь сети, моделирующая тракт передачи в ТКС, характеризуется целым рядом параметров, которые, в общем случае, зависят друг от друга. К основным из них отнесем нагрузку в ветви ( $h^i, i = \overline{1, n}$ ), измеряемую в битах; пропускную способность ветви ( $l_i, i = \overline{1, n}$ ), измеряемую в битах за секунду; задержку передачи в ветви ( $t_i, i = \overline{1, n}$ ), измеряемую в секундах. Предполагая использование для каждого элемента сети в качестве воздействующей величины задержку  $t_i$ , а в качестве величины отклика – нагрузку  $h^i$ , эти величины можно связать между собой следующими уравнениями:

$$h^i = l_i \cdot t_i, \quad i = \overline{1, n}. \quad (1)$$

Исходя из постулата первого обобщения Крона [2], форма записи уравнений (1), характеризующих поведение отдельных элементов сети, должна соответствовать уравнению поведения сети в целом, что обуславливает замену системы скалярных уравнений (1) векторно-матричным уравнением вида

$$H = L \cdot T, \quad (2)$$

где

$$H = \begin{bmatrix} h^1 \\ h^2 \\ \vdots \\ h^n \end{bmatrix}, \quad T = \begin{bmatrix} t_1 \\ t_2 \\ \vdots \\ t_n \end{bmatrix}$$

- векторы, соответственно, загрузки ветвей сети и задержек в них размерности  $n$ ;  $L = \|l_{i,j}\|$  - матрица пропускных способностей сети размерности  $n \times n$ , на главной диагонали которой находятся собственные пропускные способности ветвей сети, т.е.  $l_{i,i} = \overline{l_i}, i = \overline{1, n}$ , а недиагональные элементы матрицы для разомкнутой структуры сети (рис.1) равны нулю.

В зависимости от постановки задачи в качестве воздействующей величины можно принять нагрузку в ветви  $h^i$ , а в качестве величины отклика – задержку  $t_i$ , определив для расчета векторно-матричное уравнение следующего вида

$$T = R \cdot H, \quad \text{где } R = L^{-1}. \quad (3)$$

Пусть структура исходной сети, сохранив в качестве инварианта количество ветвей ( $n$ ), равное шести, претерпела изменения (рис.2), образовав неориентированный полностью связанный граф с четырьмя вершинами-узлами ( $k$ ).

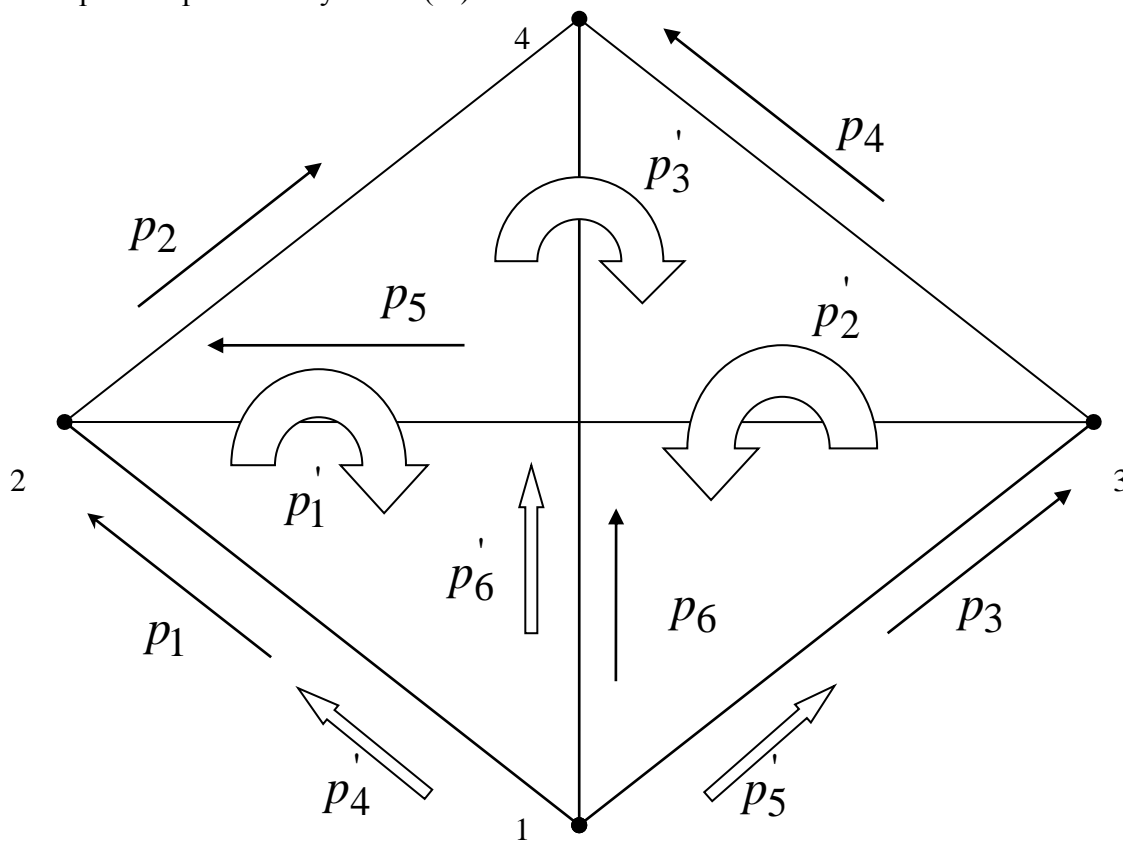


Рис.2

Вследствие вышеотмеченных закономерностей количество независимых разомкнутых путей ( $j$ ) стало равно трем и численность независимых замкнутых путей – контуров ( $m$ ) также равняется трем, что определяет в сумме общее число ветвей ( $n$ ) в сети. К замкнутым относятся пути  $(p_1', p_2', p_3')$  в контурах, соответственно, (1-2-4), (1-3-4) и (2-4-3), а к разомкнутым – пути  $(p_4', p_5', p_6')$ . Через пути  $p_i, i = \overline{1, n}$ , определяющие базис системы, можно выразить любой другой путь сети (рис.2). Причем алгебраическая сумма путей – это путь, проходящий по всем слагаемым суммы в соответствии с их ориентацией. Например, замкнутый путь (контур)  $p_1'$  можно представить в виде алгебраической суммы путей  $p_1, p_2$  и  $p_6$ , где путь  $p_6$  входит в выражение со знаком минус. По аналогии путь  $p_2$  от узла 2 к узлу 4 находится как сумма путей  $p_1'$  и  $p_3'$  ввиду их одинаковой направленности.

Переход от разомкнутой структуры сети (рис.1) к соединенной структуре (рис.2) можно трактовать как переход к новой системе координат представления ТКС, как переход от базиса  $p_i, i = \overline{1, n}$  к базису  $p_i', i = \overline{1, n}$  в выбранном пространстве-структуре. Выразим компоненты старого базиса  $p_i, i = \overline{1, n}$  через компоненты нового базиса  $p_i', i = \overline{1, n}$ :

$$\begin{cases} p_1 = p_4, \\ p_2 = p_1' - p_4' + p_6', \\ p_3 = p_5', \\ p_4 = p_2' - p_5' + p_6', \\ p_5 = -p_1' + p_2' + p_3' + p_4' - p_5', \\ p_6 = p_6'. \end{cases} \quad (4)$$

Правило преобразования базисов (4) определяет следующую невырожденную матрицу преобразования координат при переходе от базиса  $p_i', i = \overline{1, n}$  к базису  $p_i, i = \overline{1, n}$ :

$$A = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}. \quad (5)$$

В матричном виде правило преобразования (4) с учетом матричного представления (5) имеет вид

$$P = A \cdot P', \quad (6)$$

где

$$P = \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ \vdots \\ p_6 \end{bmatrix}, \quad P' = \begin{bmatrix} p_1' \\ p_2' \\ \vdots \\ p_6' \end{bmatrix}$$

- векторные представления, соответственно, базиса разомкнутой структуры сети (рис.1) и базиса соединенной структуры сети (рис.2).

Следующим шагом после геометризации системы и определения инвариантного уравнения поведения системы (2) является приведение этого уравнения к тензорному виду с определением инвариантных, ковариантных и контравариантных величин, связанное с принятием постулата второго обобщения Г.Крона [2]. Второй постулат утверждает, что в уравнении системы (2) одному и тому же символу, например  $L$ , соответствует не одна матрица, а их большое количество, каждая из которых имеет одну и ту же размерность, но отличается значениями компонент. Каждый символ в уравнении образует новую математическую сущность, называемую «геометрический объект», с которым в каждой частной системе координат связана матрица исходной размерности. Для символа  $L$  - матрица размерности  $n \times n$ , для символов  $H$  и  $T$  - матрицы размерности  $n \times 1$ . При этом переход от одной системы координат к другой, от одного представления системы к другому производится с помощью матриц преобразования. Поскольку каждая новая система имеет свою собственную матрицу преобразования, то с каждым геометрическим объектом ассоциируется некоторая группа матриц преобразования. Постулат второго обобщения заменяет матричное уравнение, полученное в ходе принятия постулата первого обобщения и справедливое для каждой частной системы координат, на инвариантное уравнение, справедливое для всех координатных систем заданной размерности [2], слагаемыми которого являются уже не матрицы, а геометрические объекты - экстенсивы [4].

Свяжем правила преобразования экстенсивов  $H$ ,  $T$  и  $L$  при переходе от одной системы координат к другой с правилами преобразования базисов этих координатных систем (6), показав тем самым их тензорный характер. Пусть в каждой ветви при разомкнутой структуре сети (рис.1) вне зависимости от типа возбуждения величины  $h^i$  и  $t_i$  ( $i = \overline{1, n}$ ) сонаправлены с соответствующими базисными векторами  $p_i, i = \overline{1, n}$ . Аналогично, в каждой ветви связанной сети (рис.2) также выберем уже величины  $h^i$  и  $t_i$  ( $i = \overline{1, n}$ ) по направлениям новых базисных векторов  $p_i, i = \overline{1, n}$ , определив тем самым вектора нагрузок  $H^{**} = [h^1, h^2, \dots, h^n]$  и задержек  $T^{**} = [t_1, t_2, \dots, t_n]$  в этой сети, где \* - символ транспонирования.

В сети с соединенной структурой понятия контурных (узловых) нагрузок и задержек вводятся виртуально: контурная нагрузка считается одинаковой для всех ветвей этого контура, а контурная задержка представляет собой алгебраическую сумму задержек в ветвях данного контура. На основании введенных понятий правила преобразования компонент векторов нагрузок и задержек имеют вид

$$\begin{cases} h^1 = h^{1'} + h^{4'}, \\ h^2 = h^{1'} + h^{3'}, \\ h^3 = h^{2'} + h^{5'}, \\ h^4 = h^{2'} - h^{3'}, \\ h^5 = h^{3'}, \\ h^6 = -h^{1'} - h^{2'} + h^{6'}; \end{cases} \quad \begin{cases} t_1 = t_4', \\ t_2 = t_1' - t_4' + t_6', \\ t_3 = t_5', \\ t_4 = t_2' - t_5' + t_6', \\ t_5 = -t_1' + t_2' + t_3' + t_4' - t_5', \\ t_6 = t_6'. \end{cases}$$

В матричной форме вышеприведенные правила преобразования выглядят следующим образом:

$$H = C \cdot H'; \quad (7)$$

$$T = A \cdot T', \quad (8)$$

где матрица преобразования вектора нагрузки представима в форме

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (9)$$

Заметим, что матрицы преобразования  $C$  и  $A$  связаны между собой условием ортогональности

$$C \cdot A^* = I,$$

где  $I$  - единичная матрица размерности  $n \times n$ .

Таким образом, при переходе от одной системы координат к другой компоненты (координаты) экстенсивов  $H$  и  $T$  преобразуются по линейному закону (7-8), что дает основание говорить об их тензорном характере. Полная совокупность всех матриц преобразования образует тензор преобразования  $C_p^p$ , [2].

В целом ТКС можно представить в виде геометрического объекта – тензора  $N$  валентности (порядка, ранга) два

$$N = H \cdot T^*, \quad (10)$$

характеризуемого в каждой частной системе координат  $n^2$  компонентами, а тензорный характер объекта подтверждается следующим выражением:

$$N' = C^* \cdot N \cdot A.$$

Смешанный тензор  $N$ , выступая в выбранном пространстве-структуре в качестве модели ТКС, как следует из выражения (10), имеет два слагаемых. Их по виду правил своего преобразования при переходе от одной системы координат к другой (7-8) можно трактовать как контравариантные ( $H$ ) и ковариантные ( $T$ ). В тензорном исчислении принято контравариантные величины записывать с верхними индексами, а ковариантные с нижними, что объясняет вышепринятую индексную запись компонент тензоров нагрузок и задержек. Основываясь на постулате первого обобщения и форме правил преобразования (7-8), нетрудно определить правила преобразования для величин  $L$  и  $R$

$$L' = A^* \cdot L \cdot A; \quad (11)$$

$$R' = C^* \cdot R \cdot C, \quad (12)$$

вид которых позволяет определить тензор пропускных способностей сети как дважды контравариантный метрический тензор, а обратный ему тензор как дважды ковариантный метрический тензор [2,4]. Для каждой частной системы координат тензор  $R$  представляется матрицей, называемой фундаментальной [4].

Установив правила преобразования проекций тензора  $N$ , актуальной становится задача выбора начальной координатной системы, для которой уже известны все искомые компоненты всех геометрических объектов и, опираясь на которую, можно рассчитать необходимые компоненты в заданной координатной системе. Сеть, соответствующая такой системе координат, называется простейшей или примитивной [2]. В случае, когда заранее рассчитанных

сетей нет, в качестве примитивной выбирается сеть, в которой расчет искомых параметров ТКС являлся бы наиболее предпочтительным, вызывая минимальные вычислительные затруднения. Опыт решения подобных задач тензорными методами [1-3] подсказывает, что в качестве примитивной сети при расчете соединенной сети (рис.2) целесообразно выбрать несвязную сеть, состоящую из отдельных  $n$  ветвей (рис.1). Это может также быть связано с тем, что представления тензоров в инвариантном уравнении поведения системы при разомкнутой структуре сети соответствуют ее рассмотрению в ортогональной системе координат ввиду диагональной формы фундаментальной матрицы.

Целостность тензорного описания обеспечивает многоаспектность рассмотрения исследуемых явлений, процессов и системы в целом. Введенная тензорная интерпретация основных сетевых терминов и понятий позволит значительно упростить процесс расчета искомых параметров ТКС, придав ему требуемую системность. Это достигается путем сведения решения исходной задачи в непосредственном наблюдении к расчету примитивной сети, выбор которой соответствует переходу к наиболее предпочтительному аспекту рассмотрения. В свою очередь, переход от исходной постановки к примитивной осуществляется с помощью несложных матричных преобразований.

Эффективность и количественную интерпретацию использования тензорных методов расчета сетей связи продемонстрируем на примере решения такой важной задачи как нахождение максимального потока между двумя узлами сети. Известно, что в такой постановке она относится к классу потоковых задач и может решаться методами квадратичного программирования [5]. Однако более изящное и простое решение можно получить, сведя исходную задачу к задаче расчета электрической цепи [6], для решения которой разработаны и хорошо апробированы тензорные методы [1-3]. Это основано на доказательстве соответствия постановок задач квадратичного программирования и расчета электрических цепей [6], содержащих источники тока, напряжения и сопротивления. Их решение представляет собой особый случай распределения токов и напряжений, удовлетворяющих первому и второму законам Кирхгофа и минимизирующих мощность, рассеиваемую на сопротивлениях.

Аналогия между задачами расчета сетей связи и электрических сетей заключается в установлении взаимнооднозначного соответствия между такими понятиями, как нагрузка ( $H$ ) и ток ( $I$ ), задержка ( $T$ ) и напряжение ( $U$ ), пропускная способность ( $L$ ) и проводимость ( $Y$ ). Воспользовавшись тензорным методом расчета электрических цепей [2] и сохранив понятийный аппарат сетей связи, сформулируем задачу нахождения максимального потока с ограничением на время доставки данных следующим образом. Для примитивной сети (рис.1) заданы пропускные способности ветвей таким образом, что фундаментальная матрица имеет вид

$$R = \begin{pmatrix} 0.25 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.33 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.14 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.25 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

а необходимо рассчитать максимальную нагрузку между узлами 1 и 4 соединенной сети (рис.2), исполненную не более чем за 10 секунд. В приведенной постановке в качестве действующих величин выступают предельные задержки в ветвях

$$T^* = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ -10].$$

В качестве искомых величин отклика выступают нагрузки в ветвях соединенной сети  $H'_g$ . Тензорный метод решения подобного рода задач предполагает следующую очередность дей-

ствий. Во-первых, производится расчет вектора задержек вдоль контуров соединенной сети (рис.2)

$$T'_m = C_m^* \cdot T,$$

где сингулярная матрица  $C_m$  - относится лишь к контурам соединенной сети, т.е.

$$C_m = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \end{vmatrix},$$

$$T'_m = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 1 & 0 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -10 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 10 \\ 10 \\ 0 \end{vmatrix}.$$

Во-вторых, определяется контурная часть фундаментальной матрицы в соединенной сети

$$R'_m = C_m^* \cdot R \cdot C_m,$$

$$R'_m = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 1 & 0 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 0.25 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.33 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.14 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.25 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0.45 & 0 & 0.2 \\ 0 & 0.48 & -0.14 \\ 0.2 & -0.14 & 0.59 \end{vmatrix}.$$

В-третьих, рассчитываются контурные нагрузки

$$H'_m = (R'_m)^{-1} \cdot T'_m,$$

$$H'_m = \begin{vmatrix} 2.65 & -0.29 & -0.96 \\ -0.29 & 2.3 & 0.65 \\ -0.96 & 0.65 & 2.17 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 10 \\ 10 \\ 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 23.61 \\ 20.06 \\ -3.13 \end{vmatrix}.$$

В-четвертых, производится расчет нагрузок в каждой ветви соединенной сети

$$H'_g = C_m \cdot H'_m,$$



$$H'_6 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 23.61 \\ 20.06 \\ -3.13 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 23.61 \\ 20.48 \\ 20.06 \\ 23.19 \\ -3.13 \\ -43.67 \end{pmatrix}.$$

Значение шестого компонента вектора  $H'_6$  и определяет максимальный поток в сети (рис.2) между узлами 1 и 4 при введенном ограничении на время доставки данных.

Электротехническая интерпретация - не единственное свидетельство эффективного использования тензорных методов расчета сетей различной физической природы. На этом примере произведена наглядная демонстрация преимуществ тензорной методологии исследования ТКС как сложных систем. Использование наряду с функциональным описанием системы, представленным ее уравнением поведения, также графо-топологического портрета позволило отказаться от прямолинейности в расчетах основных параметров сети связи. Переход от представления системы, данного в непосредственном наблюдении, к другому (более предпочтительному в рамках выбранных критериев) аспекту рассмотрения, трактуя такой переход как смену координатных систем, возможен только за счет целостного (многоаспектного) описания систем телекоммуникаций с использованием тензорных методов анализа и синтеза. Тензорная методология позволяет объединить непрерывный анализ (уравнения) с дискретным (графы), создавая тем самым благоприятные условия для эффективного решения сложных задач системного исследования ТКС.

**Список литературы:** 1. *Петров А.Е.* Тензорная методология в теории систем. М: Радио и связь, 1985. 152 с. 2. *Крон Г.* Тензорный анализ сетей. М.: Сов. радио, 1978. 719 с. 3. *Крон Г.* Исследование сложных систем по частям – диакоптика. М.: Наука, 1972. 542 с. 4. *Победря Б.Е.* Лекции по тензорному анализу. М.: Из-во Московского ун-та, 1974. 206 с. 5. *Йенсен П., Барнес Д.* Потокоевое программирование. М.: Радио и связь, 1984. 392 с. 6. *Денис Дж.Б.* Математическое программирование и электрические цепи. М.: Из-во иностранной литературы, 1961. 215 с.