

ЛЕМЕШКО Олександр Віталійович

УДК 621.391

**ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ УПРАВЛІННЯ МЕРЕЖНИМИ
РЕСУРСАМИ З ВИКОРИСТАННЯМ ТЕНЗОРНИХ
МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЙНИХ СИСТЕМ**

05.12.02 – Телекомунікаційні системи та мережі

Автореферат

дисертації на здобуття наукового ступеня

доктора технічних наук

Харків – 2005

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана в Харківському університеті Повітряних сил Міністерства оборони України

Науковий консультант: доктор технічних наук, професор
ПОПОВСЬКИЙ Володимир Володимирович,
Харківський національний університет радіоелектроніки,
завідувач кафедрою телекомунікаційних систем

Офіційні опоненти: доктор технічних наук, професор
БОРЩ Валентин Іванович,
Одеська національна академія зв'язку ім. О.С. Попова,
завідувач кафедрою автоматичної комутації

доктор технічних наук, професор
ПОЛЯКОВ Петро Федорович,
Українська державна академія залізничного транспорту,
завідувач кафедрою транспортного зв'язку

доктор технічних наук, професор
РОМАНОВ Олександр Іванович,
Військовий інститут телекомунікацій та інформатизації Національного технічного університету України "Київський політехнічний інститут", начальник кафедри бойового застосування математичного та програмного забезпечення АСУ

Провідна установа: Український науково-дослідний інститут зв'язку, Державний департамент з питань зв'язку та інформатизації, м. Київ

Захист відбудеться «__» _____ 2005 року о __ годині на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 64.052.03 в Харківському національному університеті радіоелектроніки за адресою: 61166, м. Харків, пр. Леніна, 14.

З дисертацією можна ознайомитися у бібліотеці Харківського національного університету радіоелектроніки за адресою: 61166, м. Харків, пр. Леніна, 14.

Автореферат розісланий «__» _____ 2005 року.

Учений секретар спеціалізованої вченої ради
доктор технічних наук

В.М. Безрук

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

У відповідності до загальносвітових тенденцій розвитку систем телекомунікацій головним завданням галузі зв'язку України є створення мультисервісної мережі зв'язку, що відповідає постійно зростаючим вимогам користувачів до якості обслуговування. Його успішне рішення тісно пов'язане з необхідністю узагальнення вже накопиченого світового досвіду в сфері телекомунікацій і цілком залежить від ступеня технологічного впровадження передових принципів та методів передачі інформації. У свою чергу, надання послуг зв'язку гарантованої якості традиційно пов'язане з необхідністю вдосконалення систем мережного управління, у рамках яких значна увага приділяється процесам управління мережними ресурсами.

Актуальність теми. У теорії управління мережами зв'язку наукою накопичено значний теоретичний матеріал і практичний досвід, причому вагомий внесок у розвиток моделей і методів управління мережними ресурсами зробили вітчизняні й закордонні вчені, серед яких Kleinrock L., Gallager R., Ford L.R., Fulkerson D.R., Garcia-Luna-Aceves J. J., Vutukury S., Захаров Г.П., Вишневський В.М., Поповський В.В., Стеклов В.К., Лосев Ю.І., Борш В.І., Поляков П.Ф., Романов О.І., Димарський Я.С., Яновський Г.Г., Назаров О.М. та ін. Разом з тим з часом сама постановка загальної проблеми й окремих задач управління мережними ресурсами істотно змінюється через необхідність обліку ряду загальних одночасно діючих факторів, до числа яких у першу чергу варто віднести наступні:

- зростання різноманітності трафіків користувачів, обумовлене насамперед постійним збільшенням мультимедійної частки в загальному обсязі абонентського навантаження;
- підвищення та розширення переліку вимог до якості обслуговування – *QoS (Quality of Service)*, що здебільшого проявляється в необхідності підтримки диференціації послуг зв'язку одночасно за декількома показниками якості (швидкість передачі, середня затримка доставки пакетів, джитер, імовірність правильної або своєчасної доставки пакета й ін.);
- підвищення вимог до ефективності використання окремих мережних ресурсів і телекомунікаційної системи в цілому.

Спроби комплексного обліку вищевикладених тенденцій, як показує практика, супроводжуються появою новітніх концепцій активних мереж (*Active Network, AN*), інжинірингу трафіку (*Traffic Engineering, TE*), *QoS-based Routing, Load-Balance Routing* та ін., що визначають загальні вимоги й підходи до розв'язання проблеми управління мережними ресурсами в сучасних мультисервісних ТКС. Важливо відзначити, що в рамках цих концепцій пропонується динамічне відстеження стану системи, розширення переліку врахованих при управлінні мережних параметрів і показників якості обслуговування, реалізація багатошляхової стратегії маршрутизації та ін. Як правило, це не тільки виходить за рамки існуючих мережних технологій і протокольних рішень, але й припускає перегляд існуючих моделей, методів і самої теорії управління мережними ресурсами у бік підвищення рівня їх інформативності, функціональності й системності в цілому. У зв'язку з цим виникає наступна важлива наукова проблема, що полягає в розробці теоретичних основ управління мережними ресурсами для забезпечення їхнього збалансованого завантаження й гарантованої якості обслуговування різноманітних трафіків користувачів у мультисервісних ТКС.

Ключовим етапом успішного вирішення поставленої наукової проблеми, пов'язаного з підведенням належної теоретичної основи під існуючі та новітні мережні концепції й технології, є етап математичного моделювання, націлений на створення ефективного інструментарію адекватного опису ТКС з системних позицій. На сучасному рівні розвитку засобів математичної формалізації спостерігається закономірна тенденція до значного ускладнення й одночасного розширення спектру моделей, які використовуються при аналізі тих або інших властивостей і характеристик ТКС та здатні з різним ступенем детальності описати той чи інший аспект структурної або функціональної побудови системи.

Однак погоджене рішення всього комплексу управлінських завдань можна забезпечити лише маючи у розпорядженні цілісний, тобто багатоаспектний опис системи, який здатний адекватно формалізувати процеси управління мережними ресурсами у рамках заданих вимог. Як показав проведений аналіз, на роль ефективного засобу цілісного опису складних систем різної фізичної природи обґрунтовано претендує апарат тензорного аналізу мереж, основи якого розроблені американським ученим Г. Кроном шляхом розвитку класичного тензорного числення на випадок дискретних просторів, представлених симпліціальними моделями. До теперішнього часу спроби тензорного опису ТКС носили епізодичний характер і обмежувалися рішенням часткових завдань щодо розрахунку надійності й пропускної здатності мережі, оцінки сигнально-завадової обстановки. У цьому зв'язку тематика дисертації, що присвячена розробці теоретичних основ управління мережними ресурсами з використанням тензорних математичних моделей телекомунікаційних систем, є актуальною.

Зв'язок роботи з науковими програмами й темами. Дисертаційна робота виконана у відповідності із «Національною програмою інформатизації України», «Концепцією розвитку зв'язку України до 2010 року», «Концепцією конвергенції телефонних мереж і мереж з пакетною комутацією в Україні» і є подальшим розвитком науково-дослідних робіт (НДР) "Трал" та "Релікт", що проводилися у Харківському університеті Повітряних сил (ХУ ПС).

Результати роботи були реалізовані в ході виконання шести НДР – «Розробка підсистеми збору й обробки радіолокаційної інформації для Військово-Повітряних сил» (шифр "Кара-Даг", ХУ ПС), «Розробка методики дослідження ефективності структур телекомунікаційних систем регіону та оптимізації розміщення об'єктів зв'язку» (шифр "Степлер"), «Теоретичні дослідження режиму групового використання частотних каналів в мережах рухомого стільникового зв'язку стандартів GSM-900/1800» (шифр "Смуга-ХДРНТЦ"), «Розробка концепції обробки, аналізу та передачі даних в ІАС НКАУ» (шифр «Моніторинг-С»), «Дослідження умов та можливостей експлуатації базових станцій рухомого стільникового зв'язку стандартів GSM/DCS з використанням груп каналів (смуг радіочастот)» (Шифр «Смуга-П»), НДР №129-1 "Розробка технології побудови активних телекомунікаційних мереж, методології їх аналізу та синтезу для забезпечення розподілених інформаційно-обчислювальних систем" (ДР № 0101U005126), яка виконувалася в Харківському національному університеті радіоелектроніки (ХНУРЕ), а також у навчальному процесі ХУ ПС і ХНУРЕ.

Мета роботи – підвищення продуктивності мультисервісних ТКС за рахунок забезпечення ефективного управління їх мережними ресурсами.

Для розробки теоретичних основ управління мережними ресурсами з використанням тензорних моделей ТКС у дисертаційній роботі вирішувалися наступні завдання дослідження:

- обґрунтування емпіричних передумов щодо необхідності вдосконалення математичних моделей ТКС шляхом аналізу сучасного стану мережних концепцій, технологій і протокольних рішень, а також перспектив їхнього вдосконалення й напрямків розвитку;
- категоріально-тензорний опис ТКС як складної технічної системи у відповідності з вимогами принципів і постулатів системотехніки;
- визначення понятійного апарату моделювання телекомунікаційних систем у рамках симпліціальних і тензорних формалізмів;
- розробка симпліціальних моделей аналізу основних структурних характеристик ТКС – зв'язності, складності й структурної неоднорідності;
- розробка системи тензорних моделей та методів розрахунку основних параметрів ТКС, що використовуються при розв'язанні задач забезпечення QoS одночасно за декількома ймовірісно-часовими показниками, а також задач маршрутизації, розподілення мережних ресурсів, пріоритетного обслуговування та фрагментації (дефрагментації) пакетів;
- оцінка адекватності й ефективності тензорних моделей управління мережними ресурсами з розробкою науково-практичних рекомендацій щодо їх практичної реалізації в сучасних і перспективних мультисервісних телекомунікаційних системах.

Об'єктом дослідження є процеси управління мережними ресурсами в мультисервісних телекомунікаційних системах.

Предметом дослідження є моделі та методи управління мережними ресурсами в мультисервісних ТКС.

Методи дослідження. Для обґрунтування вимог до системного опису ТКС були застосовані принципи й постулати системотехніки. Для забезпечення цілісного подання ТКС як складної системи були використані можливості теорії категорій. При розробці тензорних моделей телекомунікаційних систем було використано елементи комбінаторної топології, теорію масового обслуговування, математичний апарат тензорного числення й аналізу, а також оптимізаційні методи дослідження операцій.

Наукова новизна отриманих результатів.

Головним новим науковим результатом дисертаційної роботи є розвиток теорії управління мережними ресурсами, що ґрунтується на використанні тензорних моделей ТКС. Запропоновані теоретичні основи містять у собі вихідні емпіричні дані, понятійний апарат теорії, її базові тензорні моделі й тензорні методи розв'язання основних задач управління мережними ресурсами. У межах головного результату отримані наступні наукові результати:

1. Отримало подальший розвиток подання моделі ТКС у вигляді математичної категорії. Новизна полягає в тензорній інтерпретації категоріального подання телекомунікаційної системи, у рамках якого тензорні оператори дозволили конкретизувати й забезпечити прикладну направленість категоріальним засобам обліку системотехнічних вимог до математичного опису ТКС як складної системи.

2. На додаток до існуючих розроблено і запропоновано до практичного використання новий тип моделей ортогональних мереж, що використовуються при топологічному описі

ТКС одновимірними симпліціальними комплексами. Новизна моделі полягає в тому, що структура системи подається у вигляді ортогональної мережі розімкннутих шляхів і внутрішніх вузлових пар ($\gamma\epsilon$ -мережі), що дозволило визначити додатковий тип систем координат подання тензорних моделей ТКС при геометризаци її структури з розширенням спектра розв'язуваних за їхньою допомогою мережних задач.

3. Одержала подальший розвиток топологічна модель ТКС, представлена багатовимірним симпліціальним комплексом. Новизна моделі полягає,

по-перше, у введенні групового і розширеного структурних векторів, що дозволило при аналізі зв'язності ТКС в рамках симпліціального опису забезпечити більш повний облік особливостей структурної побудови підсистем (симплексів), що утворюють систему в цілому (симпліціальний комплекс);

по-друге, у введенні показника структурної складності телекомунікаційної системи, сформульованого на підставі її симпліціального подання, який задовольняє переліку аксіом структурної складності, що дозволило одержати більш загальну міру порівняння складності структурної побудови ТКС;

по-третьє, у використанні симпліціального розкладання при аналізі структурної неоднорідності ТКС за інформаційним показником, що на відміну від відомих розкладань у рамках графових моделей дозволило одержати більш адекватні оцінки ступеня неоднорідності структури системи.

4. У рамках симпліціального опису ТКС одновимірними однопродуктовими двополюсними мережами (ОДМ) уперше запропоновані ймовірно-часові тензорні моделі багатошляхової доставки одиночних пакетів. Новизна моделей полягає в тензорному поданні телекомунікаційної системи неортогональною мережею або ортогональною мережею з однотипним збудженням, що дозволило на відміну від раніше відомих рішень, *по-перше*, надати адаптивний характер процедурам фрагментації (дефрагментації) пакетів у вузлах мережі й зорієнтувати їх на забезпечення заданих значень показників якості зв'язку – середньої затримки або ймовірності правильної доставки, *по-друге*, реалізувати багатошляховий безпечельний спосіб доставки фрагментів переданого пакета з контролем показників QoS уздовж кожного з розрахованих шляхів, *по-третьє*, забезпечити аналітичне розв'язання задач розрахунку

максимальної довжини пакета, що може бути переданий між заданою парою вузлів мережі за необхідний час або з необхідною ймовірністю правильної доставки;

мінімальної затримки або максимальної ймовірності правильної доставки пакета відомої довжини між заданою парою вузлів мережі з використанням у вузлах мережі процедур адаптивної фрагментації (дефрагментації) пакетів.

Крім того, при тензорному поданні ТКС одновимірною ортогональною мережею базисних контурів і вузлових пар ($\pi\eta$ -мережею) на відміну від опису телекомунікаційної системи неортогональними мережами забезпечувалося розв'язання зазначених задач у рамках єдиного тензорного подання з відмовою від використання множини різнотипних мереж (контурних і вузлових). У свою чергу, тензорні моделі ТКС, представлених неортогональними мережами, дозволили забезпечити меншу обчислювальну складність розв'язання зазначених

задач у порівнянні з тензорними моделями, що ґрунтуються на використанні ортогональних мереж з однотипним збудженням.

5. У рамках симпліціального опису телекомунікаційної системи в евклідовому просторі одновимірною ортогональною ОДМ уперше запропонована ймовірнісно-часова тензорна модель ТКС із потоковим характером трафіка, новизна якої полягає, *по-перше*, у тензорному представленні ТКС одновимірною ортогональною мережею базисних контурів і вузлових пар ($\pi\eta$ -мережею) і, *по-друге*, у використанні комбінованого збудження мережі як коваріантними, так і контраваріантними змінними, що дозволило на відміну від відомих рішень формалізувати задачу багатошляхової маршрутизації з адаптивною фрагментацією (дефрагментацією) пакетів у вузлах мережі та забезпеченням якості обслуговування одночасно за швидкісними та ймовірнісно-часовими показниками (швидкість передачі, середня часова затримка та ймовірність правильної доставки пакетів).

6. Тензорні моделі ТКС, представлені в евклідовому просторі ортогональними ОДМ, одержали подальший розвиток шляхом їхнього подання у рімановому просторі, що дозволило на відміну від відомих рішень сформулювати в аналітичному вигляді умови забезпечення гарантованої якості обслуговування одночасно за швидкісними та ймовірнісно-часовими показниками (швидкість передачі, середня затримка пакета, джитер, ймовірність своєчасної доставки пакетів) з реалізацією багатошляхової стратегії маршрутизації як із попереднім розрахунком шляхів (при тензорному описі ТКС ортогональною $\gamma\epsilon$ -мережею), так і без попереднього розрахунку шляхів (при тензорному описі ТКС ортогональною $\pi\eta$ -мережею).

7. Тензорні моделі ТКС, представлені однопродуктовими двополюсними мережами, одержали подальший розвиток у бік моделювання багатопродуктових багатопольсних мереж (ББМ). Новизна подібних моделей полягає в математичному поданні телекомунікаційної системи геометричним об'єктом змішаного виміру – мультитензором, що дозволило на відміну від відомих рішень одержати в аналітичному вигляді умови забезпечення кожному з множини циркулюючих у ТКС трафіків необхідного рівня якості обслуговування одночасно за швидкісними і ймовірнісно-часовими показниками шляхом розподілу між ними доступних каналних і буферних ресурсів з реалізацією багатошляхової стратегії маршрутизації.

Практична значимість отриманих результатів полягає у можливості їх безпосереднього використання у сучасних та перспективних транспортних технологіях (*IP, ATM, MPLS, GMPLS*) мереж наступного покоління як основи протоколів маршрутизації, забезпечення *QoS*, розподілу та резервування мережних ресурсів, механізмів пріоритетного обслуговування й адаптивної фрагментації (дефрагментації) пакетів у вузлах мережі відповідно до вимог концепцій *Active Network, Traffic Engineering, QoS-based Routing*.

Особистий внесок здобувача. Всі основні наукові результати, висвітлені в дисертаційній роботі, здобувач одержав самостійно. Крім того, у статті [46] автором у рамках динамічної моделі ТКС запропонована методика одержання обмежень на змінні стану та маршрутні змінні, виконання яких гарантує задані значення часової затримки пакетів; у статті [37] автором здійснена постановка задачі управління мережними ресурсами на етапі доступу, а також обґрунтовано метод розв'язання виникаючої оптимізаційної задачі; у статті [26] авто-

ром сформульовано вимоги до математичного опису ТКС із погляду на вирішення завдань мережного рівня еталонної моделі взаємодії відкритих систем (EMBBC); у статті [24] автором запропонована тензорна модель дейтаграмних мереж пакетної комутації з розробкою процедури виключення надлишкових шляхів у вирішенні завдань багатошляхової маршрутизації; у статті [3] автором запропоновані тензорні діакоптичні методи розв'язання задач електромагнітної сумісності для угруповання засобів зв'язку; у статті [5] автором обґрунтовано застосування концепції інтелектуальних мереж у системах мережного управління військового призначення; у статті [36] автором обґрунтовано та здійснено постановку оптимізаційної задачі щодо забезпечення гарантованої якості зв'язку при розв'язанні задач мережного рівня EMBBC; у статті [7] автором проведено аналіз існуючих засобів забезпечення *QoS* у мережах з пакетною комутацією, а також запропоновано метод розв'язання виникаючої оптимізаційної задачі; у статті [1] автором обґрунтований вибір марківської моделі агрегованого трафіка при розв'язанні маршрутних задач у ТКС; у статті [49] автором обґрунтована доцільність реалізації стратегії управління розімкненого типу при розв'язанні задач управління доступом у рамках динамічної моделі ТКС; у статті [2] автором запропоновано підхід до симпліціального моделювання структури ТКС та аналізу зв'язності її елементів; у статті [33] автором у рамках симпліціальної моделі ТКС сформульовано аксіоми та показник структурної складності, а також проведено аналіз структурної складності ТКС різної структурної конфігурації; у статті [10] автором запропоновано підхід до тензорного моделювання ТКС в рамках одновимірних контурних мереж з розв'язанням задачі щодо розрахунку максимальної довжини пакета, переданого в мережі за заданий час.

Апробація основних положень дисертаційної роботи проводилася в ході 25 доповідей на 23 наукових і науково-практичних конференціях галузевого, державного й міжнародного рівнів, у тому числі на Науковій конференції «Інформаційні технології Військово-Повітряних сил у XXI сторіччі» (Харків, Харківський інститут Військово-Повітряних сил, 2001); міжнародних молодіжних форумах "Радиоэлектроника и молодежь в XXI веке" (Харків, ХНУРЕ, 2002, 2003); міжнародних конференціях "Теория и техника передачи, приема и обработки информации" (Харків, ХНУРЕ, 2001-2004); Науково-практичній конференції „Розвиток сучасних послуг зв'язку через інтелектуальні платформи” (Київ, Укртелеком, 2001); 5-й Міжнародній конференції „Еволюція транспортних мереж телекомунікацій. Проблеми побудови, розвитку та управління” (Ялта, Український науково-дослідний інститут зв'язку, 2002); Міжнародному радіоелектронному форумі «Прикладная радиоэлектроника. Состояние и перспективы развития» – МРФ-2002 (Харків, Академія наук прикладної радіоелектроніки, 2002); Міжнародних науково-практичних конференціях «Проблеми управління мережами та послугами телекомунікацій в умовах конкурентного ринку» (Ялта, Український науково-дослідний інститут зв'язку, 2002, 2003); 4-й Міжнародній науково-технічній конференції «Электроника и информатика – 2002» (Москва, Московський інститут електронної техніки, 2002); 5-й Міжнародній науково-технічній конференції „АВИА-2003” (Київ, Національний авіаційний університет, 2003); Міжнародній науково-технічній конференції "Радиосвязь, телевидение и радиовещание – вчера, сегодня, завтра" (РТР-2003) (Одеса, Український науково-дослідний інститут радіо і телебачення, 2003); 5-й Міжнародній науково-практичній кон-

ференції „Системний аналіз та інформаційні технології” (Київ, Національний технічний університет України „Київський політехнічний інститут”, 2003); Військово-науковій конференції „Програмно-цільові методи планування розвитку та управління функціонуванням складних ергатичних систем” (Харків, Науковий центр бойового застосування Військово-Повітряних сил, 2003); міжнародних науково-практичних конференціях «Системы и средства передачи и обработки информации» (Одеса, Академія зв'язку України, ОНАЗ, 2003, 2004); Міжнародній науково-технічній конференції "Інформаційні технології в авіації (ІТА – 2003)" (Харків, Харківський інститут Військово-Повітряних сил, 2003); International Conference «Modern Problems of Radio Engineering, Telecommunications and Computer Science» TCSET'2004 (Lviv-Slavsko, 2004); Міжнародній конференції «Континуальные алгебраические логики, исчисления и нейроинформатика в науке и технике» (КЛИН-2004) (Ульяновськ, Ульяновський державний технічний університет, 2004).

Публікації. Основні результати дисертаційної роботи опубліковано в 50 наукових працях, з яких 23 виконані без співавторства. Серед праць 33 статті в наукових журналах і збірниках наукових праць, з яких 27 надруковані у фахових виданнях, затверджених ВАК України, одна стаття – у фаховому виданні Російської Федерації, а також 17 матеріалів і тез доповідей на науково-технічних конференціях.

Структура та обсяг дисертації. Дисертація складається із вступу, семи розділів і п'яти додатків. Загальний обсяг роботи становить 347 сторінок, у тому числі 283 сторінки основного тексту, 31 малюнок, 11 таблиць і 5 додатків усього на 64 сторінках. Список використаних джерел містить 302 найменування, викладених на 24 сторінках.

ЗМІСТ РОБОТИ

У **вступі** розкрито зміст та стан проблеми, обґрунтовується актуальність теми дослідження, зазначається зв'язок роботи з науковими програмами і темами, формулюються мета та завдання дослідження, визначаються об'єкт, предмет та методи дослідження, формулюється наукова новизна та практичне значення отриманих результатів.

У **першому розділі** проведено аналіз сучасного стану, тенденцій розвитку ТКС та основних вимог до них. Визначено роль та проведено змістовний огляд основних телекомунікаційних технологій, концепцій і протокольних рішень щодо управління мережними ресурсами. Огляд існуючих засобів управління мережними ресурсами показав, що більшість рішень у цій області ґрунтується переважно на евристичних схемах, найпростіших комбінаторних або потокових моделях ТКС, які здебільшого не відповідають вимогам системного характеру. Використання подібних моделей при формалізації системних за своєю суттю задач маршрутизації, розподілу каналних і буферних ресурсів часто призводить до прийняття неадекватних рішень щодо використання мережних потужностей, що врешті-решт суттєво знижує показники продуктивності і якості обслуговування. Крім того, виконано аналіз теоретичних досліджень в області управління мережними ресурсами в мультисервісних ТКС. За результатами аналізу зроблено висновок про обмеженість існуючих математичних моделей ТКС в умовах комплексних вимог новітніх мережних концепцій, наприклад *Active Network*, *Traffic Engineering*, *QoS-based Routing* і *Load-Balance Routing*, особливо щодо якості обслуго-

вування різнорідних трафіків користувачів та забезпечення збалансованого завантаження мережі. Виділено проблемні місця й напрямки подальших насамперед системно-орієнтованих досліджень у цій області.

У **другому розділі** зазначено, що в процесі дослідження ТКС має розглядатися як складна система, якій притаманні чітко виражені системні властивості, тобто властивості, яких не має жоден з її елементів. На підставі аналізу системотехнічних принципів і постулатів сформульовано перелік вимог, відповідно до яких має бути організований процес математичного моделювання ТКС як складної організаційно-технічної системи. По-перше, у рамках *постулату цілісності* принципу фізичності пропонується організовувати процес математичного опису ТКС як цілісного об'єкта, що допускає залежно від постановки задачі й прийнятого аспекту розгляду різні варіанти декомпозиції на елементи, а при дослідженні елементів системи неприпустима втрата цілісних (системних) понять. По-друге, *постулат автономності* націлює на застосуванні теоретико-групових методів до створення як фундаментальних, так і прикладних теорій, що ґрунтуються на геометризації представлення складних систем із введенням адекватних метрик, тобто залежно від особливостей розв'язуваної проблеми або задачі ТКС може розглядатися в адекватному їй геометричному просторі з певним типом метрики. По-третє, з погляду *постулату цілісності* розмаїтість декомпозицій сприяє виявленню (збереженню) системних властивостей, а в рамках *постулату автономності* та *принципу моделювання* телекомунікаційна система в загальному випадку може бути представлена кінцевою множиною моделей в адекватній метриці, кожна з яких характеризує певну сторону (аспект) ТКС. По-четверте, *постулат додатковості* орієнтує на те, що складні системи, знаходячись у різних умовах, можуть проявляти різні системні властивості, у т.ч. альтернативні, а в ряді випадків навіть суперечливі, тобто залежно від мети дослідження модель ТКС має забезпечити процес аналізу (синтезу) з урахуванням умов розгляду системи.

Зазначено, що врахування зазначених системотехнічних вимог накладає істотний відбиток на зміст теоретичних основ управління мережними ресурсами в ТКС, припускаючи розширення змісту їх основних складових – понятійного апарата, базових моделей та ін. Для визначення основних напрямків задоволення сформульованих вимог щодо принципів моделювання ТКС використано можливість теорії категорій, за допомогою якої вдалося забезпечити багатоаспектний опис системи в залежності від рівня абстрагування на одному із трьох рівнів: спостережуваних множин, базових моделей та каркасів. Властивості системи, які зазвичай формулювалися через її внутрішню структуру, у рамках теорії категорії досить ефективно виражалися через властивості її відображень в однотипні з нею системи. Зсув акценту з вивчення внутрішньої структури системи на аналіз її зовнішніх зв'язків є характерною рисою реалізації можливостей теорії категорій при дослідженні системних об'єктів.

Для визначення основних підходів щодо прикладної реалізації досить загальних за своїм змістом ідей і принципів, закладених у категоріальний підхід, здійснено тензорну інтерпретацію категоріального опису ТКС, яка ґрунтувалася на подвійності понять категорія й тензор, об'єкт категорії і проекція тензора в одній із систем координат, декомпозиція й система координат, модель (підмодель) і простір (підпростір), морфізми (моделі стану каркасу) і матриці координатного перетворення. Математичний апарат тензорного аналізу мереж, роз-

роблений американським ученим Г. Кроном, припускає координатний опис систем і узагальнює ідеї тензорного числення на випадок дискретних просторів-структур. Його розробки в області тензорного аналізу базуються на використанні інваріантних величин – тензорів, які, у свою чергу, подібно каркасу зв'язують перетворення структури складних систем.

В рамках тензорного аналізу мереж було забезпечено можливість спільного дослідження структури ТКС і процесів інформаційного обміну, що протікають у ній. На практиці в рамках координатного опису ТКС складність розв'язання основних задач щодо управління мережними ресурсами може бути значно знижена за рахунок вдалого вибору систем координат подання моделі системи, у рамках яких вдалося б одержати якомога повнішу інформацію про особливості розв'язуваної задачі. Оскільки при тензорному моделюванні ТКС забезпечується взаємодоповнення можливостей дифференціальної геометрії та комбінаторної топології, то як додаткове джерело інформації при виборі шуканої системи координат (СК) залучено топологічний опис ТКС, представлений у вигляді p -мереж, яким відповідають симпліціальні моделі розмірності p . Категоріально-тензорне представлення визначило основні напрямки подальшої розробки математичних моделей ТКС, що ґрунтуються на координатному описі системи і визначають необхідність геометризації її структури з адекватним введенням понять простору, метрики та систем координат.

У **третьому розділі** здійснено топологічний опис ТКС шляхом представлення її структури одновимірним симпліціальним комплексом – одновимірною мережею $S = (U, V)$, де множина $U = \{u_i, i = \overline{1, m}\}$ нульвимірних симплексів моделює вузли мережі, а множина $V = \{v_j, j = \overline{1, n}\}$ одновимірних симплексів – гілки мережі (рис.1).

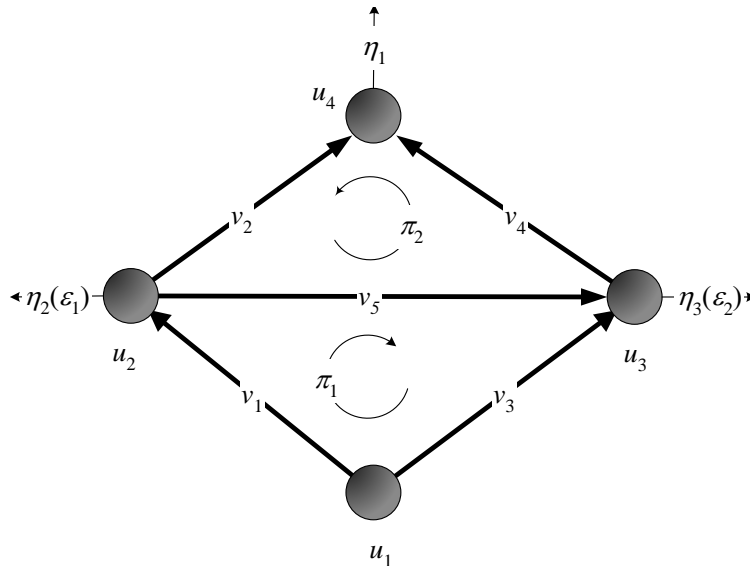


Рис. 1. Приклад одновимірної мережі

Адаптовано понятійний апарат тензорного аналізу мереж щодо систем телекомунікацій шляхом введення базових мережних термінів і понять: вузол, гілка, шлях, остов, контур (π), вузлова пара (η), внутрішня вузлова пара (ε), розімкнутий шлях (γ) та ін., визначено їх взаємозв'язок для мереж різної конфігурації. Введено алгебру шляхів у мережі на підставі операції алгебраїчного підсумовування.

З метою подальшого тензорного опису ТКС здійснена геометризація її топологічної моделі за рахунок введення понять простору, систем координат і координатних осей. Структура мережі визначила векторний n -вимірний дискретний простір, розмірність якого відповідає числу гілок у мережі. У рамках обраного простору виділено два типи пар ортогональних підпросторів: підпростір контурів і вузлових пар, а також підпростір розімкнутих шляхів і внутрішніх вузлових пар. Як системи координат уведених на гілках мережі дискретних просторів (підпросторів) виступали множини відповідних базисних шляхів (контурів, розімкнутих шляхів та вузлових пар). Самі ж базисні шляхи визначали в цих СК координатні осі. У рамках уведеної алгебри шляхів визначені правила координатного перетворення як у рамках одного простору (підпростору), так і між системами координат різних просторів (підпросторів). Ці правила формалізовані у вигляді відповідних матриць координатного перетворення, які для першого випадку мають вигляд квадратної невідродженої матриці $(C_{\pi\eta}^v, A_v^{\pi\gamma}$ і $C_{\gamma\varepsilon}^v, A_v^{\gamma\varepsilon})$, а для другого – прямокутної матриці $(B_\pi, B_\eta$ і B_ε і $B_\gamma)$. Встановлено, що ортогональність введених просторів (підпросторів) визначалась виконанням наступних умов:

$$B_\pi B_\eta^t = 0, \quad B_\gamma B_\varepsilon^t = 0, \quad A_v^{\pi\eta} [C_{\pi\eta}^v]^t = I, \quad A_v^{\gamma\varepsilon} [C_{\gamma\varepsilon}^v]^t = I,$$

де I – одинична $n \times n$ матриця.

Здійснено топологічний опис ТКС з використанням багатовимірних симпліціальних комплексів для аналізу її зв'язності, структурної складності та структурної неоднорідності. Для аналізу зв'язності ТКС було використано математичний апарат q -аналізу, в рамках якого основною характеристикою зв'язності є перший структурний вектор

$$Q = [Q_S, \dots, Q_q, \dots, Q_1, Q_0], \quad (1)$$

що відображає структуру симпліціального комплексу в цілому. Компоненти першого структурного вектора фіксують наявність Q_q q -незв'язних між собою груп симплексів у комплексі, при цьому зв'язність симплексів усередині подібних груп визначається індексом q . Оскільки перший структурний вектор (1) якісно враховує характер структур підсистем (симплексів), апарат q -аналізу було доповнено такими важливими поняттями як розширений структурний вектор і груповий структурний вектор, відповідно

$$D = [d^S, \dots, d^q, \dots, d^1, d^0] \quad \text{та} \quad d^q = [l_1^q, l_2^q, \dots, l_j^q, \dots, l_{Q_q}^q], \quad (2)$$

де груповий структурний вектор d^q визначає склад q -зв'язних груп симплексів розмірності Q_q , а l_j – кількість симплексів, що входять до складу j -ї групи симплексів.

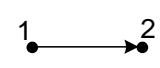

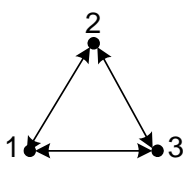
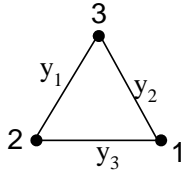
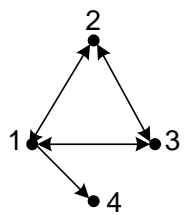
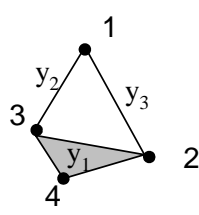
Введення групового та розширеного структурних векторів дозволило детальніше піти до процесів q -аналізу зв'язності ТКС та забезпечити більш повний облік особливостей структурної побудови підсистем (симплексів), що утворюють систему в цілому (симпліціальний комплекс). Шляхом узагальнення аксіом складності структурної побудови систем сформульовано показник структурної складності ТКС як функції компонент векторів (2)

$$h(K_S) = \sum_{i=0}^S \frac{\sum_{j=1}^{Q_i} l_j^i}{Q_i}.$$

На розрахункових прикладах (табл.1) продемонстровано адекватність запропонованої моделі аналізу структурної складності в рамках сформульованого показника, що підтверджувалося відповідністю наведеним у роботі аксіомам складності.

Таблиця 1

Приклади розрахунку структурних векторів і показників структурної складності для різних моделей ТКС, представлених у вигляді графів і симпліціальних комплексів

Графова модель	Матриця суміжності	Симпліціальне представлення	Структурні вектори	Показник складності
	$\begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}$		$Q(K_1) = [1]; d^0 = [1]$	$h(K_1) = 1$
	$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}$		$Q(K_2) = [3,1];$ $d^0 = [3]; d^1 = [1,1,1]$	$h(K_2) = 4$
	$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$		$Q(K_3) = [1,3,1];$ $d^0 = [4]; d^1 = [1,1,1];$ $d^2 = [1]$	$h(K_3) = 6$

Запропонований математичний апарат аналізу структурної складності, що базується на дослідженні алгебраїчної зв'язності, рекомендується використати при розв'язанні задач порівняльного аналізу різних структур ТКС, а також при одержанні систематичної процедури для декомпозиції системи на підсистеми або об'єднання цих підсистем у єдине ціле. Крім того, через структурну оцінку системної складності можна висвітлити аспект динамічної (функціональної) складності телекомунікаційної системи.

Моделювання ТКС симпліціальними комплексами також відкрило нові можливості щодо аналізу структурної неоднорідності системи. Застосування симпліціального розкладання дозволило розвинути підхід, що ґрунтується на оцінці структурної неоднорідності за інформаційним показником. Якщо K – симпліціальний комплекс, заданий множиною симплексів $\{y_i\}_{i=1}^m$, то цю множину можна розглядати як повну групу несумісних подій, визначаючи частоту (імовірність) кожної події за формулою $p_i = m_i/m$ ($i = \overline{1,k}$), де k – число класів симплексів у комплексі. Ентропію такої системи, пов'язану з вихідним комплексом, можна розглядати як міру складності щодо даного розкладання на окремі симплекси. Тоді імовірнісна схема для повної групи подій p_K та кількість структурної інформації $I(K)$ визначаються у такий спосіб:

$$p_K = \begin{bmatrix} n_1 & n_2 & \dots & n_k \\ p_1 & p_2 & \dots & p_k \end{bmatrix}, \quad I(K) = -\sum_{i=1}^k p_i \log_2 p_i.$$

Кількість структурної інформації $I(K)$ визначається як міра структурної неоднорідності. Тобто чим одноманітніше структура, тим менше особливостей у зв'язках її елементів, тим менше структурної інформації в ній закладено. Результати порівняльного аналізу структурної неоднорідності ТКС за інформаційним показником з використанням симпліціального розкладання (СР), хроматичного розкладання (ХР) та розкладання орбіт (РО) групи автоморфізмів графа підтвердили адекватність отриманих оцінок і переваги симпліціального розкладання, що на відміну від інших порівнюваних розкладань не завищувало оцінюваний показник (табл.2), наприклад для регулярних за своїм характером структур №4 та №5.

Таблиця 2

**Приклад розрахунку показників структурної неоднорідності ТКС,
структури яких представлені графовими (L) та симпліціальними (K) моделями**

№ з/п	Граф	p_L при ХР	Комплекс	p_K при СР	$I(L)$ и $I(K)$		
					ХР	СР	РО
1		$\begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 1/2 & 1/2 \end{bmatrix}$		$\begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 1/2 & 1/2 \end{bmatrix}$	1	1	1
2		$\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 1/4 & 3/4 \end{bmatrix}$		$\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 1/4 & 3/4 \end{bmatrix}$	0.81	0.81	1.19
3		$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1/4 & 1/2 & 1/4 \end{bmatrix}$		$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1/4 & 1/2 & 1/4 \end{bmatrix}$	1.5	1.5	1.5
4		$\begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 1/2 & 1/2 \end{bmatrix}$		$\begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix}$	1	0	0
5		$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1/4 & 1/4 & 1/4 & 1/4 \end{bmatrix}$		$\begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix}$	2	0	0

У четвертому розділі з метою подальшого тензорного узагальнення введено до розгляду на рівні постулату першого узагальнення Г. Крона математичні моделі елементів ТКС у вигляді аналітичних виразів для оцінки ймовірнісно-часових показників QoS , які отримано за допомогою теорії масового обслуговування, експериментальним шляхом та ін.

Запропоновано тензорні моделі та методи розрахунку основних ймовірнісно-часових характеристик ТКС, представлених неортогональними однопродуктовими двополюсними

мережами. Подання обмежувалося контурною мережею (π -мережею) і вузловою мережею (η -мережею). Необхідна цілісність математичного опису телекомунікаційної системи досягалася за рахунок взаємопов'язаного розгляду тензорної моделі ТКС – двовалентного змішаного тензора одночасно в декількох координатних системах: гілок мережі, базисних контурів і базисних вузлових пар мережі. Неортогональний характер тензорних моделей ТКС виражався в різній розмірності аналізованих СК, що визначило прямокутну структуру матриць координатного перетворення B_π і B_η , які формалізували взаємозв'язок отриманих рішень.

В основу ймовірно-часових тензорних моделей ТКС, що представлені π -мережами, покладено тензорні рівняння

$$T = R H, \quad (3) \quad P = Y H, \quad (4)$$

де T – коваріантний тензор затримок передачі пакетів, H – контраваріантний тензор довжин пакетів у базисних шляхах мережі, P – коваріантний тензор представлених у логарифмічній формі ймовірностей правильної доставки пакетів, R – двічі коваріантний тензор відносних затримок пакетів у базисних шляхах мережі, Y – двічі коваріантний тензор, проекція якого у СК гілок мережі $Y_v = \|y_{ij}^v\|$ – діагональна $n \times n$ матриця з елементами $y_{ii}^v = 8 \log_2(1 - p_{BER}^i)$, p_{BER}^i – ймовірність бітової помилки (BER – *Bit Error Rate*) в гілці v_i .

Рівняння (3) і (4) у СК гілок мережі та базисних контурів набудуть відповідно вигляду

$$T_v = R_v H_v, \quad P_v = Y_v H_v, \quad T_\pi = R_\pi H_\pi, \quad P_\pi = Y_\pi H_\pi.$$

Відповідно до категоріального подання тензорних моделей ТКС, що представлені π -мережами, вдалося забезпечити аналітичний розрахунок довжини пакета, який може бути переданий шляхом його фрагментації (дефрагментації) між заданою парою вузлів мережі за необхідний час (T_v^+) або із необхідною ймовірністю правильної доставки (P_v^+) за формулою

$$H_v = B_\pi^t [B_\pi R_v B_\pi^t]^{-1} B_\pi T_v^+ \quad \text{або} \quad H_v = B_\pi^t [B_\pi Y_v B_\pi^t]^{-1} B_\pi P_v^+.$$

При цьому координата вектора H_v , що відповідає обраному напрямку передачі, визначила шукану довжину пакета, який можна передати в мережі за необхідний час або із необхідною ймовірністю правильної доставки. Інші координати вектора H_v визначають порядок фрагментації (дефрагментації) пакета у вузлах мережі.

Ймовірно-часові тензорні моделі ТКС, представлені η -мережами, ґрунтуються на тензорних рівняннях

$$H = L T, \quad (5) \quad H = X P, \quad (6)$$

де L – двічі контраваріантний тензор пропускних здатностей базисних шляхів мережі,

X – двічі коваріантний тензор, проекція якого у СК гілок мережі $X_v = \|x_{ij}^v\|$ – діагональна $n \times n$ матриця з елементами $x_{ii}^v = 1/y_{ii}^v$.

Рівняння (5) і (6) у СК гілок мережі та СК базисних вузлових пар набудуть вигляду

$$H_v = L_v T_v, \quad (7) \quad H_v = X_v P_v, \quad (8) \quad H_\eta = L_\eta T_\eta, \quad (9) \quad H_\eta = X_\eta P_\eta. \quad (10)$$

Відповідно до категоріального подання тензорних моделей ТКС, представлених η -мережами, з використанням виразів (9) та (10) вдалося тензорним методом забезпечити аналітичний розрахунок мінімальної часової затримки або максимальної ймовірності правильної доставки пакетів відомої довжини (H_v^+) шляхом їхньої фрагментації (дефрагментації) між заданою парою вузлів мережі за формулами

$$T_v = B_\eta^t [B_\eta L_v B_\eta^t]^{-1} H_\eta \quad \text{та} \quad P_v = B_\eta^t [B_\eta X_v B_\eta^t]^{-1} H_\eta.$$

Координати вектора H_v регламентують порядок фрагментації (дефрагментації) пакета у вузлах мережі, а координати векторів T_v та P_v визначають відповідно мінімальний час і максимальну ймовірність правильної доставки пакета між заданою парою вузлів мережі.

У **п'ятому розділі** розроблено систему тензорних моделей і методів розрахунку основних ймовірнісно-часових характеристик ТКС, представлених в евклідовому просторі ортогональними однопродуктовими двополюсними $\pi\eta$ -мережами. Особливістю ортогональних мереж є їх універсальність, тому що процес збудження мережі носить комбінований характер, що дозволило розглядати π -мережі та η -мережі як окремих випадок прояву $\pi\eta$ -мереж.

При тензорному моделюванні ТКС $\pi\eta$ -мережею її структура розглядалася як множина базисних контурів і вузлових пар. *Часова тензорна модель ТКС, представлена в евклідовому просторі $\pi\eta$ -мережею*, ґрунтувалась на тензорному рівнянні (5). До розгляду приймалися дві системи координат – СК гілок мережі та СК базисних контурів та вузлових пар. Правила координатного перетворення були формалізовані за допомогою невироджених квадратних $n \times n$ матриць відповідно коваріантного $A_v^{\pi\eta}$ та контраваріантного $C_{\pi\eta}^v$ перетворень. Надалі індекси в цих матрицях, коли мова йтиме про $\pi\eta$ -мережі, будуть опущені.

З'ясовано, що взаємозв'язок проєкцій тензора довжин пакетів H в СК гілок мережі й СК базисних контурів і вузлових пар здійснюється відповідно до матриці контраваріантного перетворення, а взаємозв'язок проєкцій тензора часових затримок пакетів T здійснюється відповідно до матриці коваріантного перетворення, тобто

$$H_v = C H_{\pi\eta}, \quad (11) \quad T_v = A T_{\pi\eta}, \quad (12)$$

де $H_{\pi\eta}$, $T_{\pi\eta}$ – представлені у вигляді n -вимірних векторів проєкції тензорів H і T у СК базисних контурів та вузлових пар.

Відповідно до постулату другого узагальнення Г. Крона тензорне рівняння (18) у СК базисних контурів і вузлових пар набуває вигляду

$$H_{\pi\eta} = L_{\pi\eta} T_{\pi\eta}, \quad (13)$$

в якому проєкції двічі контраваріантного метричного тензора L при зміні координатної системи перетворюються в такий спосіб: $L_{\pi\eta} = A^t L_v A$.

Для розв'язання задачі щодо розрахунку мінімальної затримки пакета відомої довжини між заданою парою вузлів з урахуванням спеціальної форми складових рівняння (13)

$$H_{\pi\eta} = \begin{bmatrix} H_{\pi} \\ \text{---} \\ H_{\eta} \end{bmatrix}, T_{\pi\eta} = \begin{bmatrix} T_{\pi} \\ \text{---} \\ T_{\eta} \end{bmatrix}, \left\| \begin{array}{c|c} L_{\pi\eta}^{(1)} & L_{\pi\eta}^{(2)} \\ \text{---} & \text{---} \\ L_{\pi\eta}^{(3)} & L_{\pi\eta}^{(4)} \end{array} \right\| = L_{\pi\eta}$$

використано вирази

$$T_{\eta} = \left[L_{\pi\eta}^{(4)} \right]^{-1} H_{\eta} \text{ та } H_{\pi} = L_{\pi\eta}^{(2)} \left[L_{\pi\eta}^{(4)} \right]^{-1} H_{\eta},$$

в яких координати вектора T_{η} визначили шукану затримку пакета, координати вектора H_{η} задають довжину пакета, а забезпечення $T_{\pi} = 0$ гарантує відсутність контурів (петель) і мінімально однаковий час затримки фрагментів пакета уздовж кожного з розрахованих маршрутів доставки між заданою парою вузлів.

Для розв'язання задачі щодо розрахунку максимальної довжини пакета, переданого в мережі за заданий час, рівняння (13) було представлено у вигляді

$$\begin{bmatrix} H_{\pi+1} \\ \text{---} \\ H_{\eta-1} \end{bmatrix} = \left\| \begin{array}{c|c} L_{\pi\eta}^{(1)} & L_{\pi\eta}^{(2)} \\ \text{---} & \text{---} \\ L_{\pi\eta}^{(3)} & L_{\pi\eta}^{(4)} \end{array} \right\| \begin{bmatrix} T_{\pi+1} \\ \text{---} \\ T_{\eta-1} \end{bmatrix} \text{ при } H_{\pi+1} = \begin{bmatrix} H_{\pi} \\ \text{---} \\ h_{\eta}^1 \end{bmatrix}; H_{\eta-1} = \begin{bmatrix} h_{\eta}^2 \\ \vdots \\ h_{\eta}^p \\ \vdots \\ h_{\eta}^{\rho-1} \end{bmatrix}; T_{\pi+1} = \begin{bmatrix} T_{\pi} \\ \text{---} \\ \tau_1^{\eta} \end{bmatrix}; T_{\eta-1} = \begin{bmatrix} \tau_2^{\eta} \\ \vdots \\ \tau_p^{\eta} \\ \vdots \\ \tau_{\rho-1}^{\eta} \end{bmatrix}, (14)$$

де вектори $H_{\eta-1}$ і $T_{\pi+1}$ відомі, причому координати $H_{\eta-1}$ за визначенням дорівнюють нулю, оскільки визначають довжини пакетів, які надходять або убувають із мережі через її внутрішні вузли. Координата τ_1^{η} кількісно характеризує необхідну затримку передачі між заданою парою вузлів. Тоді з виразу (14) можна розрахувати вектор $H_{\pi+1}$, тобто

$$H_{\pi+1} = L_{\pi\eta}^{(1)} T_{\pi+1} + L_{\pi\eta}^{(2)} \left(\left[L_{\pi\eta}^{(4)} \right]^{-1} H_{\eta-1} - \left[L_{\pi\eta}^{(4)} \right]^{-1} L_{\pi\eta}^{(3)} T_{\pi+1} \right),$$

координата h_{η}^1 якого визначає максимальну довжину пакета, що може бути переданий між заданою парою вузлів мережі за час τ_1^{η} . Остаточне розв'язання задачі полягало у розрахунку вектора H_{ν} із виразу (11).

За основу імовірнісної тензорної моделі ТКС, представленої в евклідовому просторі $\pi\eta$ -мережею було прийнято тензорне рівняння (4). З'ясовано, що взаємозв'язок проєкцій тензора імовірностей правильної передачі пакетів P здійснюється відповідно до матриці коваріантного перетворення, тобто

$$P_{\nu} = A P_{\pi\eta},$$

де $P_{\pi\eta} = \begin{bmatrix} P_{\pi} \\ \text{---} \\ P_{\eta} \end{bmatrix}$ – представлена у вигляді n -вимірного вектора проєкція тензора P у системі

координат базисних контурів та вузлових пар.

Тензорне рівняння (4) у СК базисних контурів і вузлових пар набуває вигляду

$$P_{\pi\eta} = Y_{\pi\eta} H_{\pi\eta}, \quad (15)$$

в якому проекції двічі коваріантного метричного тензора Y при зміні координатної системи перетворюються в такий спосіб: $Y_{\pi\eta} = C^t Y_\nu C$.

Для розв'язання задачі щодо розрахунку максимальної ймовірності правильної доставки пакета відомої довжини між заданою парою вузлів мережі відповідно до рівняння (15) було отримано наступні формули:

$$H_\pi = - \left[Y_{\pi\eta}^{(1)} \right]^{-1} Y_{\pi\eta}^{(2)} H_\eta, \quad (16) \quad P_\eta = \left(Y_{\pi\eta}^{(4)} - Y_{\pi\eta}^{(3)} \left[Y_{\pi\eta}^{(1)} \right]^{-1} Y_{\pi\eta}^{(2)} \right) H_\eta \quad (17)$$

при

$$\begin{bmatrix} P_\pi \\ - \\ P_\eta \end{bmatrix} = P_{\pi\eta}, \quad \left\| \begin{array}{c|c} Y_{\pi\eta}^{(1)} & Y_{\pi\eta}^{(2)} \\ \hline Y_{\pi\eta}^{(3)} & Y_{\pi\eta}^{(4)} \end{array} \right\| = Y_{\pi\eta}.$$

Координати вектора H_η задають довжину пакета, вектор P_π дорівнює нулю, гарантуючи відсутність контурів (петель) і максимально однакову ймовірність правильної доставки фрагментів пакета уздовж кожного з розрахованих маршрутів між заданою парою вузлів. Координати вектора P_η (17) визначають максимальну ймовірність правильної доставки фрагментів пакету однакову уздовж кожного з розрахованих маршрутів, а за відомими складовими H_π (16) та H_η вектора $H_{\pi\eta}$ можна знайти шукані значення координат вектора H_ν з виразу (11), визначивши тим самим остаточне розв'язання поставленої задачі.

Для розв'язання задачі щодо розрахунку максимальної довжини пакета, переданого в мережі із заданою ймовірністю правильної передачі шляхом його фрагментації в мережних вузлах, було використано вираз

$$H_{\pi+1} = \left[Y_{\pi\eta}^{(1)} \right]^{-1} P_{\pi+1} \text{ при } P_{\pi+1} = \begin{bmatrix} P_\pi \\ - \\ P_1^\eta \end{bmatrix} \text{ і } P_{\eta-1} = \begin{bmatrix} P_2^\eta \\ \vdots \\ P_i^\eta \\ \vdots \\ P_{\rho-1}^\eta \end{bmatrix}, \quad (18)$$

у якому p_1^η характеризує необхідне значення ймовірності правильної доставки пакета між заданою парою вузлів, а координата h_η^1 визначає шукану довжину пакета. Грунтуючись на розрахованому векторі $H_{\pi+1}$ (18), кінцевий розв'язок задачі визначив вектор H_ν (11).

З метою усунення надлишкових шляхів доставки фрагментів пакету у результаті аналітичного розв'язання вищезгаданих задач в ТКС, представлених $\pi\eta$ -мережами, запропонована адаптивна процедура їх виключення, що носить, у загальному випадку, ітераційний характер. Застосування процедури виключення надлишкових шляхів до розв'язання задачі багатошляхової доставки пакета в ТКС також дозволило адаптивно обирати необхідну кількість маршрутів та одержати розв'язок задачі пошуку найкоротшого шляху в мережі.

Використання тензорних полів при математичному описі ТКС у рамках тензорного аналізу дозволило значно розширити область застосування отриманих моделей, зокрема, у бік моделювання динаміки зміни вимог до якості обслуговування трафіків. На прикладі розрахунку двополюсних мереж продемонстровано можливість значного спрощення одержання шуканих результатів за рахунок подання динаміки стану ТКС як траєкторії зміни координат відповідних тензорів – моделей мережі в уведеному тензорному полі евклідового простору.

В основу імовірнісно-часової тензорної моделі ТКС з потоковим характером трафіка, представленій в евклідовому просторі $\pi\eta$ -мережею, було покладено імовірнісно-часові тензорні моделі ТКС (11)-(18), доповнені тензорним рівнянням

$$D = \Lambda H,$$

де D – контраваріантний тензор інтенсивності трафіка в базисних шляхах мережі;

Λ – двовалентний змішаний тензор пакетної інтенсивності трафіка, проєкції якого в довільній СК мають вигляд $n \times n$ матриці $\|\lambda_j^i\|$ ($i, j = \overline{1, n}$).

З'ясовано, що взаємозв'язок проєкцій тензора D в СК гілок мережі (D_ν) й СК базисних контурів і вузлових пар ($D_{\pi\eta}$) здійснюється відповідно до матриці контраваріантного перетворення $D_\nu = C D_{\pi\eta}$. Тоді для розв'язання задачі багатошляхової маршрутизації із забезпеченням QoS одночасно за показниками середньої затримки й імовірності правильної передачі пакета відомої довжини відповідно до виразу (13) було отримано умову

$$H_\eta^{(1)} \leq \left(L_{\pi\eta}^{(4,1)} - L_{\pi\eta}^{(4,2)} \left[L_{\pi\eta}^{(4,4)} \right]^{-1} L_{\pi\eta}^{(4,3)} \right) T_\eta^{(1)}, \quad (19)$$

де

$$\begin{bmatrix} H_\eta^{(1)} \\ \hline H_\eta^{(2)} \end{bmatrix} = H_\eta; \quad \left\| \begin{array}{c|c} L_{\pi\eta}^{(4,1)} & L_{\pi\eta}^{(4,2)} \\ \hline L_{\pi\eta}^{(4,3)} & L_{\pi\eta}^{(4,4)} \end{array} \right\| = L_{\pi\eta}^{(4)}; \quad \begin{bmatrix} T_\eta^{(1)} \\ \hline T_\eta^{(2)} \end{bmatrix} = T_\eta,$$

виконання якої гарантує забезпечення якісного обслуговування за показником середньої затримки пакетів у мережі. У виразі (19) вектор $H_\eta^{(1)}$ визначає необхідну довжину переданого пакета, а вектор $T_\eta^{(1)}$ визначає вимоги щодо необхідної затримки передачі пакета.

Подібним чином отримано умову забезпечення якісного обслуговування трафіка за показником імовірності правильної доставки пакета

$$H_\eta^{(1)} \leq \left(X_{\pi\eta}^{(4,1)} - X_{\pi\eta}^{(4,2)} \left[X_{\pi\eta}^{(4,4)} \right]^{-1} X_{\pi\eta}^{(4,3)} \right) P_\eta^{(1)}, \quad (20)$$

де

$$X_{\pi\eta} = [Y_{\pi\eta}]^{-1}, \quad \left\| \begin{array}{c|c} X_{\pi\eta}^{(1)} & X_{\pi\eta}^{(2)} \\ \hline X_{\pi\eta}^{(3)} & X_{\pi\eta}^{(4)} \end{array} \right\| = X_{\pi\eta}, \quad \left\| \begin{array}{c|c} X_{\pi\eta}^{(4,1)} & X_{\pi\eta}^{(4,2)} \\ \hline X_{\pi\eta}^{(4,3)} & X_{\pi\eta}^{(4,4)} \end{array} \right\| = X_{\pi\eta}^{(4)}, \quad \begin{bmatrix} P_\eta^{(1)} \\ \hline P_\eta^{(2)} \end{bmatrix} = P_\eta,$$

виконання якої гарантує забезпечення заданої ймовірності правильної доставки пакета, що представлена у вигляді координати вектора $P_{\eta}^{(1)}$. Вектор $H_{\eta}^{(1)}$ задає початкову довжину переданого пакета. На підставі отриманих нерівностей (19) і (20) було сформульовано відповідну оптимізаційну задачу багатошляхової маршрутизації з підтримкою *QoS* одночасно за двома перерахованими ймовірнісно-часовими показниками.

У **шостому розділі** на підтвердження постулату автономності здійснено узагальнення тензорних моделей ТКС, представлених у евклідовому просторі, на випадок їх адекватного опису у просторі з кривизною – рімановому просторі. Перехід до криволінійних просторів подання тензорної моделі ТКС із прикладної точки зору дозволив використати складні метрики у ході розрахунку множини маршрутів передачі пакетів, оскільки ці метрики вже не константи, а являють собою функції параметрів трафіка й показників якості обслуговування.

В основу *ймовірнісно-часової тензорної моделі ТКС, представленої в рімановому просторі $\pi\eta$ -мережею*, було покладено опис системи чотиривалентним (двічі коваріантним і двічі контраваріантним) змішаним тензором

$$Q = A \otimes T \otimes P \otimes \Sigma, \quad (21)$$

де A – одновалентний контраваріантний тензор пакетних інтенсивностей трафіка,
 T – одновалентний коваріантний тензор часових затримок пакетів,
 P – одновалентний коваріантний тензор імовірностей своєчасної доставки пакетів,
 Σ – одновалентний коваріантний тензор джитерів у базисних шляхах мережі.

В СК базисних контурів та вузлових пар тензори, що входять у вираз (21), пов'язані між собою за допомогою наступних виразів:

$$A_v = E_v T_v, \quad A_v = \Phi_v \Sigma_v, \quad A_v = \Theta_v P_v, \quad (22)$$

де $E_v = \left\| e_v^{ij} \right\|$, $\Phi_v = \left\| \phi_v^{ij} \right\|$ і $\Theta_v = \left\| \theta_v^{ij} \right\|$ – діагональні $n \times n$ матриці, елементи головної діагоналі яких розраховуються відповідно до вмісту табл. 3.

З'ясовано, що взаємозв'язок проєкцій тензора інтенсивностей трафіків A в СК гілок мережі й СК базисних контурів та вузлових пар здійснюється відповідно до матриці контраваріантного перетворення, а взаємозв'язок проєкцій тензора джитерів Σ та ймовірностей своєчасної доставки пакетів P здійснюється відповідно до матриці коваріантного перетворення, тобто

$$A_v = C A_{\pi\eta}, \quad \Sigma_v = A \Sigma_{\pi\eta}, \quad P_v = A P_{\pi\eta}, \quad (23)$$

де вектори $A_{\pi\eta}$, $\Sigma_{\pi\eta}$ та $P_{\pi\eta}$ мають такі складові:

$$A_{\pi\eta} = \begin{bmatrix} A_{\pi} \\ \dots \\ A_{\eta} \end{bmatrix}, \quad \Sigma_{\pi\eta} = \begin{bmatrix} \Sigma_{\pi} \\ \dots \\ \Sigma_{\eta} \end{bmatrix}; \quad P_{\pi\eta} = \begin{bmatrix} P_{\pi} \\ \dots \\ P_{\eta} \end{bmatrix}$$

при $p_i^v = \log_2 p_{i(c\delta)}^v$, де $p_{i(c\delta)}^v$ – ймовірність своєчасної доставки пакета у гілці v_i .

Вирази (22) у СК базисних контурів і вузлових пар набувають вигляду

$$A_{\pi\eta} = E_{\pi\eta} T_{\pi\eta}, \quad A_{\pi\eta} = \Phi_{\pi\eta} \Sigma_{\pi\eta}, \quad A_{\pi\eta} = \Theta_{\pi\eta} P_{\pi\eta}. \quad (24)$$

Значення діагональних елементів матриць E_v , Θ_v та Φ_v для різних моделей елементів телекомунікаційної системи

Значення діагональних елементів матриць E_v , Θ_v та Φ_v	Опис моделі елемента ТКС
$e_v^{ii} = \lambda_v^i (\varphi_v^i - \lambda_v^i)$	Модель СМО $M/M/1$
$e_v^{ii} = \lambda_v^i \varphi_v^i$	Модель СМО $D/D/1$
$e_v^{ii} = \frac{\lambda_v^i (\varphi_v^i - \lambda_v^i)}{1 - \lambda_v^i / (2\varphi_v^i)}$	Модель СМО $M/D/1$
$e_v^{ii} = \frac{c_{v(B)}^i \lambda_v^i (\varphi_{v(\Theta)}^i - \lambda_v^i)}{c_{v(B)}^i + \varphi_{v(\Theta)}^i k_{v(\Pi)}^i}$	Модель СМО $M/M/1$ в умовах відмов трактів передачі ТКС
$e_v^{ii} = \frac{\lambda_v^i (\varphi_{v(\Theta)}^i - \lambda_v^i)}{1 + \varphi_{v(\Theta)}^i k_{v(\Pi)}^i \tau_{i(\Pi)}^v - \left[\frac{\lambda_v^i}{2\varphi_{v(\Theta)}^i} \right]}$	Модель СМО $M/D/1$ в умовах відмов трактів передачі ТКС
$e_v^{ii} = \frac{2\varphi_v^i \lambda_v^i (\varphi_v^i - \lambda_v^i)}{9(\lambda_v^i / \varphi_v^i) + 2(\varphi_v^i - \lambda_v^i) - 1}$	Модель СМО при довільному розподілі кількості пакетів, що надходять, та обслужених
$\theta_v^{ii} = \lambda_v^i \left[\log_2 \left(\frac{\varphi_{v(\Theta)}^i - \lambda_v^i}{\varphi_{v(\Theta)}^i - \lambda_v^i + c_{v(ВТР)}^i} \right) \right]^{-1}$	Модель СМО $M/M/1$ в умовах відмов трактів передачі ТКС
$\phi_v^{ii} = \lambda_v^i (\varphi_v^i - \lambda_v^i)$	Модель СМО $M/M/1$
$\phi_v^{ii} = \lambda_v^i \left[\left(\frac{c_{v(B)}^i + \varphi_{v(\Theta)}^i k_{v(\Pi)}^i}{c_{v(B)}^i (\varphi_{v(\Theta)}^i - \lambda_v^i)} \right)^2 + \frac{2k_{v(\Gamma)}^i k_{v(\Pi)}^i (\tau_{i(\Pi)}^v)^2 \varphi_{v(\Theta)}^i}{\varphi_{v(\Theta)}^i - \lambda_v^i} \right]^{-1/2}$	Модель СМО $M/M/1$ в умовах відмов трактів передачі ТКС

φ – пропускна здатність тракту передачі (1/с); λ – інтенсивність трафіка (1/с), τ – середня затримка передачі пакета (с); σ – джитер середньої затримки передачі пакета (с); $\varphi_{(\Theta)} = \varphi k_{(\Gamma)}$ – еквівалентна пропускна здатність (ПЗ) тракту (1/с); $k_{(\Gamma)}$ – коефіцієнт готовності тракту; $k_{(\Pi)} = 1 - k_{(\Gamma)}$ – коефіцієнт простою тракту; $c_{(B)}$ – інтенсивність відновлення тракту; $\tau_{(\Pi)} = 1/c_{(B)}$ – середній час простою тракту; $c_{(ВТР)}^{(\Theta)} = c_{(ВТР)} \left[1 + \frac{\varphi k_{(\Gamma)} k_{(\Pi)}}{c_{(ВТР)} k_{(\Gamma)} + c_{(B)}} \right]$ – еквівалентна інтенсивність втрат пакетів; $c_{(ВТР)}$ – інтенсивність втрат пакетів.

Тоді відповідно до зворотної тензорної ознаки тензори E , Φ та Θ являють собою двічі контраваріантні тензори, проєкції яких при зміні координатної системи їхнього розгляду перетворюються в такий спосіб:

$$E_{\pi\eta} = A^t E_\nu A, \quad \Phi_{\pi\eta} = A^t \Phi_\nu A, \quad \Theta_{\pi\eta} = A^t \Theta_\nu A, \quad (25)$$

де $E_{\pi\eta}$, $\Phi_{\pi\eta}$ та $\Theta_{\pi\eta}$ – проєкції тензорів E , Φ та Θ в СК базисних контурів і вузлових пар.

Якщо розглядати тензор E як метричний, то відповідно до вмісту табл. 3 його координати (e_ν^{ij}) у загальному випадку залежать від координат точки простору (λ_ν^i), що є характерною ознакою ріманового простору. При аналізі тензорної моделі ТКС, представленій у рімановому просторі $\pi\eta$ -мережею, за аналогією з виразом (19) та з урахуванням виразів (24) і (25) було сформульовано ряд умов щодо забезпечення QoS :

$$\Lambda_\eta^{(1)} \leq \left(E_{\pi\eta}^{(4,1)} - E_{\pi\eta}^{(4,2)} \left[E_{\pi\eta}^{(4,4)} \right]^{-1} E_{\pi\eta}^{(4,3)} \right) T_\eta^{(1)} \quad (26)$$

$$\text{при } \left\| \begin{array}{c|c} E_{\pi\eta}^{(1)} & E_{\pi\eta}^{(2)} \\ \hline E_{\pi\eta}^{(3)} & E_{\pi\eta}^{(4)} \end{array} \right\| = E_{\pi\eta}, \quad \left\| \begin{array}{c|c} E_{\pi\eta}^{(4,1)} & E_{\pi\eta}^{(4,2)} \\ \hline E_{\pi\eta}^{(4,3)} & E_{\pi\eta}^{(4,4)} \end{array} \right\| = E_{\pi\eta}^{(4)}, \quad \Lambda_\eta^{(1)} = \lambda^{zad}, \quad T_\eta^{(1)} = \tau_{zad};$$

$$\Lambda_\eta^{(1)} \leq \left(\Theta_{\pi\eta}^{(4,1)} - \Theta_{\pi\eta}^{(4,2)} \left[\Theta_{\pi\eta}^{(4,4)} \right]^{-1} \Theta_{\pi\eta}^{(4,3)} \right) P_\eta^{(1)} \quad (27)$$

$$\text{при } \left\| \begin{array}{c|c} \Theta_{\pi\eta}^{(1)} & \Theta_{\pi\eta}^{(2)} \\ \hline \Theta_{\pi\eta}^{(3)} & \Theta_{\pi\eta}^{(4)} \end{array} \right\| = \Theta_{\pi\eta}, \quad \left\| \begin{array}{c|c} \Theta_{\pi\eta}^{(4,1)} & \Theta_{\pi\eta}^{(4,2)} \\ \hline \Theta_{\pi\eta}^{(4,3)} & \Theta_{\pi\eta}^{(4,4)} \end{array} \right\| = \Theta_{\pi\eta}^{(4)}; \quad P_\eta^{(1)} = p_{(cd)}^{zad},$$

а також

$$\Lambda_\eta^{(1)} \leq \left(\Phi_{\pi\eta}^{(4,1)} - \Phi_{\pi\eta}^{(4,2)} \left[\Phi_{\pi\eta}^{(4,4)} \right]^{-1} \Phi_{\pi\eta}^{(4,3)} \right) \Sigma_\eta^{(1)} \quad (28)$$

$$\text{при } \left\| \begin{array}{c|c} \Phi_{\pi\eta}^{(1)} & \Phi_{\pi\eta}^{(2)} \\ \hline \Phi_{\pi\eta}^{(3)} & \Phi_{\pi\eta}^{(4)} \end{array} \right\| = \Phi_{\pi\eta}, \quad \left\| \begin{array}{c|c} \Phi_{\pi\eta}^{(4,1)} & \Phi_{\pi\eta}^{(4,2)} \\ \hline \Phi_{\pi\eta}^{(4,3)} & \Phi_{\pi\eta}^{(4,4)} \end{array} \right\| = \Phi_{\pi\eta}^{(4)}; \quad \Sigma_\eta^{(1)} = \sigma_{zad},$$

виконання яких гарантує, що в процесі управління мережними ресурсами буде реалізована багатошляхова стратегія маршрутизації, а виділення необхідної смуги перепускання трактів передачі ТКС уздовж прокладених шляхів дозволить забезпечити контроль заданих швидкісних і ймовірно-часових показників QoS – швидкості передачі (λ^{zad}), середньої затримки (τ_{zad}), джитера (σ_{zad}), ймовірності своєчасної доставки ($p_{(cd)}^{zad}$).

У випадку тензорного подання ТКС у рімановому просторі за допомогою $\gamma\mathcal{E}$ -мереж виникає ряд особливостей при формулюванні умов забезпечення якості обслуговування за множиною ймовірно-часових показників QoS . При моделюванні ТКС $\gamma\mathcal{E}$ -мережею до роз-

гляду приймаються наступні дві СК: перша – СК гілок і друга – СК базисних розімкнутих шляхів і внутрішніх вузлових пар. У другій СК проекції тензорів A , T , P , Σ залежно від постановки задачі визначають вихідні або шукані дані для розрахунку, тобто інтенсивність трафіка, середні затримки й імовірності своєчасної доставки пакетів у шляхах мережі.

Вирази (24) відповідно до постулату другого узагальнення Г. Крона в СК розімкнутих шляхів і внутрішніх вузлових пар зберігають свій вигляд незмінним:

$$A_{\gamma\varepsilon} = E_{\gamma\varepsilon} T_{\gamma\varepsilon}, \quad A_{\gamma\varepsilon} = \Phi_{\gamma\varepsilon} \Sigma_{\gamma\varepsilon}, \quad A_{\gamma\varepsilon} = \Theta_{\gamma\varepsilon} P_{\gamma\varepsilon}.$$

При розгляді $\gamma\varepsilon$ -мереж матриці $C_v^{\gamma\varepsilon}$ та $A_v^{\gamma\varepsilon}$ у ряді випадків будуть для наочності записуватися без індексів. Тоді за аналогією з виразами (12) і (23) проекції тензорів T , A , Σ і P зв'язані між собою матрицями ко- і контраваріантного перетворення A і C , тобто

$$T_v = A T_{\gamma\varepsilon}, \quad A_v = C A_{\gamma\varepsilon}, \quad \Sigma_v = A \Sigma_{\gamma\varepsilon}, \quad P_v = A P_{\gamma\varepsilon},$$

де $T_{\gamma\varepsilon}$, $A_{\gamma\varepsilon}$, $\Sigma_{\gamma\varepsilon}$ і $P_{\gamma\varepsilon}$ – представлені у вигляді n -вимірних векторів проекції тензорів T , A , Σ і P в СК базисних розімкнутих шляхів і внутрішніх вузлових пар, що мають таку форму:

$$T_{\gamma\varepsilon} = \begin{bmatrix} T_\gamma \\ \text{---} \\ T_\varepsilon \end{bmatrix}; \quad A_{\gamma\varepsilon} = \begin{bmatrix} A_\gamma \\ \text{---} \\ A_\varepsilon \end{bmatrix}; \quad \Sigma_{\gamma\varepsilon} = \begin{bmatrix} \Sigma_\gamma \\ \text{---} \\ \Sigma_\varepsilon \end{bmatrix} \text{ і } P_{\gamma\varepsilon} = \begin{bmatrix} P_\gamma \\ \text{---} \\ P_\varepsilon \end{bmatrix}.$$

Реалізуючи переваги ортогональних мереж, як змінні збудження мережі будуть виступати одночасно компоненти векторів A_γ , T_γ , Σ_γ та P_γ , що визначають необхідні значення інтенсивності трафіка (λ^{zad}), середньої затримки (τ_{zad}), джитера (σ_{zad}) та ймовірності своєчасної доставки пакетів ($p_{(cd)}^{zad}$) між обраною парою вузлів мережі. Крім того з причини двополюсності мережі $A_\varepsilon = 0$, оскільки координати вектора A_ε визначають інтенсивність трафіка, що надходить або вибуває з мережі через внутрішні вузли мережі. Завдяки цьому отримано наступні умови забезпечення QoS :

$$A_\gamma \leq \left(E_{\gamma\varepsilon}^{(1)} - E_{\gamma\varepsilon}^{(2)} \left[E_{\gamma\varepsilon}^{(4)} \right]^{-1} E_{\gamma\varepsilon}^{(3)} \right) T_\gamma \quad (29)$$

$$\text{при } \left\| \begin{array}{c|c} E_{\gamma\varepsilon}^{(1)} & E_{\gamma\varepsilon}^{(2)} \\ \text{---} & \text{---} \\ E_{\gamma\varepsilon}^{(3)} & E_{\gamma\varepsilon}^{(4)} \end{array} \right\| = E_{\gamma\varepsilon}, \quad A_\gamma = \begin{bmatrix} \lambda_\gamma^1 \\ \vdots \\ \lambda_\gamma^i \\ \vdots \\ \lambda_\gamma^\omega \end{bmatrix}, \quad \sum_{i=1}^{\omega} \lambda_\gamma^i = \lambda^{zad}, \quad T_\gamma = \tau_{zad},$$

$$A_\gamma \leq \left(\Theta_{\gamma\varepsilon}^{(1)} - \Theta_{\gamma\varepsilon}^{(2)} \left[\Theta_{\gamma\varepsilon}^{(4)} \right]^{-1} \Theta_{\gamma\varepsilon}^{(3)} \right) P_\gamma \text{ при } \left\| \begin{array}{c|c} \Theta_{\gamma\varepsilon}^{(1)} & \Theta_{\gamma\varepsilon}^{(2)} \\ \text{---} & \text{---} \\ \Theta_{\gamma\varepsilon}^{(3)} & \Theta_{\gamma\varepsilon}^{(4)} \end{array} \right\| = \Theta_{\gamma\varepsilon}, \quad P_\gamma = p_{(cd)}^{zad}, \quad (30)$$

а також

$$A_\gamma \leq \left(\Phi_{\gamma\epsilon}^{\langle 1 \rangle} - \Phi_{\gamma\epsilon}^{\langle 2 \rangle} \left[\Phi_{\gamma\epsilon}^{\langle 4 \rangle} \right]^{-1} \Phi_{\gamma\epsilon}^{\langle 3 \rangle} \right) \Sigma_\gamma \text{ при } \left\| \begin{array}{c|c} \Phi_{\gamma\epsilon}^{\langle 1 \rangle} & \Phi_{\gamma\epsilon}^{\langle 2 \rangle} \\ \hline \Phi_{\gamma\epsilon}^{\langle 3 \rangle} & \Phi_{\gamma\epsilon}^{\langle 4 \rangle} \end{array} \right\| = \Phi_{\gamma\epsilon}, \Sigma_\gamma = \sigma_{зад}. \quad (31)$$

Особливість використання $\gamma\epsilon$ -мереж при тензорному моделюванні ТКС у рімановому просторі полягає в тому, що при обслуговуванні одного трафіка необхідно не тільки попередньо встановити орієнтацію дуг, але й визначити у вигляді координат вектора A_γ попередній розподіл трафіка за встановленими шляхами доставки пакетів між заданою парою вузлів у мережі. Тоді в ході розв'язання задачі необхідно розрахувати лише величини пропускних здатностей трактів передачі, виділених для обслуговування даного трафіка.

У шостому розділі також здійснено узагальнення тензорних моделей на випадок опису ТКС багатопродуктовою багатополусною мережею, що орієнтована на формалізацію процесів передачі пакетів одночасно декількох трафіків або агрегованих потоків (продуктів), що циркулюють між множиною пар вузлів (полюсами) мережі відповідно до їх пріоритетності й вимог до якості обслуговування. При цьому були охоплено три основні випадки обслуговування інформаційних трафіків користувачів: з індивідуальним резервуванням ресурсів; з виділенням загальних ресурсів одночасно декільком трафікам або агрегованим потокам відповідно до їх пріоритетності; без резервування ресурсів й організації пріоритетного обслуговування трафіків. В основу топологічного опису ББМ було покладено опис одновимірною ОДМ, розширений на випадок множини продуктів і полюсів. Відмінність полягає в тому, що ББМ представляє своєрідне накладення декількох одновимірних мереж різної розмірності, кількість яких пропорційна числу переданих у ТКС трафіків. В уведеному просторі (розділ 3) модель багатопродуктової багатополусної $\pi\eta$ -мережі може бути представлена у вигляді геометричного об'єкта валентності $S \cdot K$

$$Q = Q^{(1)} \otimes \dots \otimes Q^{(z)} \otimes \dots \otimes Q^{(Z)}, \quad (32)$$

який іменується в тензорному численні об'єктом змішаного виміру, а в термінах тензорного аналізу мереж називається мультитензором. Його компоненти, у свою чергу, визначаються відповідно до виразу

$$Q^{(z)} = Q_{(1)}^{(z)} \otimes Q_{(2)}^{(z)} \otimes \dots \otimes Q_{(k)}^{(z)} \otimes \dots \otimes Q_{(K(z))}^{(z)} \quad (z = \overline{1, Z}),$$

де $Q_{(k)}^{(z)}$ ($k = \overline{1, K(z)}$) – тензор валентності $s_{(k)}^{(z)}$, що моделює процес обслуговування k -го трафіка одночасно за $s_{(k)}^{(z)}$ показниками QoS ; Z – число пар вузлів, між якими передаються

трафіки користувачів; $K = \sum_{z=1}^Z K_{(z)}$ – загальна кількість трафіків у мережі, а $K_{(z)}$ – число

трафіків, що циркулюють між z -ю парою вузлів; $S = \sum_{z=1}^Z \sum_{k=1}^{K_{(z)}} s_{(k)}^{(z)}$ – загальна кількість показ-

ників, за якими оцінюється якість обслуговування всіх інформаційних трафіків.

Перехід від тензорного до мультитензорного способу опису моделей ББМ продиктований тим, що у ряді випадків істотну роль відіграє порядок вибору простору й шуканої СК подання тензора як моделі мережі для кожної групи трафіків, що передаються між різними парами вузлів мережі. Подібні простори можуть мати різну розмірність, а відмінність СК полягає в різній нумерації вершин, контурів і пар вузлів, що виступають у ролі координатних осей. Для практики характерним є випадок, коли обслуговування трафіків z -ї пари вузлів може здійснюватися за допомогою заздалегідь визначеної множини гілок $n^{(z)}$ ($n^{(z)} \leq n$), що визначають у вихідному n -вимірному просторі z -й підпростір розміру $n^{(z)}$.

Мультитензорний опис $\pi\eta$ -мереж крім видозмін в індексному записі тензорів, що входять у вирази (21) і (32), спричиняє істотний перегляд функціонального опису ТКС, що насамперед обумовлено обліком особливостей способів обслуговування трафіків користувачів. Це пов'язано, *по-перше*, з багатозначним тензорним трактуванням скалярних рівнянь стану елементів ТКС із погляду метрики введених просторів і підпросторів і, *по-друге*, зі змінною валентності й варіантності тензорів, що входять в інваріантні рівняння стану ТКС в цілому. Тоді умови (26)-(28) з урахуванням додаткових індексів z та k у цілому збережуть свою форму незмінною. Наприклад, умова (26) набуде вигляду

$$\langle 1 \rangle \Lambda_{(k)\eta}^{(z)} \leq \left(\langle 4,1 \rangle E_{(k)\pi\eta}^{(z)} - \left[\langle 4,2 \rangle E_{(k)\pi\eta}^{(z)} \right] \left[\langle 4,4 \rangle E_{(k)\pi\eta}^{(z)} \right]^{-1} \left[\langle 4,3 \rangle E_{(k)\pi\eta}^{(z)} \right] \right) \left[\langle 1 \rangle T_{(k)\eta}^{(z)} \right].$$

Залежно від обраного способу обслуговування множини трафіків зміст рівнянь стану елементів ТКС (табл.3), що визначають діагональні елементи матриць $E_{(k)v}^{(z)}$, $\Theta_{(k)v}^{(z)}$ і $\Phi_{(k)v}^{(z)}$, дещо зміниться. У випадку індивідуального резервування ресурсів для кожного трафіка здійснюються заміни $\varphi_v^i \rightarrow \varphi_{(k)v}^{(z)i}$ та $\lambda_v^i \rightarrow \lambda_{(k)v}^{(z)i}$, де $\varphi_{(k)v}^{(z)i}$ – частина ПЗ гілки v_i , зарезервованої під k -й трафік, що передається між z -ю парою вузлів, $\lambda_{(k)v}^{(z)i}$ – пакетна інтенсивність цього ж трафіка в гілці v_i . У процесі розподілу ресурсів між трафіками необхідно виконувати умову

$$\varphi_v^i \geq \sum_{z=1}^Z \sum_{k=1}^{K_z} \varphi_{(k)v}^{(z)i}, \text{ де під } \varphi_v^i \text{ розуміється номінальна ПЗ гілки } v_i.$$

У випадку виділення спільних ресурсів одночасно декільком трафікам або агрегованим потокам відповідно до їх пріоритетності приймаються заміни $\varphi_v^i \rightarrow \varphi_{(K_j)v}^i$ та

$$\lambda_v^i \rightarrow \sum_{z=1}^Z \sum_{k \in K_j} \lambda_{(k)v}^{(z)i}, \text{ де } \varphi_{(K_j)v}^i \text{ – частина ПЗ гілки } v_i, \text{ виділена в рамках механізмів пріоритетного обслуговування черг } ToS\text{-Based DWFQ} \text{ або } CBWFQ \text{ для трафіків, що передаються з } j \text{-м пріоритетом, а } K_j \text{ – це множина таких трафіків. Тоді має місце нерівність}$$

$\varphi_v^i \geq \sum_j \varphi_{(K_j)v}^i$, виконання якої гарантується тими ж механізмами $DWFQ$ або $CBWFQ$.

$$\varphi_v^i \geq \sum_j \varphi_{(K_j)v}^i, \text{ виконання якої гарантується тими ж механізмами } DWFQ \text{ або } CBWFQ.$$

У випадку відсутності резервування ресурсів і організації пріоритетного обслуговування трафіків має місце лише одна заміна $\lambda_v^i \rightarrow \sum_{k=1}^K \lambda_{(k)v}^{(z)i}$.

Особливості мультитензорного моделювання ТКС, що представлена $\gamma\epsilon$ -мережею, полягає в наступному. По-перше, кількість базисних розімкнених шляхів між z -ю парою вузлів відповідає величині $\omega^{(z)}$, а число базисних внутрішніх вузлових пар дорівнює $\mathcal{G}^{(z)}$. По-друге, в рамках однієї $\gamma\epsilon$ -мережі можливо відслідковувати одночасно $\omega^{(z)}$ потоків. Тоді введення індексу k в даному випадку не виправдано, валентність мультитензора (32) визначається величинами $K = \sum_{z=1}^Z \omega^{(z)}$ та $S = \sum_{z=1}^Z s^{(z)}$, де $s^{(z)}$ – кількість показників, за якими оцінюється якість обслуговування інформаційних трафіків, переданих між z -ю парою вузлів мережі. Тоді умови (29)-(31) з урахуванням додаткового індексу z у цілому збережуть свою форму незмінною. Наприклад, умова (29) набуде вигляду

$$A_{\gamma}^{(z)} \leq \left(\langle 1 \rangle E_{\gamma\epsilon}^{(z)} - \left[\langle 2 \rangle E_{\gamma\epsilon}^{(z)} \right] \left[\langle 4 \rangle E_{\gamma\epsilon}^{(z)} \right]^{-1} \left[\langle 3 \rangle E_{\gamma\epsilon}^{(z)} \right] \right) T_{\gamma}^{(z)}.$$

Відмінність запропонованого підходу до тензорного моделювання ББМ також полягає в тому, що в $\pi\eta$ -мережах для кожного трафіка може реалізуватися багатошляхова стратегія маршрутизації, а в $\gamma\epsilon$ -мережах для потоку з ω трафіків, що передаються між z -ю парою вузлів, буде реалізовуватися багатошляхова стратегія маршрутизації, але кожен трафік окремо буде обслуговуватися за одним маршрутом. Також у розділі запропонована формалізація задач управління мережними ресурсами в ТКС, що представлена ББМ, для різних способів обслуговування трафіків. Сформульовані задачі управління ресурсами набували вигляду оптимізаційних задач з вартісними цільовими функціями. Також зазначено, що умови (26)-(28) або (29)-(31) можуть використовуватися як додаткові обмеження у рамках вже відомих моделей управління ресурсами, які запропонували, наприклад, *Gallager R.* чи *Segall A.*

У **сьомому розділі** проведено кількісний аналіз адекватності запропонованих у роботі тензорних моделей ТКС шляхом порівняння результатів аналітичного й імітаційного моделювання. При цьому імітаційна модель була створена з використанням пакета імітаційного моделювання *Network Simulator* версії 2.0 (*ns2*). Результати аналізу засвідчили адекватність тензорних моделей у рамках прийнятого показника, що характеризував у відсотковому відношенні розбіжність результатів аналітичного й імітаційного моделювання. Для різних класів моделей значення прийнятого показника коливалися у середньому в межах від 4 до 12%. Експериментально було встановлено, що адекватність тензорних моделей ТКС у цілому залежала від точності формульних виразів, покладених в основу моделей елементів системи.

В розділі також проведено оцінку ефективності розроблених моделей і методів управління мережними ресурсами в ТКС із використанням пакета імітаційного моделювання *ns2* у порівнянні з відомими моделями, які, у ряді випадків, вже отримали протокольну реалізацію. Як показали результати порівняльної оцінки, використання тензорних моделей дозволяє:

за рахунок введення процедур адаптивної фрагментації пакетів у мережних вузлах і використання ресурсів обхідних маршрутів істотно (у середньому в 4-6 разів) знизити середню затримку доставки пакетів по відношенню до моделей маршрутизації без фрагментації;

у рамках доступних мережних ресурсів за рахунок реалізації багатошляхової стратегії маршрутизації підвищити продуктивність ТКС залежно від її розмірності та зв'язності вузлів у середньому від 20-25% до 30-35% у порівнянні з відомими маршрутними моделями;

забезпечити більш збалансоване завантаження мережі на підставі розрахунку й використання більшого (у середньому на 30-40%) числа маршрутів обслуговування трафіків;

підвищити продуктивність ТКС залежно від розмірності мережі й зв'язності її вузлів у середньому на 22-27% у порівнянні з найбільш результативними з відомих моделей розв'язання подібних задач за рахунок оптимально в рамках обраних критеріїв розподілу каналних ресурсів між множиною трафіків.

За результатами оцінки ефективності тензорних моделей і методів запропоновано науково-методичні рекомендації з їхнього безпосереднього використання як у сучасних, так і в перспективних ТКС з пакетною комутацією, орієнтованих на надання послуг зв'язку гарантованої якості одночасно за декількома швидкісними і ймовірно-часовими показниками *QoS* як з резервуванням, так і без резервування необхідних каналних і буферних мережних ресурсів. Запропоновані тензорні моделі ТКС відповідають вимогам сучасних концепцій маршрутизації й управління трафіком – *Constraint-Based Routing, Load-Balance Routing, QoS-Based Routing, Traffic Engineering, Active Network*. Їхня практична реалізація не пов'язана з докорінним переглядом принципів побудови існуючих ТКС і не припускає істотного розширення переліку використовуваних даних про стан мережі.

Окреслено напрямки подальшого розвитку тензорного підходу до розв'язання задач аналізу та синтезу ТКС шляхом побудови відповідних моделей і розробки ефективних методів розрахунку. Ці напрямки пов'язані, по-перше, з розширенням кола моделей (рівнянь системи), приведення яких до тензорного вигляду дозволить істотно розширити спектр розв'язуваних на їхній підставі задач аналізу й синтезу ТКС; по-друге, з переходом до багатовимірних симпліціальних (поліедральних) моделей ТКС, здатних охопити перелік найбільш складних (нелінійних, багатокритеріальних, динамічних) мережних задач; по-третє, з переходом до тензорних моделей нелінійних просторів, насамперед ріманового простору й інших типів геометрій; по-четверте, з використанням ідей діакоптики, основи якої розроблені Г. Кроном для аналізу й, здебільшого, синтезу систем високої розмірності.

ВИСНОВКИ ПО РОБОТІ

У дисертаційній роботі вирішена актуальна наукова проблема, що полягає в розробці теоретичних основ управління мережними ресурсами для забезпечення їх збалансованого завантаження та гарантованої якості обслуговування різномірних трафіків користувачів з використанням тензорних моделей мультисервісних ТКС. За підсумками вирішення проблеми можна зробити наступні висновки:

1. Проведено аналіз сучасного етапу розвитку суспільства, який характеризується підвищенням ролі систем телекомунікацій як ефективного засобу інформаційної взаємодії, доступу до інформаційних ресурсів і транспортування постійно зростаючих обсягів даних. Важлива роль при задоволенні вимог системного характеру, що стоять перед мережами наступного покоління, приділяється технологіям і засобам управління мережними ресурсами – протоколам маршрутизації, розподілу й резервування мережних ресурсів (буферного простору, пропускних здатностей трактів передачі, процесорного часу й ін.), механізмам забезпечення гарантованої якості обслуговування та адаптивної фрагментації (дефрагментації) пакетів і т.п.

2. На підставі аналізу перспективних мережних концепцій і технологій – *Network Engineering, Traffic Engineering, Active Network, QoS-based Routing, Load-Balance Routing* ті ін. здійснено узагальнення основних вимог до процесів управління мережними ресурсами, що стосується забезпечення їх збалансованого завантаження й гарантованого обслуговування різнотипних трафіків користувачів одночасно за декількома швидкісними та ймовірнісно-часовими показниками *QoS*. Відзначено, що закладені в дані концепції ідеї та принципи вимагають свого теоретичного обґрунтування шляхом вибору або розробки системи адекватних математичних моделей, здатних забезпечити комплексний облік зазначених вимог.

3. Проведено аналіз існуючих протоколів, моделей і методів управління мережними ресурсами, який продемонстрував виникнення значних складностей методичного та обчислювального характеру при формалізації та отриманні комплексних рішень задач збалансованого завантаження ТКС та забезпечення якісного обслуговування трафіків користувачів. Обмеженість відомих рішень визначила необхідність перегляду раніше використовуваних засобів моделювання телекомунікаційних систем та пошуку нових більш ефективних підходів до математичного опису ТКС, що ґрунтуються на реалізації системних принципів.

У зв'язку з цим наведене у роботі категоріально-тензорне подання ТКС як складної організаційно-технічної системи, що відповідає вимогам системотехнічних принципів і постулатів, визначило загальний напрямок математичного моделювання телекомунікаційної системи з обліком її багатоаспектної природи, що ґрунтується на координатному описі системи в обґрунтованому введеному просторі з адекватною метрикою. У рамках тензорного підходу вдалося, з одного боку, використати особливості структурної побудови системи як додаткове джерело інформації при складанні й розв'язанні функціональних рівнянь поведінки ТКС і з іншого, встановити чітко виражену тензорну природу основних параметрів трафіка й показників якості обслуговування, формалізованих у вигляді коваріантних, контраваріантних і метричних змінних у рамках уведеного простору і систем координат.

4. У роботі проведено топологічний опис телекомунікаційної системи, представлений симпліціальними моделями різної розмірності. У процесі моделювання ТКС одновимірним симпліціальним комплексом з метою подальшого її тензорного опису було інтерпретовано і доповнено у рамках телекомунікаційних термінів понятійний апарат тензорного аналізу мереж, у тому числі й за рахунок геометризації структури системи, введення нових типів просторів, підпросторів і систем координат на підставі подання ТКС у вигляді γ -, ε -, або

$\gamma\mathcal{E}$ -мереж, що, в решті-решт, дозволило значно розширити область застосування тензорних моделей для розв'язання широкого кола задач щодо управління мережними ресурсами.

На підставі топологічного подання ТКС у вигляді багатовимірних симпліціальних комплексів в роботі запропоновані моделі аналізу її основних структурних властивостей – зв'язності, складності й структурної неоднорідності. Використання багатовимірних симпліціальних комплексів дозволило, по-перше, забезпечити більш повний облік особливостей структурної побудови підсистем (симплексів), що утворюють систему в цілому (симпліціальний комплекс), по-друге, одержати більш загальну міру порівняння складності структурної побудови ТКС, по-третє, отримати більш адекватні оцінки ступеня неоднорідності структури системи. Проведений порівняльний аналіз багатовимірних симпліціальних моделей із графовими моделями підтвердив їх адекватність і результативність у рамках обраних критеріїв.

5. На підставі симпліціального опису ТКС одновимірними ОДМ розроблено ймовірно-часові тензорні моделі багатошляхової доставки одиночних пакетів. Запропоновані тензорні моделі ґрунтувалися на поданні ТКС неортогональними мережами або ортогональними мережами з однотипним збудженням, що на відміну від раніше відомих рішень дозволило, по-перше, надати адаптивного характеру процедурам фрагментації (дефрагментації) пакетів у вузлах мережі й зорієнтувати їх на забезпечення заданих значень показників якості зв'язку – середньої затримки або ймовірності правильної доставки, по-друге, реалізувати багатошляховий безпечельний спосіб доставки фрагментів переданого пакета з контролем показників *QoS* уздовж кожного з розрахованих шляхів, по-третє, забезпечити аналітичний розрахунок максимальної довжини пакета, що може бути переданий між заданою парою вузлів мережі за необхідний час або з необхідною ймовірністю правильної доставки, а також мінімальної затримки або максимальної ймовірності правильної доставки пакета відомої довжини між заданою парою вузлів мережі з використанням у вузлах мережі процедур адаптивної фрагментації (дефрагментації) пакетів.

6. На підставі симпліціального опису телекомунікаційної системи в евклідовому просторі одновимірною ортогональною ОДМ із комбінованим збудженням запропонована ймовірно-часова тензорна модель ТКС із потоковим характером трафіка. У рамках запропонованої моделі вдалося на відміну від відомих рішень формалізувати задачу багатошляхової маршрутизації з адаптивною фрагментацією (дефрагментацією) пакетів у вузлах мережі та забезпеченням якості обслуговування одночасно за швидкісними та ймовірно-часовими показниками (швидкість передачі, середня часова затримка й імовірність правильної доставки пакетів).

7. У роботі запропоновано розвиток тензорних моделей ТКС, представлених в евклідовому просторі ортогональними ОДМ, шляхом їхнього подання в рімановому просторі, що дозволило на відміну від відомих рішень сформулювати в аналітичному вигляді умови забезпечення гарантованої якості обслуговування одночасно за швидкісними та ймовірно-часовими показниками (швидкість передачі, середня затримка, джитер, ймовірність своєчасної доставки пакетів) з реалізацією багатошляхової стратегії маршрутизації як із попереднім обчисленням шляхів (при описі ТКС $\gamma\mathcal{E}$ -мережею), так і без попереднього обчислення шляхів (при описі ТКС $\pi\eta$ -мережею). І якщо використання тензорних моделей евклідового про-

сторю припускало детермінований характер трафіка та ідеальну надійність елементів ТКС, то моделі ріманового простору забезпечили врахування стохастичності трафіка та облік можливих відмов мережних елементів.

8. Тензорні моделі ТКС, представлені ОДМ, одержали подальший розвиток у бік моделювання многопродуктових багатополюсних мереж. Математичне подання ТКС у вигляді геометричного об'єкта змішаного виміру (мультитензора) дозволило на відміну від відомих рішень одержати в аналітичному вигляді умови забезпечення кожному з множини циркулюючих у ТКС трафіків необхідного рівня якості обслуговування одночасно за швидкісними та ймовірно-часовими показниками шляхом розподілу між ними доступних каналних і буферних ресурсів з реалізацією багатошляхової стратегії маршрутизації.

9. Експериментальний аналіз тензорних моделей і методів розрахунку, проведений на підставі дослідження імітаційної моделі ТКС у рамках пакета *ns2*, засвідчив достатній рівень їхньої адекватності й ефективності при розв'язанні задач управління мережними ресурсами. При цьому відзначено, що адекватність тензорних моделей багато в чому визначалась адекватністю моделей елементів системи, тому що коректність їх тензорного узагальнення ґрунтується, насамперед, на введенні правил координатного перетворення, які, у свою чергу, формалізують закон збереження потоку у вузлах мережі (правило контраваріантного перетворення) і адитивну природу показників якості обслуговування (правило коваріантного перетворення).

Експериментальне дослідження запропонованих тензорних моделей і методів підтвердило їх ефективність у порівнянні з відомими моделями, методами й алгоритмами управління мережними ресурсами в ТКС. Причому тензорні моделі управління показали особливу ефективність саме в умовах нестачі ресурсів і високих вимог до якості обслуговування одночасно декількох трафіків користувачів. Застосування запропонованих тензорних моделей і методів залежно від особливостей структурної побудови ТКС і характеристик трафіків користувачів орієнтує на підвищення продуктивності системи в середньому від 20-25% до 30-35%.

10. Запропоновані в роботі тензорні моделі й методи розрахунку можуть знайти свою безпосередню реалізацію в ряді розповсюджених на цей час технологій пакетної комутації, орієнтованих на надання послуг зв'язку гарантованої якості. Це, насамперед, стосується технологій, що претендують на роль транспортної платформи мереж наступного покоління (*NGN*), а саме – технологій *IP*, доповненої моделями *IntServ* та *DiffServ*, і технологій *ATM* та *MPLS*. Крім того, тензорні моделі можуть бути використані як на рівні теоретичного обґрунтування, так і в ході практичної реалізації вимог концепцій *Traffic Engineering*, *Active Network*, *Constrained-based Routing*, *QoS-based Routing*, *Load-Balance Routing* та ін. Результати роботи використано, по-перше, при розробці технології побудови активних телекомунікаційних мереж, методології їх аналізу та синтезу для забезпечення розподілених інформаційно-обчислювальних систем (НДР №129-1), по-друге, при дослідженні режиму групового використання частотних планів в мережах рухомого стільникового зв'язку стандартів *GSM-900/1800* (НДР "Смуга-ХДРНТЦ"), по-третє, при розробці «Концепції обробки, аналізу та передачі даних в ІАС НАКУ» (НДР «Моніторинг-С»), по-четверте, при модернізації та перебудові мереж зв'язку Харківської області (НДР "Степлер"), по-п'яте, при розробці методики аналізу взаємодії базових станцій *GSM 900/1800* зі станціями зв'язку військового призначен-

ня (НДР «Смуга-П»), по-шосте, при розробці підсистеми збору й обробки радіолокаційної інформації для Військово-Повітряних сил (НДР "Кара-Дар"). Використання результатів дисертації підтверджено відповідними актами впровадження.

СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ ЗДОБУВАЧА ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

1. *Лемешко А.В., Прозоров А.М., Челюк С.А.* Характеризация функциональной модели глобальной компьютерной сети // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии. – 1999. – Вып. №3. – С. 110-114.
2. *Поповский В.В., Лемешко А.В.* Математическое моделирование связности телекоммуникационных систем с использованием симплицальных комплексов // Праці УНДІРТ. Нові радіотехнології: досягнення, можливості, перспективи. – 2000. – №2(22). – С.79-82.
3. *Лемешко А.В., Евсеева О.Ю.* Диакоптические и иерархическо-координационные методы в решении проблемы ЭМС для группировки радиоэлектронных средств связи // Праці УНДІРТ. Тематичний випуск: електромагнітна сумісність. – 2001. – №2(26). – С. 8-11.
4. *Евсеева О.Ю., Лемешко А.В.* Обоснование тензорного подхода к анализу телекоммуникационных систем // Сб. научных трудов 5-го Международного молодежного форума "Радиоэлектроника и молодежь в XXI веке". Часть 2. – Х.: ХТУРЭ, 2001. – С.118-119.
5. *Лемешко А.В., Евсеева О.Ю.* Интеллектуализация системы управления телекоммуникационной сетью ВВС // Авіаційно-космічна техніка і технологія. – 2001. – Вип.22. – С.148-152.
6. *Евсеева О.Ю., Лемешко А.В.* Секвенционная маршрутизация в иерархических телекоммуникационных системах // Сб. научных трудов 7-й Международной конференция "Теория и техника передачи, приема и обработки информации". – Х.: ХНУРЭ, 2001. – С. 44-45.
7. *Лемешко А.В., Евсеева О.Ю., Гема Н.И.* Динамическая маршрутизация в пакетных сетях с гарантированным качеством обслуживания // Радиотехника: Всеукр. межведомств. науч.-техн. сб. – 2001. – Вып. 123. – С. 45-50.
8. *Лемешко А.В.* Реализация алгоритма многопутевой маршрутизации в современных транспортных сетях // Вісник Українського будинку економічних та науково-технічних знань. – 2002. – №1. – С. 109-114.
9. *Евсеева О.Ю., Лемешко А.В.* Оценка связности и структурной сложности транспортных сетей с использованием математического аппарата q -анализа // Вісник Українського будинку економічних та науково-технічних знань. – 2002. – №1. – С. 119-123.
10. *Поповский В.В., Лемешко А.В.* Тензорный анализ в задачах системного исследования телекоммуникационных систем // Радиотехника: Всеукр. межведомств. науч.-техн. сб. – 2002. – Вып.125. – С. 156-164.
11. *Лемешко А.В., Евсеева О.Ю.* Функциональная модель адаптивной маршрутизации комбинированного типа // Радиотехника: Всеукр. межведомств. науч.-техн. сб. – 2002. – Вып.127. – С. 152-159.

12. *Зуев С.И., Лемешко А.В., Поповский В.В.* Особенности TINA-ориентированного проектирования мультисервисных сетей // Матеріали науково-практичної конференції „Розвиток сучасних послуг зв'язку через інтелектуальні платформи”. – К.: Укртелеком, 2002. – С. 210-214.
13. *Лемешко А.В.* Тензорный синтез адаптированного алгоритма многопутевой маршрутизации с контролем качества в гибридных телекоммуникационных системах // Праці УНДІРТ. – 2002. – №2 (30). – С. 69-74.
14. *Лемешко А.В., Кравчук А.А., Беленков А.Г.* Сравнительный анализ иерархическо-координационных методов решения маршрутных задач в телекоммуникационных системах // Сб. научных трудов 8-й Международной конференции "Теория и техника передачи, приема и обработки информации". – Харьков: ХНУРЭ, 2002. – С. 61-63.
15. *Поповский В.В., Лемешко А.В.* Обеспечение многоаспектного характера процессов системного исследования телекоммуникационной системы в рамках ее категориально-тензорного представления // Сб. научных трудов 8-й Международной конференции "Теория и техника передачи, приема и обработки информации". – Харьков: ХНУРЭ, 2002. – С. 58-60.
16. *Лемешко А.В.* Эмпирические предпосылки к обоснованию системологического характера процессов анализа и синтеза современных телекоммуникационных систем // Сб. научных трудов Международного научного форума «Прикладная радиоэлектроника. Состояние и перспективы развития» Часть 1. – Х.: Академия ПРЭ, 2002. – С. 543-546.
17. *Лемешко А.В., Тимочко А.И., Резцов В.Н.* Проблемы координации в современных системах сетевого управления // Вісник Українського будинку економічних та науково-технічних знань. – 2002. – №2. – С. 55-60.
18. *Лемешко А.В.* Особенности моделирования двухполосной сети связи ортогональной сетью в рамках тензорного анализа // Радиотехника: Всеукр. межведомств. науч.-техн. сб. – 2002. – Вып. 128. – С. 16-25.
19. *Лемешко А.В.* Тензорные модели сети связи // Тезисы докладов IV Международной научно-технической конференции «Электроника и информатика – 2002». Часть 2. – М.: МИЭТ, 2002. – С. 202-203.
20. *Лемешко А.В., Беленков А.Г.* Дифференциальная модель комплексного решения задач сетевого уровня ЭМВОС // Сб. трудов 7-го Международного молодежного форума "Радиоэлектроника и молодежь в XXI веке". – Харьков: ХНУРЭ, 2003. – С. 125.
21. *Лемешко О.В., Тимочко О.И., Беленков О.Г.* Тензорні моделі та методи структурно-функціональної оптимізації мережі авіаційного електрозв'язку // Матеріали V Міжнародної науково-технічної конференції «Аерокосмічні системи моніторингу та керування – АВІА-2003». – К.: НАУ, 2003. – Т. 2. – С. 22.63 – 22.66.
22. *Лемешко А.В.* Тензорные поля евклидового пространства в моделях динамики телекоммуникационных сетей // Праці УНДІРТ. – 2003. – №1 (33). – С. 6-9.
23. *Лемешко А.В.* Тензорный подход к реализации принципов системотехники в теории телекоммуникационных систем // Праці УНДІРТ. – 2003. – №3 (35). – С. 86-89.
24. *Лемешко А.В., Григорьева Т.И.* Адаптация тензорных решений задачи многопутевой маршрутизации к дейтаграммным сетям // Наукові праці ОНАЗ ім. О.С. Попова. – 2003. – Вип. №1. – С. 72-76.

25. *Лемешко О.В.* Математичне моделювання телекомунікаційних мереж з використанням тензорних полів // Тези доповідей учасників V Міжнародної науково-практичної конференції „Системний аналіз та інформаційні технології”. – К.: НТУУ „КПІ”, 2003. – С. 166-167.
26. *Лемешко А.В., Беленков А.Г.* Динамическая модель комплексного решения задач маршрутизации и абонентского доступа в территориально-распределенных телекоммуникационных сетях // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии. – 2003. – Вып. 18. – С. 134-139.
27. *Лемешко А.В.* Тензорный подход к моделированию мультисервисных сетей с поддержкой услуг связи гарантированного качества // Радиотехника: Всеукр. межведомств. науч.-техн. сб. – 2003. – Вып. 133. – С. 33-41.
28. *Лемешко О.В.* Тензорний підхід до моделювання складних систем військового призначення // Інформаційний збірник тез доповідей на військово-науковій конференції „Програмно-цільові методи планування розвитку та управління функціонуванням складних ергатичних систем”. – Х.: Науковий центр бойового застосування ВПС, 2003. – С. 42-43.
29. *Лемешко А.В.* Системологические основания тензорного анализа сетей связи // Радиоэлектроника и информатика. – 2003. – № 1(22). – С. 21-25.
30. *Лемешко А.В.* Многовалентный смешанный тензор – модель многопродуктовой многополюсной телекоммуникационной сети // Труды VII Международной научно-практической конференции «Системы и средства передачи и обработки информации» ССПОИ-2003. – Одесса: Академия связи Украины, ОНАС, 2003. – С. 101-102.
31. *Лемешко А.В.* Оптимизация структурного построения телекоммуникационных систем с использованием тензорных методов синтеза // Тезисы докладов 9-й Международной конференции "Теория и техника передачи, приема и обработки информации". – Х.: ХНУРЭ, 2003. – С.48-49.
32. *Лемешко А.В.* Общесистемные аспекты тензорного описания и расчета сетей связи // Проблемы интеллектуального и военного транспорта. Выпуск 4. / Международная академия транспорта, ОАО «Научно-производственное предприятие «Радар ммс»». – С.Пб.: Агентство «ВиТ-принт», 2003. – С. 272-278.
33. *Поповский В.В., Лемешко А.В., Евсеева О.Ю.* Симплициальная модель оценки структурной сложности телекоммуникационных систем // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. – 2003. – № 5 (5). – С. 48-51.
34. *Евсеева О.Ю., Лемешко А.В., Беленков А.Г.* Обеспечение системности решений маршрутных задач с поддержкой QoS в мультисервисных сетях связи // Вісник Українського будинку економічних та науково-технічних знань. – 2003. – №2.– С. 85-90.
35. *Лемешко А.В.* Мультитензорная интерпретация решения маршрутных задач в телекоммуникационных сетях, представленных мнопродуктовыми многополюсными моделями евклидового пространства // Радиоэлектронные и компьютерные системы. – 2003. – Вып.3. – С.115-126.
36. *Лемешко А.В., Евсеева О.Ю., Беленков А.Г.* Обеспечение гарантированного качества связи при решении задач сетевого уровня ЭМВОС // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. – 2003. – № 6 (6). – С. 30-33.

37. *Лемешко А.В., Беленков А.Г.* Двухуровневый алгоритм оптимизации процессов маршрутизации и управления доступом в телекоммуникационных сетях магистрального уровня // Радиотехника: Всеукр. межведомств. науч.-техн. сб. – 2003. – Вып. 135. – С. 113-118.
38. *Лемешко А.В.* Мультитензорное представление мнопродуктовой многополюсной модели телекоммуникационной сети // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии. – 2003. – Вып. 21. – С. 92-101.
39. *Лемешко А.В.* Тензорные модели решения задачи поиска кратчайшего пути // Прикладная радиоэлектроника. – 2003. – Т. 2, № 1. – С. 52-59.
40. *Popovsky Vl., Lemeshko A.* Multitensor Model of the Telecommunication Network // Proceedings of international conference Modern Problems of Radio Engineering, Telecommunications and Computer Science, TCSET'2004. – Lviv-Slavsko, 2004. – P. 323-325.
41. *Лемешко А.В.* Тензорная модель решения задачи многопутевой маршрутизации информационного трафика заданного объема с требуемым временем доведения в двухполюсных телекоммуникационных сетях // Прикладная радиоэлектроника. – 2003. – Т.2, №2. – С.140-146.
42. *Лемешко А.В.* Тензорные модели и методы в задачах анализа и синтеза телекоммуникационных систем // Труды Международной конференции «Континуальные алгебраические логики, исчисления и нейроинформатика в науке и технике – КЛИН-2004». Математические методы и модели в прикладных задачах науки и техники. – Ульяновск: УлГТУ, 2004. – Т. 7. – С. 120-122.
43. *Лемешко А.В.* Оценивание структурного разнообразия телекоммуникационных систем, представленных симплициальными моделями, по информационным показателям // Праці УНДІРТ. – 2004. – №2 (38). – С. 77-79.
44. *Поповский В.В., Лемешко А.В., Евсеева О.Ю.* Тензорная модель адаптивной фрагментации (дефрагментации) пакетов в транзитных узлах телекоммуникационной сети при решении задач многопутевой маршрутизации // Сб. тезисов докладов 10-й Международной конференции "Теория и техника передачи, приема и обработки информации". – Х.: ХНУРЭ, 2004. – С. 101-102.
45. *Лемешко А.В., Беленков А.Г., Кравчук А.А.* Тензорная модель гарантированного обслуживания агрегированных потоков // Труды VIII Международной научно-практической конференции «Системы и средства передачи и обработки информации» ССПОИ-2004. – Одесса: Академия связи Украины, ОНАС, 2004. – С. 77.
46. *Евсеева О.Ю., Лемешко А.В., Кравчук А.А.* Поточковая модель процессов маршрутизации с гарантированным качеством обслуживания // Радиотехника: Всеукр. межведомств. науч.-техн. сб. – 2004. – Вып. 138. – С. 32-37.
47. *Лемешко А.В.* Тензорная модель решения маршрутных задач с адаптивной фрагментацией (дефрагментацией) пакетов в транзитных узлах телекоммуникационной сети // Радиотехника: Всеукр. межведомств. науч.-техн. сб. – 2004. – Вып. 138. – С. 50-64.
48. *Лемешко А.В.* Тензорная формализация задач структурного синтеза мультипротокольных телекоммуникационных сетей // Прикладная радиоэлектроника. – 2004. – Т. 3, № 2. – С. 36-46.

49. *Лемешко О.В., Беленков О.Г.* Синтез субоптимальної стратегії динамічного управління доступом до магістрального сегменту телекомунікаційної мережі // Збірник наукових праць. – 2003. – Вип. 1 (9). – С. 97-103.

50. *Лемешко А.В.* Тензорная модель многопутевой маршрутизации агрегированных потоков с резервированием сетевых ресурсов, представленная в пространстве с кривизной // Праці УНДІРТ. – 2004. – №4 (40). – С. 12-18.