
А.В. Лемешко, Арус Кинан

**ОСОБЕННОСТИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОПИСАНИЯ ПРОЦЕССОВ
МНОГОАДРЕСНОЙ МАРШРУТИЗАЦИИ ПОТОКОВЫМИ МОДЕЛЯМИ**

Харьковский национальный университет радиоэлектроники

Ключевые слова: потоковая модель, отказоустойчивость, маршрутизация, Fast ReRoute, схема резервирования, многоадресный поток.

Предложена модель отказоустойчивой маршрутизации многоадресных и широковещательных потоков в MPLS-сети. Потоковая модель представлена алгебраическими уравнениями и неравенствами, которые характеризуют состояние MPLS-сети, т.е. загруженность ее каналов связи. В рамках предложенной модели заложена возможность реализовать в соответствии с концепцией Fast ReRoute три основных схемы резервирования: защиты канала, узла и дерева маршрутов. Расчет основного и резервного маршрутов осуществляется в ходе решения оптимизационной задачи нелинейного смешанного программирования.

A.V. Lemeshko, Arous Kinan

**FEATURES A MATHEMATICAL DESCRIPTION OF MULTICAST ROUTING FLOW-
BASED MODELS**

Kharkiv National University of Radio Electronics

Keywords: flow-based model, fault tolerance, routing, Fast ReRoute, backup scheme, multicast flow.

A model of fault-tolerant routing multicast and broadcast flows in MPLS-network is proposed in the paper. Threading model represented by algebraic equations and inequalities, which are characterized by the state of MPLS-network, i.e. load its links. In the proposed model is the possibility to implement in accordance with the concept of Fast ReRoute three basic backup scheme: channel protection, node and tree routes. Calculation of primary and backup paths is carried out in the course of solving a nonlinear optimization problem of mixed programming

В условиях возможной перегрузки отдельных каналов связи и маршрутизаторов телекоммуникационной сети (ТКС) на первое место выходят требования относительно повышения отказоустойчивости маршрутных решений. В технологии многопротокольной коммутации по меткам (MultiProtocol Label Switching, MPLS) функции по повышению отказоустойчивости процесса маршрутизации регламентируются в рамках концепции быстрой перемаршрутизации (Fast ReRoute) [1, 2]. В этой связи предлагается дальнейшее развитие потоковых моделей многоадресной

и широковещательной маршрутизации [3, 4] за счет придания им функций отказоустойчивости [5, 6].

Пусть при разработке модели многоадресной маршрутизации структура ТКС описывается с помощью ориентированного графа $\Gamma = (V, E)$, где $V = \{v_i, i = \overline{1, m}\}$ – множество вершин – узлов (маршрутизаторов) сети, а $(i, j) \in E$ – множество дуг графа, моделирующих каналы связи (КС) ТКС. Для каждого КС, моделируемого дугой $(i, j) \in E$, задана пропускная способность, измеряемая в пакетах в секунду (1/с), которая будет обозначаться как $\varphi_{(i, j)}$. С каждым k -м потоком связано ряд параметров: r_k – средняя интенсивность потока на входе в сеть; s_k – узел-отправитель;

$$d_k^* = \{d_k^1, d_k^2, \dots, d_k^{m_k}\} \quad (1)$$

– множество узлов-получателей, где m_k – число получателей пакетов k -го потока.

В ходе решения задачи многоадресной маршрутизации необходимо рассчитать множество булевых переменных

$$x_{(i, j)}^k \in \{0; 1\}, \quad (2)$$

каждая из которых характеризует долю интенсивности k -го потока в КС $(i, j) \in E$; $k \in K$, где K – множество потоков в сети.

На маршрутные переменные (2) накладывается ряд ограничений:

$$\sum_{j: (i, j) \in E} x_{(i, j)}^k \geq 1 \quad \text{при } k \in K, v_i = s_k, \quad (3)$$

а также

$$\sum_{i: (i, j) \in E} x_{(i, j)}^k = 1 \quad \text{при } k \in K; v_j \in d_k^* \quad (4)$$

Ограничение (3) вводится для узла-отправителя, а его выполнение ориентирует на то, что от этого узла поток, поступающий на обслуживание, будет передан хотя бы одному смежному узлу. Условие (4) нацелено на обеспечение доставки пакетов на каждый узел-получатель, причем поток должен поступать на эти узлы лишь с одного смежного узла. Для каждого транзитного узла $v_j \in V$, в качестве которого может выступать любой узел, кроме отправителя, дополнительно вводятся следующие условия:

$$\sum_{i: (i, j) \in E} x_{(i, j)}^k \geq x_{(j, p)}^k \quad \text{при } k \in K; v_j \notin s_k, \quad (5)$$

выполнение которых делает возможным наличие потока в любом из исходящих от транзитного узла каналах связи $(j, p) \in E$ лишь в том случае, когда этот поток поступает на этот узел хотя бы через один входящий КС $(i, j) \in E$.

Если в структуре сети возможно образование контуров (циклов), то при выполнении условий (2)-(5) может и не обеспечиваться связность отдельных каналов при формировании дерева маршрутов [4]. Для предотвращения образования контуров в предлагаемую модель вводятся условия (по числу контуров в сети) вида

$$\sum_{(i, j) \in E_\pi^i} x_{(i, j)}^k < |E_\pi^i|, \quad (6)$$

где E_π^i – множество дуг графа, образующих в соответствии со своей ориентацией i -й контур (π); $|E_\pi^i|$ – мощность множества E_π^i .

Выполнение условия (6) гарантирует, что число задействованных в ходе многоадресной маршрутизации дуг, составляющих тот или иной контур, всегда меньше общего количества дуг в этом контуре, т.е. контур в рассчитываемый маршрут не входит.

С целью недопущения перегрузки каналов связи маршрутизируемыми потоками необходимо выполнить следующие условия:

$$\sum_{k \in K} r_k x_{(i,j)}^k \leq \varphi_{(i,j)}, \quad (i, j) \in E. \quad (7)$$

При описании потоковой модели широковещательной маршрутизации [4] с каждым k -м потоком связано расширенное по сравнению с (1) множество узлов-получателей пакетов

$$d_k^{**} = \{d_k^1, d_k^2, \dots, d_k^{m-1}\}, \quad (8)$$

куда входят все узлы ТКС, кроме s_k .

При этом в ходе решения задачи широковещательной маршрутизации также необходимо рассчитать множество булевых маршрутных переменных $x_{(i,j)}^k$ (2), на которые накладываются ограничения, аналогичные (3), (4), (6) и (7), с сохранением ранее вкладываемого физического смысла. При этом стоит учесть, что ввиду того, что условие (4) касается всех узлов сети (кроме узла-отправителя), т.е. $v_j \in d_k^{**}$, то в потоковой модели широковещательной маршрутизации нет необходимости в дополнительном введении условий (5), т.к. в каждый узел сети (8) «по умолчанию» поступает поток заданной интенсивности r_k (4).

С целью повышения отказоустойчивости многоадресной и широковещательной маршрутизации, наряду с основным деревом маршрутов с корнем в узле-отправителе (s_k), необходимо определить запасное дерево маршрутов с тем же корнем. С математической точки зрения для определения запасного (резервного) дерева маршрутов необходимо, наряду с неизвестными (2), рассчитать дополнительные переменные \bar{x}_{ij}^k , которые характеризует долю k -го потока, протекающего в канале $(i, j) \in E$ запасного дерева маршрутов. На переменные \bar{x}_{ij}^k также накладываются ограничения, подобные (2)-(7).

Кроме того, в структуру предлагаемой модели для предотвращения пересечения основного и запасного маршрутов с реализацией различных схем резервирования [2] вводится ряд дополнительных условий-ограничений, связывающих маршрутные переменные для расчета основного и резервного деревьев путей [6]. Например, при реализации схемы защиты (i, j) -канала в предлагаемую модель (1)-(8) вводятся условия вида:

$$x_{ij}^k \bar{x}_{ij}^k = 0, \quad (9)$$

выполнение которых гарантирует использование (i, j) -канала лишь одним деревом маршрутов – либо основным, либо запасным.

При реализации схемы защиты i -го узла модель дополняется следующим условием:

$$\sum_{i:(i,j) \in E} x_{ij}^k \bar{x}_{ij}^k = 0, \quad (10)$$

выполнение которого гарантирует использование i -го узла (т.е. всех инцидентных ему каналов) либо основным, либо запасным деревом маршрутов.

Для обеспечения защиты основного дерева маршрутов в структуру модели необходимо ввести условие-равенство

$$\sum_{(i,j) \in E} x_{ij}^k \bar{x}_{ij}^k = 0, \quad (11)$$

что эквивалентно удовлетворению требований относительно отсутствия в основном и запасном деревьях маршрутов любых общих каналов ТКС.

В ходе расчета маршрутных переменных x_{ij}^k и \bar{x}_{ij}^k при решении задач Fast ReRoute в ТКС целесообразно минимизировать следующую целевую функцию:

$$F = \sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in E} c_{ij}^k x_{ij}^k + \sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in E} \bar{c}_{ij}^k \bar{x}_{ij}^k, \quad (12)$$

где c_{ij}^k и \bar{c}_{ij}^k – метрики каналов, которые используются при расчете основного и запасного деревьев маршрутов соответственно.

В результате минимизации выражения (12) осуществляется расчет переменных x_{ij}^k и \bar{x}_{ij}^k , чему на практике отвечает определение двух типов деревьев маршрутов между парой узлов отправитель-получатель – основного и запасного. Причем параллельно с расчетом маршрутов определялся порядок их использования потоками пользователей. Кроме того, в работе [6] установлена необходимость введения условия

$$\sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in E} c_{ij}^k x_{ij}^k \leq \sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in E} \bar{c}_{ij}^k \bar{x}_{ij}^k, \quad (13)$$

выполнение которого гарантирует то, что основное дерево маршрутов всегда будет эффективнее (производительнее по скорости, задержке пакетов), т.е. «короче» запасного в рамках выбранных маршрутных метрик c_{ij}^k и \bar{c}_{ij}^k .

При реализации отказоустойчивой маршрутизации многоадресных и широковещательных потоков оптимизационная задача (12) с ограничениями (2)-(11) и (13) относится к классу задач смешанного целочисленного нелинейного программирования, что предполагает применение соответствующих методов расчета.

Выводы

Таким образом, предложенная модель (1)-(13) позволяет для одного и того же многоадресного или широковещательного потока рассчитать два типа деревьев маршрутов: основное и запасное (резервное). В зависимости от применяемых в модели условий (9), (10) или (11) можно реализовать различные схемы резервирования: с защитой канала, узла и дерева маршрутов. В ходе решения задачи MPLS Fast ReRoute минимизируется аддитивная метрика основного и резервного маршрутов. При этом в качестве метрики могут выступать функции от ключевых функциональных характеристик каналов связи: пропускной способности, задержки, уровня потерь пакетов и др. Применение предложенной модели (1)-(13) позволяет расширить область применения отказоустойчивой маршрутизации с одноадресных потоков [6] на многоадресные и (или) широковещательные потоки пакетов.

Литература:

1. Pragyansmita P., Raghavan S. V. Survey of Multicast Routing Algorithms and Protocols // Proceedings of the Fifteenth International Conference on Computer Communication (ICCC 2002), 2002, p. 902-926.
2. Xi K., Chao H. IP fast reroute for double-link failure recovery // Proceeding GLOBECOM'09 Proceedings of the 28th IEEE conference on Global telecommunications, 2009, p. 1035-1042.
3. Лемешко А.В., Кинан Моххамед Арус. Поточковая модель многоадресной маршрутизации // Материалы 23-й Международной конференции "СВЧ-техника и телекоммуникационные технологии" (КрыМиКо'2013), Севастополь, 8-13 сентября 2013 г., в 2 т. – Севастополь: Вебер, 2013, Т.1, с. 523-524.
4. Лемешко А.В. Поточковые модели многоадресной и широковещательной маршрутизации в телекоммуникационных сетях [Электронный ресурс] / А.В. Лемешко, К.М. Арус // Проблемы телекоммуникаций. – 2013. – № 1 (10), с. 38 - 45. – Режим доступа: http://pt.journal.kh.ua/2013/1/1/131_lemeshko_multicast.pdf.

5. Лемешко А.В., Романюк А.А., Козлова Е.В. Модель отказоустойчивой маршрутизации в MPLS-сети // Труды Северо-Кавказского филиала Московского технического университета связи и информатики. – Ростов-на-Дону: ПЦ «Университет» СКФ МТУСИ, 2013, с. 203-206.

6. Лемешко А.В., Козлова Е.В., Романюк А.А. Математическая модель отказоустойчивой маршрутизации, представленная алгебраическими уравнениями состояния MPLS-сети // Системи обробки інформації. – Вип. 2 (109), 2013, с. 217-219.