Міністерство освіти і науки України

Харківський національний університет радіоелектроніки

ПУТЯТІНА ОЛЕКСАНДРА ЄВГЕНІЇВНА

УДК 519.6; 519.21; 004.942

МОДЕЛІ СТОХАСТИЧНИХ ПРОЦЕСІВ У ЗАДАЧАХ ОПТИМІЗАЦІЇ ПОРТФЕЛЯ ЦІННИХ ПАПЕРІВ

01.05.02 – математичне моделювання та обчислювальні методи

Автореферат
дисертації на здобуття наукового ступеня
кандидата технічних наук

Харків – 2014

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана в Харківському національному університеті радіоелектроніки, Міністерство освіти і науки України.

Науковий керівник – доктор технічних наук, професор
Машталір Володимир Петрович,
Харківський національний університет
радіоелектроніки, декан факультету
комп'ютерних наук.

Офіційні опоненти: доктор технічних наук, професор
Бідюк Петро Іванович, Національний
технічний університет України „КПІ",
професор кафедри математичних методів
системного аналізу;

доктор технічних наук, професор
Михальов Олександр Ілліч, Національна
металургійна академія України,
завідувач кафедри інформаційних
технологій і систем.

Захист відбудеться „ 25 " лютого 2014 р. о 14.30 годині на засіданні спеціалізованої вченої ради Д.64.052.02 у Харківському національному університеті радіоелектроніки за адресою: 61166, м. Харків, пр. Леніна, 14.

З дисертацією можна ознайомитися в бібліотеці Харківського національного університету радіоелектроніки за адресою: 61166, м. Харків, пр. Леніна, 14.

Автореферат розісланий " 22 " січня 2014 р.

Вчений секретар
спеціалізованої вченої ради В.В. Безкоровайний

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми. Вивчення складних динамічних систем, які знаходяться під впливом випадкових завад, потребує застосування статистичних методів оцінки стану системи. Прикладом такої складної системи є фінансовий ринок, зокрема, процес керування інвестиціями шляхом створення так званого портфеля цінних паперів.

Поява на українському фондовому ринку як вітчизняних, так і іноземних інвесторів обумовила гостру необхідність у створенні систем портфельного інвестування в цінні папери, побудова яких заснована на добре відомих роботах Г. Марковиця, У. Шарпа, Ф. Блека, М. Шоулза.

Оптимізація портфеля цінних паперів – актуальна задача, яка не має універсального розв'язку до сьогоднішнього дня. Це пов'язано з різномаїттям реальних процесів, аналіз яких потребує розробки нових та вдосконалення існуючих математичних моделей для стохастичних процесів різного виду: броунівських процесів зі стрибками (дробовим шумом), дифузійних процесів із лінійними та нелінійними коефіцієнтами. При цьому процес зміни ціни ринкових акцій може спостерігатися напряму (безпосередньо), але процес прибутковості не є безпосередньо спостережуваним. Виникає проблема оцінки коефіцієнта прибутковості (задача фільтрації) за наявності інформації щодо цін акцій.

Розв'язати цю проблему можливо в рамках теорії стохастичних диференціальних рівнянь із нелінійними коефіцієнтами та стрибками. Подібні задачі зустрічаються у багатьох технічних областях, де необхідно виконати фільтрацію величини, що не спостерігається. Термін „фільтрація" означає знаходження „найкращої оцінки" величини за наявності спостереження іншої величини (спостережуваної), яка залежить від величини, що не спостерігається. Припускається, що спостережувані і не спостережувані величини є розв'язками відповідних стохастичних диференціальних рівнянь. Якщо коефіцієнти рівнянь лінійні, то існує явний розв'язок цієї задачі за допомогою фільтра Калмана-Б'юсі.

Безпосереднє застосування вказаного фільтра або його розширеної версії неможливе для розв'язання поставлених задач фінансового ринку. Актуальним є напрямок пошуку наближених методів фільтрації.

В дисертації в рамках аналізу стохастичних диференціальних рівнянь і застосування методів фільтрації стохастичних процесів ставляться задачі оптимізації портфеля цінних паперів та доведення практичної можливості застосування результатів роботи в реальних інвестиційних системах, зокрема, банківських установах.

Зв'язок роботи з науковими програмами, темами, планами. Дисертаційна робота виконувалась згідно плану науково-дослідних робіт Харківського національного університету радіоелектроніки в рамках держбюджетних тем № 214 „Синтез методів обробки інформації за умов невизначеності на основі самонавчання та м'яких обчислень (№ДР 0107U003028)" та № 245 „Еволюційні гібридні системи обчислювального інтелекту зі змінною структурою для інтелектуального аналізу даних” (№ДР 0110U000458). У рамках цих тем автором, як одним із виконавців робіт, були розроблені математичні моделі стохастичних процесів стосовно коливань цін акцій на фінансових ринках та розроблені методи оптимізації портфеля цінних паперів.

Мета та задачі дослідження. Мета дисертаційної роботи полягає в підвищенні ефективності фінансово-інвестиційної діяльності шляхом розробки методів розв’язання задачі оптимізації портфеля цінних паперів для моделей поведінки ціни акції зі стрибками.

Для досягнення поставленої мети необхідно розв’язати такі задачі:

– вивчити стохастичні моделі поведінки ціни акції, які найкращим чином відображають динаміку фінансового ринку, на якому часто трапляються різкі зміни;

– дослідити задачу фільтрації не спостережуваних стохастичних параметрів моделі поведінки ціни акції зі стрибками або нелінійними коефіцієнтами, яка в загальному вигляді є нелінійною та нескінченновимірною і не може бути розв’язана у явному вигляді; слід вивчити можливість її наближеного розв’язання;

– дослідити можливості наближення стрибків у моделі поведінки ціни акції Броунівським рухом із метою забезпечення можливості подальшого застосування фільтра Калмана-Б’юсі.

– розв’язати задачу оптимізації портфеля цінних паперів для моделей поведінки ціни акції зі стрибками: наближений та аналітичний розв’язки при повній та неповній інформації;

– проаналізувати шляхи застосування отриманих результатів в інвестиційних системах: банках, системах недержавного пенсійного страхування.

Об’єкт дослідження – складні динамічні системи з випадковими завадами, зокрема системи управління інвестиціями.

Предмет дослідження – стохастичні моделі поведінки ціни акції зі стрибками та методи розв’язання задачі оптимізації портфеля цінних паперів.

Методи дослідження – в дисертаційній роботі для розв’язання задачі оптимізації портфеля цінних паперів використовуються методи теорії фільтрації, апроксимації та лінеаризації стохастичних процесів, а також методи теорії оптимального керування стохастичними системами, метод Монте-Карло.

Наукова новизна. Проведені в дисертаційній роботі дослідження дозволили розв’язати задачу оптимізації портфеля цінних паперів для моделей поведінки ціни акції зі стрибками. У рамках розв’язання задачі отримано такі нові наукові результати.

1. Вперше отримано аналітичний розв’язок задачі оптимізації портфеля цінних паперів, коли поведінка цін акцій на ринку керується Броунівським рухом і дробовим шумом за наявності повної інформації. Сформульована і доведена теорема верифікації (для випадку, коли ціна акції керується дробовим шумом).

2. Вперше запропонована модель поведінки ціни акції, яка керується Броунівським рухом і складеним процесом Пуассона замість дробового шуму. Зазначена модель зручна при моделюванні ринкових процесів, оскільки стрибки складеного процесу Пуассона, на відміну від дробового шуму, не загасають з

часом. Отримано розв'язок задачі оптимізації портфеля цінних паперів при повній і неповній інформації для моделі зі складеним процесом Пуассона.

3. Запропоновано наближений метод розв'язання нескінченновимірної задачі фільтрації для процесів, керованих Броунівським рухом і комбінованими завадами. В результаті, замість дифузійного процесу зі стрибками отримано дифузійний процес без них, що дозволило при дослідженні процесів вказаного класу застосувати фільтр Калмана.

4. Вперше запропонована лінеаризована модель в якості вдосконаленої моделі Хестона та метод розв'язання задачі нелінійної нескінченновимірної фільтрації для моделі Хестона, в якій волатильність ціни акції і коефіцієнт прибутковості є випадковими процесами.

5. Отримав подальший розвиток метод розв'язання задачі оптимізації портфеля цінних паперів для моделі Хестона поведінки ціни акції при неповній інформації (спостерігаються тільки ціни акції, але не волатильність). Результати моделювання показали, що середні відхилення між оптимальною стратегією за наявності повної інформації і оптимальною стратегією при неповній інформації не мають суттєвої різниці.

Практичне значення отриманих результатів. Практичне значення математичних моделей і обчислювальних методів, що розроблені в дисертаційній роботі, полягає в тому, що вони дозволяють з необхідною мірою точності обчислювати явні і приховані параметри випадкових фінансових потоків шляхом фільтрації, включаючи різкі зміни типу дробового шуму або істотні (нелінійні) зміни ціни акції.

1. Результати дисертації у складі моделей, методів і програмних засобів впроваджено в тестовому проекті АТ Банк "Меркурій" (акт від 18.11.2013 р.).

Впровадження пропонованих моделей в практичну діяльність АТ Банк "Меркурій" дозволяє вирішити проблему оптимального розподілу капіталу по різноманітним активам, оптимізувати портфель цінних паперів банку з урахуванням прийнятного рівня корисності капіталу в умовах неповної інформації.

Використання запропонованих моделей дозволяє розглянути доцільну збалансованість портфеля за структурою різних цінних паперів.

2. Результати роботи впроваджено в навчальний процес факультету прикладної математики і менеджменту Харківського національного університету радіоелектроніки в рамках дисциплін „Економіко-математичне моделювання", „Банківська справа", „Фондовий ринок та цінні папери", „Менеджмент та моделі ризику в економіці та бізнесі" (акт впровадження від 18.11.2013 р.).

3. Для підтвердження працездатності та ефективності запропонованих методів розроблено програмний засіб „Система імітаційного моделювання методів обробки, аналізу та інтерпретації динамічної інформації". Його зареєстровано в Реєстрі ОДС ХНУРЕ за № UA.ОДС-054.066-12.

Іншим можливим застосуванням матеріалів дисертації є недержавні пенсійні фонди, створення яких є назрілою проблемою пенсійної реформи в Україні. При цьому центральним моментом цієї проблеми є управління активами, сформованими на базі депозитів вкладників, шляхом формування оптимального портфеля акцій та інших цінних паперів.

Особистий внесок здобувача. Всі результати дисертаційної роботи, які виносяться на захист, нові, отримані автором особисто і опубліковані в роботах [1-6, 8], що містять в собі всі теоретичні та практичні дослідження автора в галузі математичного моделювання стохастичних процесів в задачах оптимізації портфеля цінних паперів.

В статті [7], опублікованій у співавторстві, автору належать наступні результати: запропоновано способи підвищення якості і обґрунтованості рішень, які базуються на методах узгодження даних, що приймаються, в умовах невизначеності, комп’ютерна реалізація яких була використана в тестовому проекті Банка "Меркурій" за допомогою програмного засобу "Система імітаційного моделювання методів обробки, аналізу і інтерпретації динамічної інформації". В доповіді [9], опублікованій у співавторстві, автору належить розробка наближеного методу фільтрації. В доповіді [10], опублікованій у співавторстві, автору належить розробка методу оптимізації портфеля цінних паперів при неповній інформації та наявності стрибків.

Апробація результатів дисертації. Основні положення дисертаційної роботи доповідались на наступних наукових конференціях та семінарах:

– 9^{ій} міжнародній конференції CADSM (Україна, Львів-Поляна, 2007 р.);

– 16^{ій} міжнародній конференції з прикладної теорії ймовірностей INFORMS «The Applied Probability Society Conference» (Швеція, Стокгольм, 2011 р.);

– 10^{ій} міжнародній конференції German Probability and Statistics Days «Stochastik-Tage Mainz» (Німеччіна, Майнц, 2012 р.);

– наукових семінарах відділу фінансової математики факультету математики університета Кайзерслаутерна, Німеччіна.

Публікації. Результати дисертаційної роботи опубліковані у 10 друкованих працях: (одна монографія та одна стаття в зарубіжних виданнях, 5 статей у виданнях, які увійшли до переліків наукових фахових видань України з технічних наук (4 з них одноосібні), 3 публікації у збірниках матеріалів міжнародних наукових конференцій.

Структура та обсяг дисертації. Дисертаційна робота складається із вступу, чотирьох розділів з висновками, загальних висновків, списку використаної літератури, 3 додатків. Обсяг роботи – 170 сторінок, у тому числі 157 сторінок основного тексту, додатків – 3 сторінки. Дисертація містить 30 рисунків (22 сторінки), 5 таблиць (6 сторінок) та список використаних джерел із 111 найменувань на 10 сторінках.

ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

У вступі обґрунтована актуальність теми, сформульовані мета та задачі дослідження, розглянуті наукова новизна та практичне значення отриманих результатів.

У першому розділі здійснено аналіз літературних джерел за темою дисертації. Розглянуті основні положення теорії фільтрації випадкових процесів, поняття кінечновимірної та нескінченновимірної фільтрації та способи її реалізації в рамках розв'язання канонічних рівнянь фільтрації – рівнянь Закаі та Кушнера-Стратоновича.

Викладено стан питання з оптимізації портфеля цінних паперів. Портфель цінних паперів складається із ризикованої акції та безризикового банківського рахунку. Мета оптимізації полягає в знаходженні оптимальної інвестиційної стратегії, що змінюється у часі так, щоб у кінцевий момент часу корисність капіталу була максимальною. Оптимізація портфеля цінних паперів може здійснюватися при повній та при неповній інформації. Повна інформація передбачає знання значень всіх параметрів моделі, яка розглядається. Неповна інформація стосується спостереження тільки деяких параметрів моделі, інші залишаються невідомими. Задача оптимізації портфеля цінних паперів розв'язується за допомогою методів оптимального керування, в основі яких лежить рівняння Гамільтона-Якобі-Беллмана.

У другому розділі розглянута оптимізація портфеля цінних паперів для моделі поведінки ціни акції, яка керується Броунівським рухом та дробовим шумом.

Дробовий шум – це процес λ_t, визначений таким чином:

$$\lambda_t = \lambda_0 e^{-\delta t} + \sum_{i=1}^{M_t} Y_i e^{-\delta(t-s_i)}\,, \tag{1}$$

де λ_0 – початкове значення λ_t ; $\{Y_i\}_{i=1,2,\ldots}$ – послідовність незалежних однаково розподілених випадкових величин із функцією розподілу $F(y)$ та $M(Y_i)=\mu_1$; $\{s_i\}_{i=1,2,\ldots}$ – послідовність, яка подає моменти часу подій процесу Пуассона M_t з постійною інтенсивністю ρ ; δ – швидкість експоненційного убування.

Ефект дробового шуму включається наступним чином у модель поведінки ціни акції:

$$S_t = \tilde{S}_t \exp(\lambda_t) = \tilde{S}_0 e^{\int_0^t \mu_s ds - \frac{\upsilon^2}{2} t + \upsilon W_t} e^{\lambda_t}\,, \tag{2}$$

де S_t – ціна акції; μ_t – процес прибутковості, який підпорядковується процесу Орнштейна-Улєнбєка

$$d\mu_t = \kappa(\bar{\mu} - \mu_t)dt + \varpi dV_t\,, \tag{3}$$

де $\bar{\mu}$ – середнє значення процесу прибутковості; κ – швидкість повернення до середнього значення процесу прибутковості; ϖ – волатильність процесу прибутковості μ_t, V_t - Вінеровський процес незалежний від Вінеровського процесу W_t.

Диференційна форма дробового шуму подана виразом:

$$d\lambda_t = -\delta\lambda_t dt + \int_E yN(dt, dy),$$

де $N(dt, dy)$ – випадкова міра Пуассона.

Диференційна форма моделі (2) поведінки ціни акції має наступний вигляд:

$$dS_t = S_{t-}\left[\mu_t dt + \upsilon dW_t + d\lambda_t + \int_E \left(e^y - 1 - y\right)N(dt, dy)\right].$$

Якщо у середньому значення стрибків Y_i менше, ніж мале ε, тоді останнім членом можна знехтувати, тому що він достатньо малий. Тоді диференційна форма моделі (2) спрощується і модель (2)-(3) наближується наступною парою стохастичних диференціальних рівнянь (СДР):

$$dS_t \approx S_{t-}\mu_t dt + \upsilon S_{t-} dW_t + S_{t-} d\lambda_t, \quad (4)$$

$$d\mu_t = \kappa(\bar{\mu} - \mu_t)dt + \varpi dV_t. \quad (5)$$

Фільтрація полягає в оцінюванні μ_t для кожного t, враховуючи ціни акцій S_s, $s \le t$,

$$\hat{\mu}_t = M[\mu_t \mid F_t^S],$$

де F_t^S – сигма-алгебра, побудована на цінах акцій до моменту часу t.

Задача фільтрації випадкових процесів з дробовим шумом є нескінченновимірною і не може бути розв'язана у явному вигляді. У роботі застосовується підхід, заснований на наближенні дробового шуму λ_t Броунівським рухом та наступним застосуванням фільтра Калмана.

Наближення $\hat{\lambda}_t$ процесу дробового шуму λ_t записується у такому вигляді:

$$\hat{\lambda}_t = \mu_1\rho/\delta + Z_t\sqrt{\mu_2\rho/2\delta},$$

де Z_t підпорядковується процесу Орнштейна-Уленбєка $dZ_t = -\delta Z_t dt + \sqrt{2\delta}dB_t$ та має нормальний розподіл із середнім значенням $M(Z_t) = Z_0 e^{-\delta t} \to 0$ при $t \to \infty$ та з дисперсією $D(Z_t) = 1 - e^{-2\delta t} \to 1$ при $t \to \infty$.

Розв’язана задача оптимізації портфеля цінних паперів для моделі поведінки ціни акції, у якої дробовий шум апроксимований Броунівським рухом.

Процес дробового шуму та модель поведінки ціни акції з дробовим шумом апроксимовані таким чином:

$$\frac{dS_t}{S_t} \approx \mu_t dt + \upsilon dW_t + d\hat{\lambda}_t = \mu_t dt + \upsilon dW_t + dZ_t \sqrt{\frac{\mu_2 \rho}{2\delta}} =$$

$$= \left(\mu_t - \delta Z_t \sqrt{\frac{\mu_2 \rho}{2\delta}} \right) dt + \upsilon dW_t + \sqrt{\mu_2 \rho}\, dB_t, \tag{6}$$

$$d\mu_t = \kappa(\bar{\mu} - \mu_t)dt + \varpi dV_t, \tag{7}$$

$$dZ_t = -\delta Z_t dt + \sqrt{2\delta}\, dB_t. \tag{8}$$

Ця модель поведінки ціни акції використана для портфеля цінних паперів, який складається із банківського рахунку та акції. Враховуючи, що банківська процентна ставка є константа та може бути прирівняна нулю без втрати загальності, то процес зміни капіталу портфеля цінних паперів має такий вигляд:

$$dX_t = X_t \pi_t \frac{dS_t}{S_t},$$

де π_t – частка капіталу, що інвестована в акції; x_0 – початковий капітал.

Вибір інвестиційної стратегії π_t полягає в максимізації очікуваної корисності $M[U(X_T)]$ капіталу в кінцевий момент часу T, де $U(x)$ – функція корисності. У кожний момент часу t інвестор обирає, яку частку капіталу слід інвестувати в акції.

Для розв’язання задачі оптимізації портфеля цінних паперів модель (6)-(8) спрощена. Коефіцієнти κ та δ цієї моделі являють швидкість, з якою втрачається інформація у процесах прибутковості та дробового шуму. Тому можна покласти $\kappa = \delta$. Якщо перетворити процес μ_t шляхом віднімання від нього cZ_t, то диференційна форма $\mu_t - cZ_t$ представляється у такому вигляді:

$$d(\mu_t - cZ_t) = \kappa(\bar{\mu} - (\mu_t - cZ_t))dt + \varpi dV_t - c\sqrt{2\kappa}\, dB_t.$$

Якщо позначити $\eta_t = \mu_t - cZ_t$, то модель (6)-(8) виглядає таким чином:

$$\frac{dS_t}{S_t} = \eta_t dt + \upsilon dW_t + \sqrt{\mu_2 \rho}\, dB_t, \tag{9}$$

$$d\eta_t = \kappa(\bar{\mu} - \eta_t)dt + \varpi dV_t - c\sqrt{2\kappa}\, dB_t. \tag{10}$$

Задачу оптимізації портфеля цінних паперів для моделі (9)-(10) можна розв'язати при повній та неповній інформації.

При $\kappa \neq \delta$ неможливо скористатися моделлю (9)-(10). Інша наближена модель отримана для випадку, коли стрибки дробового шуму та другий початковий момент μ_2 є малі величини у порівнянні зі значеннями коефіцієнта прибутковості μ_t. Тоді

$$\frac{dS_t}{S_t} = \mu_t dt + \upsilon dW_t + \sqrt{\mu_2 \rho} dB_t, \tag{11}$$

$$d\mu_t = \kappa(\bar{\mu} - \mu_t)dt + \varpi dV_t. \tag{12}$$

Розв'язана задача оптимізації для наближених моделей (9)-(10) та (11)-(12) поведінки ціни акції. Наведено порівняння цього розв'язку з розв'язком задачі оптимізації для неапроксимованого дробового шуму.

Оптимізація портфеля цінних паперів для моделі поведінки ціни акції, у якої дробовий шум не апроксимований Броунівським рухом.

Нехай на фінансовому ринку розглядаються дві інвестиційні стратегії:

– банківський рахунок

$$dP_t = rP_t dt,$$

– ризикована акція

$$S_t = S_0 e^{\int_0^t \mu_s ds - \frac{\upsilon^2}{2}t + \upsilon W_t + \lambda_t}$$

або

$$dS_t = S_{t-}\left[(\mu_t - \delta\lambda_t)dt + \upsilon dW_t + \int_E \left(e^y - 1\right) N(dt, dy)\right].$$

Процес зміни коефіцієнта прибутковості μ_t описується наступним СДР:

$$d\mu_t = \kappa(\bar{\mu} - \mu_t)dt + \varpi dV_t,$$

де V_t та W_t – незалежні Броунівські рухи.

Процес зміни вартості капіталу визначається як:

$$dX_t = X_t(1-\pi_t)\frac{dP_t}{P_t} + X_t \pi_t \frac{dS_t}{S_t} =$$
$$= \left(r(1-\pi_t) + (\mu_t - \delta\lambda_t)\pi_t\right)X_t dt + \upsilon \pi_t X_t dW_t + \pi_t X_{t-}\int_E g(y)N(dt, dy),$$

де $g(y) = e^y - 1$; π – інвестиційна стратегія (керуючий процес), яка визначає частку капіталу, інвестованого в акції. Для спрощення прийнято $r = 0$. Процесс

$Z_t^{(\pi)} = (t, X_t, \mu_t, \lambda_t)$ – керований дифузійний процес зі стрибками. Розглянуто наступний критерій:

$$\Phi(z) = M^z[U(X_t)],$$

де $U(x) = x^\gamma / \gamma$ для $\gamma < 1,\ \gamma \neq 0$.

Задача полягає у тому, щоб знайти оптимальну інвестиційну стратегію π^* так, щоб максимізувати $M^z[U(X_T)]$. Функція значень має такий вигляд:

$$J(z) = J(t, x, \mu, \lambda) = \sup_\pi M^z[U(X_T) | X_t = x, \mu_t = \mu, \lambda_t = \lambda].$$

Генератор процесу $Z_t^{(\pi)}$ визначається виразом:

$$AJ(z) = \frac{\partial J}{\partial s} + \pi x(\mu - \delta\lambda)\frac{\partial J}{\partial x} + \frac{1}{2}\upsilon^2\pi^2 x^2 \frac{\partial^2 J}{\partial x^2} + \int_E \{J(x + x\pi g(y)) - J(x)\} v(dy) +$$
$$+ \frac{1}{2}\varpi^2 \frac{\partial^2 J}{\partial \mu^2} + \kappa\bar{\mu}\frac{\partial J}{\partial \mu} - \kappa\mu\frac{\partial J}{\partial \mu} - \delta\lambda\frac{\partial J}{\partial \lambda} + \int_E \{J(\lambda + y) - J(\lambda)\} v(dy),$$

де $v(dy) = \rho F(dy)$; x – значення X_t в момент часу t; μ значення μ_t в момент часу t; π – значення π_t в момент часу t; λ – значення λ_t в момент часу t.

Функція значень $J(z)$ є розв'язком рівняння Гамільтона-Якобі-Беллмана:

$$\max_\pi \{AJ\} = 0.$$

Для функції значень, яка має таку форму:

$$J(z) = J(t, x, \mu, \lambda) = \frac{x^\gamma}{\gamma} h(t, \mu, \lambda),$$

маємо

$$AJ(t, x, \mu, \lambda) = \frac{x^\gamma}{\gamma}\frac{\partial h(t, \mu, \lambda)}{\partial t} + \pi x(\mu - \delta\lambda) x^{\gamma-1} h(t, \mu, \lambda) +$$
$$+ \frac{1}{2}\upsilon^2\pi^2 x^2(\gamma - 1)x^{\gamma-2} h(t, \mu, \lambda) + h(t, \mu, \lambda)\frac{1}{\gamma}\int_E \{(x + x\pi g(y))^\gamma - x^\gamma\} v(dy) +$$
$$+ \frac{1}{2\gamma}\varpi^2 x^\gamma \frac{\partial^2 h(t, \mu, \lambda)}{\partial \mu^2} + \frac{1}{\gamma}\kappa\bar{\mu} x^\gamma \frac{\partial h(t, \mu, \lambda)}{\partial \mu} - \frac{1}{\gamma}\kappa\mu x^\gamma \frac{\partial h(t, \mu, \lambda)}{\partial \mu} -$$

$$-\frac{1}{\gamma}\delta\lambda x^{\gamma}\frac{\partial h(t,\mu,\lambda)}{\partial\lambda}+\frac{1}{\gamma}x^{\gamma}\int_{E}\{h(t,\mu,\lambda+y)-h(t,\mu,\lambda)\}\nu(dy):=p(\pi). \quad (13)$$

Максимізатор $\pi^{*}=\pi(t,\mu,\lambda)$ в (13) є розв'язком інтегрального рівняння, яке здобуто шляхом диференціювання $p(\pi)$ по π:

$$\mu-\delta\lambda+\upsilon^{2}\pi(\gamma-1)+\int_{E}\left\{(1+\pi g(y))^{\gamma-1}g(y)\right\}\nu(dy)=0, \quad (14)$$

якщо

$$\frac{d^{2}p}{d\pi^{2}}(\pi(t,\mu,\lambda))<0$$

для всіх можливих значень t, μ, λ.

З метою обґрунтування того, що розв'язок рівняння Гамільтона-Якобі-Беллмана є розв'язком початкової задачі оптимізації, у дисертаційній роботі доведена теорема верифікації (для цін акцій з ефектом дробового шуму).

Рівняння (14) не розв'язується у явному вигляді, тому розглянуто наближення першого порядку $\tilde{\pi}^{*}$ оптимальної інвестиційної стратегії π^{*}, яке має наступний вигляд:

$$\tilde{\pi}^{*}=-\frac{1}{(\gamma-1)(\upsilon^{2}+\rho\int_{E}g^{2}(y)F(dy))}\left(\mu-\delta\lambda+\rho\int_{E}g(y)F(dy)\right).$$

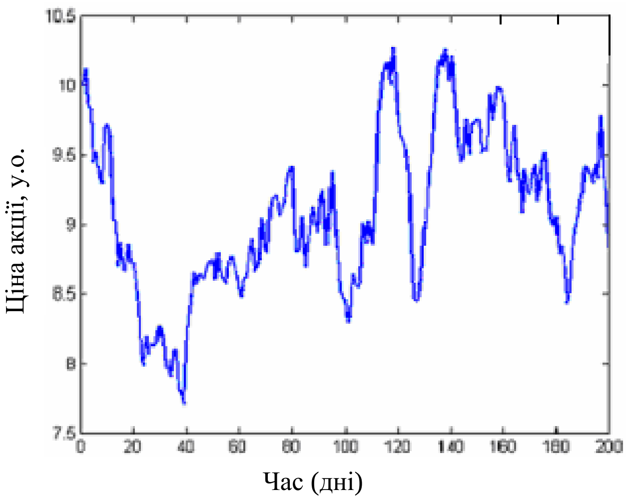
З метою виконання чисельних експериментів розглянуто, як приклад, наступну модель поведінки ціни акції:

$$S_t=S_0e^{\int_0^t\mu_s ds-\frac{0.5^2}{2}t+0.5W_t+\lambda_t}.$$

$$d\mu_t=0.5(0.1-\mu_t)dt+0.2dV_t,$$

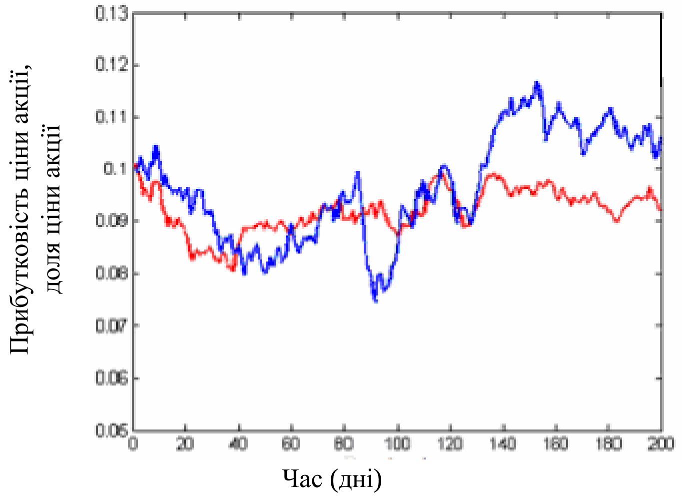
де дробовий шум λ_t має параметри: інтенсивність ρ процесу Пуассона M_t дорівнює 1.04, розмір стрибків y підпорядковується нормальному розподілу $N(0{,}007)$. Функція корисності в задачі оптимізації має вигляд $U(x)=x^{\gamma}/\gamma$, $\gamma=-0.2$.

На рисунку 1 показана поведінка ціни акції. На рисунку 2 наведені істиний та фільтрований процеси коефіцієнта прибутковості акції. Рисунок 3 порівнює оптимальні інвестиційні стратегії, отримані різними способами. Динаміка капіталу, отриманого при використанні чотирьох оптимальних інвестиційних стратегій, показана на рисунку 4.



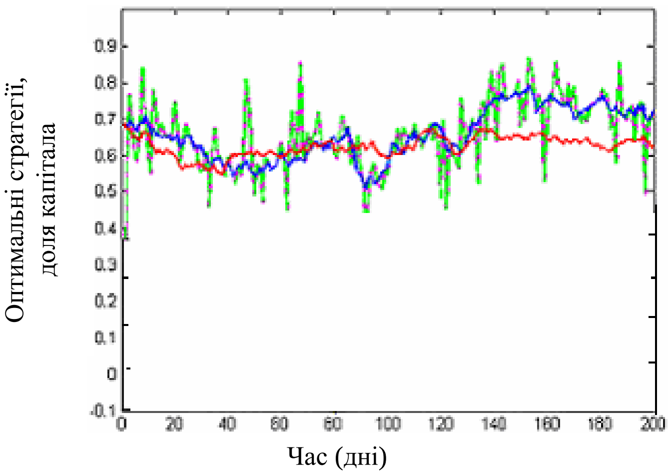
— Ціна акції

Рисунок 1 – Поведінка ціни акції



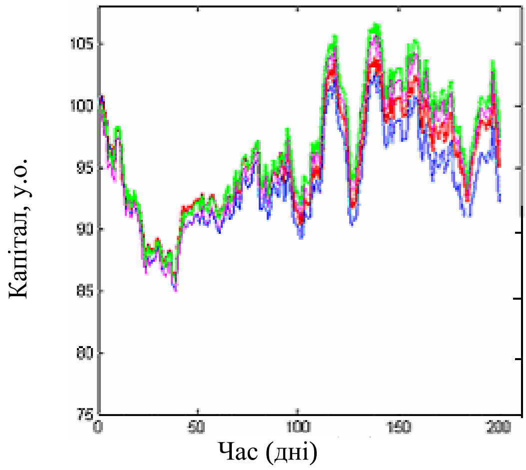
— Істинна прибутковість — Фільтрована прибутковість

Рисунок 2 – Істинний та фільтрований процеси прибутковості



— Апроксимована оптимальна стратегія (аналітичний розв'язок для ціни акції з дробовим шумом)
... Оптимальна стратегія (аналітичний розв'язок для ціни акції з дробовим шумом)
— Оптимальна стратегія для апроксимованого дробового шуму при повній інформації
— Оптимальна стратегія для апроксимованого дробового шуму при неповній інформації

Рисунок 3 – Процес зміни оптимальних інвестиційних стратегій



— Капітал при неповній інформації (апроксимований дробовий шум)
— Капітал при повній інформації (апроксимований дробовий шум)
— Капітал (аналітичний розв'язок для ціни акції з дробовим шумом)
— Апроксимований капітал (аналітичний розв'язок для ціни акції з дробовим шумом)

Рисунок 4 – Динаміка капіталу

У дисертаційній роботі отримала подальший розвиток модель поведінки ціни акції, що керується Броунівським рухом та дробовим шумом. Важливим випадком дробового шуму є складений процес Пуассона (випадок коли $\delta = 0$ в (1)), який має такий вигляд:

$$J_t = \sum_{i=1}^{M_t} Y_i = \sum_{i, B_t \le t} Y_i = \int_0^t \int_E H(s,y) N(ds,dy),$$

де $H(s_i, Y_i) = Y_i$.

Процес поведінки ціни акції S_t визначається як:

$$S_t = S_0 e^{L_t} = S_0 e^{\int_0^t \mu_s ds - \frac{\nu^2}{2} t + \upsilon W_t + J_t}, \quad (15)$$

$$d\mu_t = \kappa(\bar{\mu} - \mu_t)dt + \omega dV_t, \quad (16)$$

де V_t – Броунівський рух, незалежний від Броунівського руху W_t; ϖ – коефіцієнт дифузії; $\bar{\mu}$ – середнє значення коефіцієнта прибутковості; κ – швидкість прагнення до середнього $\bar{\mu}$; υ – волатильність ціни акції, J_t – складений процес Пуассона.

Складений процес Пуассона, як і дробовий шум, може бути наближений Броунівським рухом, тоді наближена модель поведінки ціни акції має наступний вигляд:

$$dS_t \approx (\mu_t + \mu_1 \rho) S_{t-} dt + \nu S_{t-} dW_t + S_{t-} dB_t \sqrt{\mu_2 \rho},$$

$$d\mu_t = \kappa(\bar{\mu} - \mu_t)dt + \omega dV_t,$$

де B_t – це Броунівський рух, незалежний від V_t та W_t.

Якщо коефіцієнт прибутковості неспостережуваний, то його можна оцінити застосовуючи фільтр Калмана до наближеної моделі поведінки ціни акції, що керується двома незалежними Броунівським рухами.

У роботі запропонований аналітичний метод розв’язання задачі оптимізації портфеля цінних паперів для моделі (15)-(16) поведінки ціни акції зі складеним процесом Пуассона. Метод розв’язання задачі аналогічний методу розв’язання задачі оптимізації портфеля для моделі поведінки ціни акції з дробовим шумом. Оптимальна інвестиційна стратегія у даному випадку задовольняє інтегральному рівнянню (14), якщо покласти в ньому $\delta = 0$.

Третій розділ присвячений розв’язанню задачі оптимізації портфеля цінних паперів для ціни акції, яка підпорядковується моделі Хестона. Модель Хестона – це модель поведінки ціни акції, у якої волатильність (середньоквадратичне відхилення) ціни акції не є константою або детермінованою функцією, проте є випадковим процесом. Коефіцієнт прибутковості ціни акції керується тим же випадковим процесом, що і волатильність.

Задача оптимізації портфеля цінних паперів, складеного із банківського рахунку та однакових акцій, поведінка яких підпорядковується моделі Хестона, розв'язана за умовою наявності повної та неповної інформації. Під поняттям неповної інформації мається на увазі те, що процес, який описує волатильність акції, не є спостережуваним на ринку і його оцінка мусить бути отримана за допомогою фільтрації при наявності спостережень за цінами акції. Коефіцієнти моделі Хестона не є константами або лінійними функціями. Виникає задача нелінійної нескінченновимірної фільтрації. У третьому розділі запропоновано розв'язання наближеними методами. Основна мета отримання наближеного розв'язку – це можливість застосування розширеного фільтра Калмана до моделі з нелінійними коефіцієнтами.

Модель Хестона, яка описує динаміку ціни акції S_t, $t>0$, має вигляд:

$$dS_t = S_t(r+\lambda z_t)dt + S_t\sqrt{z_t}\,dW_t, \quad (17)$$

$$dz_t = \kappa(\theta - z_t)dt + \sigma\sqrt{z_t}\,dV_t, \quad (18)$$

де z_t, $t>0$ – стохастична волатильність ціни акції; r – процентна ставка; λ – реальне число; θ – середня волатильність, до якої наближається математичне сподівання z_t; $\kappa>0$ – швидкість, з якою z_t наближається до θ; σ – коефіцієнт дифузії у рівнянні волатильності z_t; процеси W_t и V_t є незалежними Вінеровськими процесами.

За умов фінансового ринку інвестор має інформацію про ціни акцій, але не знає значень волатильності ціни акції. Нехай ціни акцій спостерігаються тільки у дискретному часі: $S_1, S_2,\ldots,S_k$, $k\in N$. Маючи дискретні спостереження цін акції S_k, треба оцінити значення волатильності z_t ціни акції у відповідності до моделі (17)-(18) для оптимізації портфеля цінних паперів.

Розв'язання задачі нелінійної фільтрації у явному вигляді є дуже складною задачею. Її розв'язання можливе наближено, якщо застосувати розширений фільтр Калмана.

З метою виконання порівняльного аналізу розв'язок задачі оптимізації портфеля цінних паперів для моделі Хестона за наявності повної інформації про акцію (на фінансовому ринку спостерігаються ціни акцій S_t та значення волатильності z_t ціни акції) було отримано шляхом використання відомих результатів. Спосіб розв'язання задачі оптимізації портфеля цінних паперів для моделі Хестона при наявності неповної інформації (спостерігаються тільки ціни акцій, але не волатильність) у дисертаційній роботі знайдений вперше.

Рівняння (17)-(18) розглянуті у вигляді:

$$ds_t = \frac{dS_t}{S_t} = (r+\lambda z_t)dt + \sqrt{z_t}\,dW_t = h(z_t)dt + g(z_t)dW_t,$$

$$dz_t = \kappa(\theta - z_t)dt + \sigma\sqrt{z_t}\,dV_t = f(z_t)dt + \sigma(z_t)dV_t,$$

де $f(z_t) = \kappa(\theta - z_t)$; $\sigma(z_t) = \sigma\sqrt{z_t}$; $h(z_t) = r + \lambda z_t$; $g(z_t) = \sqrt{z_t}$.

СДР з нелінійними коефіцієнтами наближені за допомогою розкладення Тейлора:

$$ds_t \approx (h'(\bar{z}_t)(z_t - \bar{z}_t) + h(\bar{z}_t))dt + g(\bar{z}_t)dW_t,$$
$$dz_t \approx (f'(\bar{z}_t)(z_t - \bar{z}_t) + f(\bar{z}_t))dt + \sigma(\bar{z}_t)dV_t,$$

де h' і f' – перші похідні функцій h та f відповідно; $\bar{z}$ – розв'язок звичайного диференціального рівняння

$$\frac{d\bar{z}_t}{dt} = f(\bar{z}_t),\ \bar{z}_0 = z_0 \text{ у вигляді } \bar{z}_t = (z_0 - \theta)e^{-\kappa t} + \theta.$$

У результаті модель Хестона перетворюється до вигляду:

$$ds_t \approx (r + \lambda z_t)dt + g(\bar{z}_t)dW_t = (r + \lambda z_t)dt + \sqrt{\bar{z}_t}dW_t = h(z_t)dt + \sqrt{\bar{z}_t}dW_t, \quad (19)$$
$$dz_t \approx \kappa(\theta - z_t)dt + \sigma(\bar{z}_t)dV_t = \kappa(\theta - z_t)dt + \sigma\sqrt{\bar{z}_t}dV_t = f(z_t)dt + \sigma\sqrt{\bar{z}_t}dV_t. \quad (20)$$

Умовне математичне сподівання $\hat{z}_t = M[z_t \mid F_t^S]$ (F_t^S – сигма-алгебра, побудована на спостереженнях ціни акції) процеса прибутковості z_t задовольняє рівнянням фільтра Калмана-Б'юсі у неперервному часі:

$$d\hat{z}_t = \kappa(\theta - \hat{z}_t)dt + (\Omega_t + R)(g(\bar{z}_t))^{-2}(ds_t - (\lambda\hat{z}_t + r)dt),$$

де $R = \rho g(\bar{z}_t)\sigma(\bar{z}_t)$; ρ – коефіцієнт кореляції між Вінеровськими процесами W_t и V_t, котрий у разі моделі Хестона дорівнює нулю; Ω_t – матриця умовних коваріацій, яка є розв'язком детермінованого рівняння Рікатті:

$$\frac{d\Omega_t}{dt} = \sigma(\bar{z}_t) - 2\kappa\Omega_t - (\Omega_t + \rho)(g(\bar{z}_t))^{-2}(\Omega_t + \rho).$$

Процес зміни вартості капіталу X_t^π має вигляд:

$$dX_t^\pi = X_t^\pi \pi_t[h(\hat{z}_t)dt + \sqrt{\bar{z}_t}dW_t] + X_t^\pi(1 - \pi_t)rdt = X_t^\pi[(r + \lambda\hat{z}_t\pi_t)dt + \pi_t\sqrt{\bar{z}_t}dW_t].$$

Задача оптимізації портфеля цінних паперів полягає в обчисленні такої інвестиційної стратегії π_t, щоб максимізувати очікувану корисність капіталу X_t^π у кінцевий момент часу T.

Рівняння Гамільтона-Якобі-Беллмана для задачі оптимізації при неповній інформації:

$$\max_{\pi}\left(\frac{\partial}{\partial t}\hat{J}(t,x,\hat{z})+x(r+\lambda\hat{z}\pi)\frac{\partial}{\partial x}\hat{J}(t,x,\hat{z})+(\kappa\theta-\kappa\hat{z})\frac{\partial}{\partial\hat{z}}\hat{J}(t,x,\hat{z})+\right.$$
$$+\frac{1}{2}x^2(g(\bar{z}_t))^2\pi^2\frac{\partial^2}{\partial x^2}\hat{J}(t,x,\hat{z})+x(\Omega_t+R)\pi\frac{\partial^2}{\partial x\hat{z}}\hat{J}(t,x,\hat{z})+ \tag{21}$$
$$\left.+\frac{1}{2}(\Omega_t+R)^2(g(\bar{z}_t))^{-2}\frac{\partial^2}{\partial\hat{z}^2}\hat{J}(t,x,\hat{z})\right)=0,$$

де x – значення X_t^{π} у момент часу t; $\hat{z}$ – значення $\hat{z}_t$ у момент часу t; π – значення π_t у момент часу t; $\hat{J}(t,x,\hat{z})=\hat{J}(t,x,\hat{z},\Omega_t)$ – функція значень при детермінованій величині Ω_t.

Якщо підставити у рівняння Гамільтона-Якобі-Беллмана (21) функцію значень такого вигляду

$$\hat{J}(t,x,\hat{z})=\frac{x^{\gamma}}{\gamma}\exp(\hat{z}^2A_t+\hat{z}B_t+C_t),$$

то після диференціювання по π оптимальна інвестиційна стратегія має вигляд:

$$\pi^*(t,\hat{z})=\frac{\lambda\hat{z}+(\Omega_t+R)(2\hat{z}A_t+B_t)}{(1-\gamma)(g(\bar{z}_t))^2}, \tag{22}$$

де коефіцієнти A_t, B_t, C_t визначаються наступною системою звичайних диференціальних рівнянь:

$$\frac{dA_t}{dt}=-\frac{\gamma(\lambda+2(\Omega_t+R)A_t)^2}{2(1-\gamma)(g(\bar{z}_t))^2}-\frac{2(\Omega_t+R)^2A_t}{(g(\bar{z}_t))^2}+2\kappa A_t,$$
$$\frac{dB_t}{dt}=-\frac{\gamma}{2(1-\gamma)(g(\bar{z}_t))^2}(3\lambda r+4r(\Omega_t+R)A_t+2\lambda(\Omega_t+R)B_t-$$
$$-4(\Omega_t+R)^2A_tB_t)-\frac{2(\Omega_t+R)^2A_tB_t}{(g(\bar{z}_t))^2}-2\kappa\theta A_t+\kappa B_t,$$

$$\frac{dC_t}{dt}=-\frac{\gamma}{2(1-\gamma)(g(\bar{z}_t))^2}(r^2+3(\Omega_t+R)rB_t+(\Omega_t+R)^2B_t^2)-$$
$$-\kappa\theta B_t-\frac{(\Omega_t+R)^2(2A_t+B_t^2)}{2(g(\bar{z}_t))^2}.$$

На фінансовому ринку інвестор спостерігає тільки ціни акцій, і не має інформації щодо значень волатильності акції, таким чином, виникає ситуація неповної інформації. Тому розв'язання задачі оптимізації портфеля цінних паперів згідно стратегії (22) за умов неповної інформації є особливо важливою. Розв'язок задачі оптимізації за умов повної інформації наведено для порівняння та оцінки втрат капіталу за наявності неповної інформації. Ситуація повної інформації – це суто теоретична ситуація. На реальному ринку завжди буде тільки неповна інформація, тому розв'язок задачі оптимізації при неповній інформації – важлива допомога інвестору на реальному ринку.

У четвертому розділі розглянуті практичні аспекти використання аналітичних результатів в управлінні активами на основі створеного програмного модуля «Система імітаційного моделювання методів обробки, аналізу та інтерпретації динамічної інформації», який був впроваджений у банківську справу для апробації запропонованих у роботі методів стосовно оптимізації портфеля цінних паперів.

Модуль виконує імітаційне моделювання зміни вартості цінних паперів та зміни вартості портфеля, складеного із цих цінних паперів. Метою такого моделювання є отримання розв'язку оптимізаційної задачі, який дає оптимальну стратегію для інвестиційно-фінансової діяльності досліджуваного суб'єкта господарювання.

Цей програмний модуль надає можливість розв'язати задачу оптимізації різними способами (аналітичний розв'язок, наближений, при повній та неповній інформації) та порівняти інвестиційні стратегії і капітали, що отримані за допомогою цих стратегій. Особливістю даного програмного модуля є можливість проведення імітаційного моделювання. При неповній інформації невідомі параметри моделі поведінки ціни акції оцінюються за допомогою базового та розширеного фільтрів Калмана.

Програмний модуль був апробований у практичній діяльності АТ Банк „Меркурій”. Із його допомогою для активізації інвестиційної діяльності АТ Банк „Меркурій” на ринку цінних паперів було запропоновано розв'язок щодо формування так званого торгового портфеля цінних паперів. В якості другого напрямку використання розробленого програмного модулю з точки зору практичних задач АТ Банк „Меркурій” була розглянута задача збалансованості торгового портфеля цінних паперів банку та портфеля цінних паперів банку на продаж.

Також у дисертаційній роботі розглянута система недержавного пенсійного страхування в Україні та деякі методи управління цією системою, які включають в себе оптимізацію портфеля цінних паперів та автоматизований вибір компаній по управлінню активами за допомогою нейронних сіток Кохонена.

У додатках наведено документи, які підтверджують впровадження отриманих результатів.

ВИСНОВКИ

У дисертаційній роботі виконано науково-практичне дослідження щодо розв'язання задачі оптимізації портфеля цінних паперів для дифузійних процесів зі стрибками або нелінійними коефіцієнтами. За результатами роботи можна зробити наступні висновки.

1. Отриманий аналітичний розв'язок задачі оптимізації портфеля цінних паперів при повній інформації для моделі поведінки ціни акції, яка керується Броунівським рухом та дробовим шумом – це теоретично ідеальна ситуація, яка не може виникнути на реальному фінансовому ринку, однак дозволяє оцінити можливі помилки, що виникають на ньому при оцінці прибутковості інвестицій у порівнянні з наближеним розв'язком тієї ж задачі при неповній інформації. За рахунок наближення дробового шуму Броунівським рухом виникає можливість оцінки не спостережуваних параметрів моделі поведінки ціни акції, яка керується тільки двома незалежними Броунівськими рухами, за допомогою фільтра Калмана. Порівняння аналітичного розв'язку при повній інформації та наближеного розв'язку при неповній інформації показало, що відхилення наближеного розв'язку від аналітичного не є значним; втрата очікуваної корисності капіталу в середньому складає 2.9% (для обраної функції корисності). Це дозволяє зробити висновок, що наближений розв'язок при неповній інформації, що є єдиним можливим підходом до задачі оптимізації портфеля цінних паперів на реальному фінансовому ринку, є достатньо надійним результатом.

2. Сформульована та доведена теорема веріфікації для аналітичного розв'язку задачі оптимізації портфеля цінних паперів при повній інформації для моделі поведінки ціни акції, яка керується Броунівським рухом та дробовим шумом, дає можливість зробити висновок, що розв'язок рівняння Беллмана є розв'язком початкової задачі оптимізації.

3. Окремим, але актуальним і важливим випадком дробового шуму є складений процес Пуассона. Аналітичний розв'язок задачі оптимізації портфеля цінних паперів при повній інформації для моделі поведінки ціни акції, що керується Броунівським рухом та складеним процесом Пуассона дає можливість зробити порівняльний аналіз аналітичного розв'язку при повній інформації та наближеного розв'язку при неповній інформації. Складений процес Пуассона тим відрізняється від дробового шуму, що він не повертається на попередній рівень із часом.

4. Розроблена лінеаризована модель Хестона та метод розв'язання задачі нелінійної нескінченновимірної фільтрації, де волатильність ціни акції та коефіцієнт прибутковості є випадковими процесами, надали можливість прийнятної оцінки не спостережуваних параметрів моделі при неповній інформації. Їх використання у розв'язку задачі оптимізації дозволило зробити висновок, що втрати очікуваної корисності капіталу при повній і неповній інформації в середньому складає 3.5%.

5. Практичне значення удосконалених моделей та методів, які запропоновані в дисертації, полягає у тому, що вони дозволяють із необхідною мірою точності обчислювати скриті параметри випадкових фінансових потоків шляхом фільтрації, у тому числі і при різких змінах, таких як дробовий шум або складений процес Пуассона. Аналітичні результати можуть застосовуватися при розв'язанні задачі оптимального розподілу капіталу по різноманітним активам у банках, страхових компаніях. У результаті вивчення діяльності недержавних пенсійних фондів на Україні було показано, що впровадження методів оптимізації портфеля цінних паперів може значно покращити результати їхньої інвестиційної діяльності.

ПЕРЕЛІК РОБІТ, ОПУБЛІКОВАНИХ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

1. Putyatina O. Filtering, Approximation and Portfolio Optimization for Shot-Noise Models and the Heston Model [Електронний ресурс]: Монографія/ Німеччина, університет Кайзерслаутерна, – Електорон. дан. (1 файл). – Кайзерслаутерн, 2012. – 154 с. – Режим доступу https: // kluedo.ub.uni-kl.de/fontdoor/index/index/docId/3307.

2. Putyatina O. An information Model for Pension Fund Management / O. Putyatina // International Book Series "Information Science and Computing" Number 3, Supplement to international Journal "Information Technologies and Knowledge". - Sofia, Bulgaria, 2008. – Vol. 2. – Pp. 41– 46.

3. Путятина А.Е. Оптимизация портфеля ценных бумаг для модели Хестона / А. Е. Путятина // Вісник НТУ „ХПІ". Збірник наукових праць. Серія: Системний аналіз. Управління та інформаційні технології. – Х.: НТУ "ХПІ", 2013. – №2 (976). – С. 77–90.

4. Путятина А.Е. Применение сетей Кохонена для кластеризации компаний по управлению активами / А. Е. Путятина // Радиоэлектроника и информатика, 2007. – №3 (38). – С. 96–100.

5. Путятина А. Е. Управление негосударственными пенсионными фондами в условиях развивающейся экономики / А. Е. Путятина // Вестник НТУ «ХПИ»: сб. науч. тр.: темат. вып. «Информатика и моделирование». – Х.: НТУ "ХПІ", 2007. – №19 – С. 159–166.

6. Путятина А.Е. Математическая модель оценки деятельности негосударственных пенсионных фондов /А. Е. Путятина // Радиоэлектроника и информатика, 2007.– №1 (36). – С. 81-84.

7. Луганский А.М. О согласованности отношений в информационных системах / А. М. Луганский, В. П. Машталир, А. Е. Путятина, В. В. Шляхов // Радиоэлектроника и информатика. – 2004. – №4 (29). – С. 118-121.

8. Putyatina O. Designing an Information System for Pension Fund Management / O. Putyatina // Proceedings of the 9th International Conference CADSM. - Ukraine, Lviv-Polyana: ЛНУ „Львівська політехніка", 2007. – Pp. 404-405.

9. Putyatina O. Approximation of Filters and Portfolio Optimization in Market Models with Partial Information and Jumps / O. Putyatina, J. Sass // Proceedings of the

16th INFORMS Applied Probability Conference «The Applied Probability Society Conference». - Stockholm: UPPSALA Universitet, 2011. – P. 97.

10. Putyatina O. Approximations and Filtering for Portfolio Optimization with Partial Information and Jumps / O. Putyatina, J. Sass // Proceedings of the 10th German Probability and Statistics Days «Stochastik-Tage Mainz». – Mainz: Gutenberg–Universitaet Mainz, 2012. – Pp. 167–168.

АНОТАЦІЯ

Путятіна О. Є. Моделі стохастичних процесів в задачах оптимізації портфеля цінних паперів. – Рукопис.

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук за спеціальністю 01.05.02 – математичне моделювання та обчислювальні методи. – Харківський національний університет радіоелектроніки Міністерства освіти та науки України, Харків, 2013.

Дисертаційна робота присвячена розв’язання задачі оптимізації цінних паперів для моделей поведінки ціни акції, котрі є дифузійними процесами зі стрибками або з нелінійними коефіцієнтами. Розглянуті нові моделі поведінки ціни акції в умовах неповної інформації про волатильність та прибутковість акцій.

В роботі вивчені стохастичні моделі поведінки ціни акцій, які керуються Броунівським рухом, дробовим шумом та складеним процесом Пуассона. Запропонований наближений метод розв’язання безкінечновимірної задачі фільтрації, що дозволив застосувати фільтр Калмана-Б’юсі та вирішити задачу оптимізації портфеля цінних паперів для моделі Хестона, коли волатильність ціни акції та коефіцієнт прибутковості є випадковими процесами.

Задача оптимізації портфеля цінних паперів важлива для управління діяльністю інвестиційних банків, недержавних пенсійних фондів, страхових компаній. Для їх успішної роботи необхідно інвестувати гроші вкладників в різні галузі економіки, спираючись на оптимальний портфель цінних паперів. Ефективність застосування розроблених моделей та програмних засобів підтверджена результатами впровадження їх у банківську сферу.

Ключові слова: стохастичний процес, теорія оптимального керування стохастичними процесами, фільтр Калмана-Б’юсі, акція, портфель цінних паперів.

АННОТАЦИЯ

Путятина А. Е. Модели стохастических процессов в задачах оптимизации портфеля ценных бумаг. – Рукопись.

Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук по специальности 01.05.02 – математическое моделирование и вычислительные методы. – Харьковский национальный университет радиоэлектроники Министерства образования и науки Украины, Харьков, 2013.

Диссертационная работа посвящена решению задачи оптимизации портфеля ценных бумаг для моделей поведения цены акции, которые являются диффузионными процессами со скачками или с нелинейными коэффициентами. Рассмотрены новые модели поведения цены акции в условиях неполной информации о волатильности и доходности акции. На сегодня задача оптимизации портфеля ценных бумаг в условиях неопределенности и неустойчивого финансового рынка, когда цены акций часто имеют резкие перепады, является актуальной и важной для управления деятельностью инвестиционных банков, негосударственных пенсионных фондов, страховых компаний. В диссертационной работе рассматривалась деятельность инвестиционных банков и негосударственных пенсионных фондов.

Рассмотрена модель поведения цены акции, случайная компонента которой управляется Броуновским движением и дробовым шумом. Дробовой шум обладает тем свойством, что скачки со временем затухают и сам процесс возвращается на прежний уровень, затем происходит новый скачок. Для такой модели поведения цены акции впервые решена задача оптимизации портфеля ценных бумаг при полной и неполной информации. В случае полной информации наблюдаются цены акций и все параметры модели, в случае неполной информации наблюдаются только цены акций, а остальные параметры оцениваются, т.е. применяются методы теории фильтрации. Случай неполной информации является единственно реальной ситуацией на финансовом рынке. Поэтому получение приближенного доверительного решения при неполной информации является важной практической задачей. Модель поведения цены акции, управляемой Броуновским движением и дробовым шумом получила дальнейшее развитие. Важным частным случаем дробового шума является составной процесс Пуассона. В работе впервые получено аналитическое решение задачи оптимизации портфеля ценных бумаг для модели поведения цены акции, управляемой Броуновским движением и составным процессом Пуассона.

Также в работе решена задача оптимизации портфеля ценных бумаг для модели Хестона поведения цены акции со стохастической волатильностью. Коэффициенты модели Хестона – нелинейные функции. Решение задачи оптимизации портфеля ценных бумаг для модели Хестона при полной информации известно из литературы. Решение задачи оптимизации портфеля ценных бумаг для модели Хестона при неполной информации является новизной данной работы.

Ключевые слова: стохастический процесс, теория оптимального управления стохастическими процессами, фильтр Калмана-Бьюси, акция, портфель ценных бумаг.

ABSTRACT

Putyatina O. Models of stochastic processes applied to portfolio optimization. – Manuskript.

This thesis is for a candidate of thechnical science degree in specialization 01.05.02 – mathematical modelling and computational methods. – Kharkiv National University of Radioelectronics of Ministry of Education and Science of Ukraine, Kharkiv, 2013.

This thesis solves the portfolio optimization problem for the asset price jump-diffusion models and the asset price models with nonlinear coefficients under full and partial information. New asset price models under partial information concerning volatility and drift of the asset price are considered. Nowadays, the portfolio optimization problem for jump-diffusion models is very important, because under unstable market conditions asset prices change quite rapidly.

Stochastic asset price models driven by Brownian motion, shot-noise or compound Poisson process were discussed in the thesis. An approximate method for solving the infinite-dimensional filtering problem was proposed, which allowed to apply Kalman-Bucy filter and to solve portfolio optimization problem for the Heston model with stochastic drift and volatility.

Portfolio optimization problem is very important for investment banks, non-state pension funds, management of insurance companies. This thesis considerss the activity of investment banks and non-state pension funds. For a successfull business of an investment bank one has to optimally invest the money of the participants into industry. Therefore, one has to compose the portfolio and to optimally distribute the wealth between the assets.

Відповідальний випусковий В. В. Безкоровайний