УДК 621.391

ОБЗОР И СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ОСНОВНЫХ МОДЕЛЕЙ И АЛГОРИТМОВ МНОГОПУТЕВОЙ МАРШРУТИЗАЦИИ В МУЛЬТИСЕРВИСНЫХ ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННЫХ СЕТЯХ

ПОПОВСКИЙ В.В., ЛЕМЕШКО А.В., МЕЛЬНИКОВА Л.И., АНДРУШКО Д.В.

В работе осуществлен обзор и проведен качественный и количественный анализ основных математических моделей и алгоритмов многопутевой маршрутизации (МПМ), которые нашли свою реализацию или определяют перспективное развитие маршрутизирующих протоколов современных мультисервисных телекоммуникационных сетей (ТКС). Определены наиболее рациональные направления теоретического обоснования удовлетворения требований, стоящих перед многопутевой маршрутизацией.

Введение

Современные телекоммуникационные сети нового поколения (*Next Generation Network, NGN*) в соответствии с тенденциями развития мировой отрасли связи [1,2] должны строиться как мультисервисные сети с обеспечением заданного уровня качества обслуживания (*Quality of Service, QoS*) разнотипным трафикам пользователей. В качестве транспортной основы мультисервисных ТКС на первом этапе могут выступать сети, использующие стеки протоколов технологий *IP* (*Internet Protocol*) [3] или *ATM* (*Asynchronous Transfer Mode*) [4], а в последующем – технологий *MPLS* (*MultiProtocol Label Switching*) [5] и *GMPLS* (*Generalized MPLS*) [6].

В рамках перечисленных технологий *NGN* важное место занимают средства управления трафиком и маршрутизации, функционирование которых происходит согласно содержания концепций инжиниринга трафика (*Traffic Engineering, TE*) [7], активных сетей (*Active Network, AN*) [8], маршрутизации на основе качества обслуживания (*QoS-based (constraint based) Routing*) [3,9], сбалансированной загрузки сети (*Load-Balancing Routing*) [10], резервирования ресурсов (*Routing by Resource Reservation*) [3] и быстрой перемаршрутизации (*Fast ReRoute*) [5]. В этой связи эффективным средством удовлетворения противоречивых требований по обеспечению гарантированного *QoS* и сбалансированной загрузки ресурсов ТКС, выдвигаемых в ходе реализации отмеченных концепций, выступает многопутевая маршрутизация (*MultiPath Routing*). В ходе МПМ пакеты одного трафика могут передаваться одновременно вдоль нескольких путей, обеспечивая сбалансированную загрузку ТКС и способствуя повышению, прежде всего, скоростных и связанных с ним вероятностно-временных показателей качества обслуживания. *Целью* данной статьи является проведение обзора и качественного анализа, классификации известных средств (моделей, алгоритмов и протоколов) МПМ с выяснением перспектив их дальнейшего становления и развития.

1. Требования, выдвигаемые к многопутевым решениям маршрутных задач

К средствам многопутевой маршрутизации выдвигаются две группы требований. Требования первой группы являются традиционными для любых алгоритмов маршрутизации и предполагают их низкую вычислительную сложность, быструю сходимость и минимальные объемы создаваемого служебного трафика. Вторая группа требований обусловлена необходимостью обеспечения гарантированного качества обслуживания и сбалансированной загрузки ТКС на основе реализации ранее отмеченных принципов концепций управления трафиком – *Traffic Engineering QoS-based (constraint based) Routing* и *Load-Balancing Routing*. В связи с тем, что в большинстве своем приведенные требования по своей природе являются противоречивыми, в настоящее время предложен целый ряд подходов к формализации и решению задач многопутевой маршрутизации, основанных на использовании различных математических моделей и алгоритмов решения возникающих в том или ином виде оптимизационных задач.

2. Классификация математических моделей МПМ

Результаты анализа основных подходов к математическому моделированию и решению задач многопутевой маршрутизации позволили провести их классификацию на графовые (графокомбинаторные) и потоковые модели. В основу графовых (графокомбинаторных) моделей положено математическое описание ТКС в виде ориентированного или неориентированного графа с последующим использованием комбинаторных алгоритмов поиска множества кратчайших путей или мультипутей между заданными парами узлов (вершин) сети. Потоковые модели, в свою очередь, одновременно с расчетом множества искомых путей формализуют решение задачи распределения трафиков пользователей по этим путям.

2.1. Анализ графовых моделей и комбинаторных алгоритмов решения задач МПМ

Длительное время графокомбинаторный подход оставался доминирующим в ходе протокольных решений маршрутных задач – *RIP* (*Routing Information Protocol*), *IGRP* (*Interior Gateway Routing Protocol*), *EIGRP* (*Extended IGRP*), *IS-IS* (*Intermediate System – to – Intermediate System*), *OSPF* (*Open Shortest Path First*), *PNNI* (*Private Network – to – Network Interface*) и др. Перечисленные протоколы, в основу которых положены графовые модели и комбинаторные решения задачи кратчайшего пути с помощью алгоритмов Дийкстры, Беллмана-Форда или Флойда-Уоршела реализуют преимущественно однопутевую стратегию маршрутизации. Основным достоинством комбинаторных алгоритмов решения задачи поиска кратчайшего пути является невысокая и заранее известная вычислительная сложность их реализации. Недостатки подобных моделей и алгоритмов связаны с ограниченными возможностями обеспечения сбалансированной загрузки сети и *QoS* одновременно по нескольким показателям.

В соответствии с требованиями времени с целью обеспечения сбалансированной загрузки ТКС в ряде маршрутизирующих протоколов предусмотрена балансировка нагрузки, предполагающая многопутевую доставку передаваемых данных. Причем протоколы *RIP* и *OSPF* выполняют балансировку нагрузки одновременно максимум по шести маршрутам с равной стоимостью (метрикой). В протоколах *IGRP* и *EIGRP*, кроме того, поддерживается функция балансировки нагрузки по маршрутам с различной стоимостью, что требует дополнительной, достаточно трудоемкой и основанной на эвристиках настройки сетевого оборудования. Настройка осуществляется преимущественно вручную путем проверки условий пригодности маршрутов на основе анализа их метрики с административно назначаемым множителем, определяющего максимально допустимое отклонение «длины» используемых маршрутов от «длины» кратчайшего маршрута [11, 12].

Кроме того, графокомбинаторные модели претерпели изменение не только на технологическом (протокольном) уровне, но и существенно модифицировались на уровне постановки задачи, что позволило осуществить поиск некоторого множества путей – мультипутей (*multipath*) или многократных путей (*multiple*). В табл.1 представлены основные алгоритмы поиска мультипутей в сети между заданной парой узлов [13-23], основанные на использовании графовых моделей.

Таблица 1

Алгоритмы поиска мультипутей в сети

Название алгоритма	Краткое описание алгоритма	Тип алгоритма
ECMP (*Equal Cost Multipath*) [13, 22]	Алгоритм расчета путей равной стоимости. Может использоваться в расширениях протокола *OSPF*, оптимизированного под многопутевые решения.	Алгоритм состояния связей
MPA (*Multiple Path Algorithm*) [13]	Алгоритм нахождения мультипутей. Может использоваться в расширениях протокола *OSPF*, оптимизированного под многопутевые решения.	Алгоритм состояния связей
DSPA (*Discount Shortest Path Algorithm*) [14, 22]	Алгоритм отказа от кратчайшего пути. Используется для минимизации задержки пакетов. Учитывает количество и независимость (непересекаемость) путей в сети.	Дистанционно-векторный алгоритм
CRA (*Capacity Removal Algorithm*) [14]	Используется для максимизации производительности сети. Учитывает изменение состояния трактов для вычисления путей, максимизирующих поток между узлами.	Алгоритм состояния связей
DASM (*Diffusing Algorithm for Shortest Multipath*) [14, 18]	Обобщает алгоритмы Дийкстры/Шолтена, гарантирует отсутствие петель в рассчитываемых многопутевых таблицах маршрутизации и обеспечивает балансирование загрузки ресурсов сети.	Дистанционно-векторный алгоритм
ROAM (*Routing On-Demand Acyclic Multipath*) [23]	Алгоритм маршрутизации по требованию, который поддерживает многопутевой способ доставки пакетов без образования петель. Рассчитывает множество независимых путей доставки. Устранена проблема поиска в бесконечность.	дистанционно-векторный алгоритм
MDVA (*multipath distance vector algorithm*) [14, 17, 22]	Обобщает распределенный алгоритм Беллмана-Форда на случай расчета множества кратчайших путей.	Дистанционно-векторный алгоритм
MPATH (*Multipath Routing Algorithm*) [14, 16, 20]	Обобщает дерево кратчайших путей, получаемых в рамках алгоритмов Дийкстры и Беллмана-Форда, в граф кратчайших мультипутей различной стоимости.	Дистанционно-векторный алгоритм
MPDA (*Multipath Partial Dissemination Algorithm*), *QMPDA* (*Quality Multiple Partial Dissemination Algorithm*) [14, 19]	Алгоритмы с частичным распространением информации о состоянии сети. Они обеспечивают расчет множества безпетельных путей с учетом изменения состояния трактов сети, в т.ч. при выходе их из строя (*QMPDA*). Синхронизация информации о состоянии сети ограничена одним переприемом. *QMPDA* также поддерживает различные классы обслуживания трафиков.	Алгоритмы состояния связей

Например, суть алгоритма многопутевой маршрутизации *MPATH* [14, 16] состоит в отыскании графа маршрутизации, представленного множеством дуг

$$SG_i = \{(m, n) \mid n \in S_j^m, m \in M\},$$

где M – множество узлов сети, M^i – множество узлов-соседей i-му узлу, S_j^m – множество вариантов последующей передачи пакетов от узла i к узлу j.

Основная идея обобщения дерева кратчайших путей, получаемых в рамках алгоритмов Дийкстры и Беллмана-Форда, в граф кратчайших мультипутей состоит в переходе от множества $S_j^i = \{k \in M^i \mid D_j^k + c_k^i = D_j^i\}$ к множеству

$$S_j^i = \{k \in M^i \mid D_j^k < D_j^i\}, \qquad (1)$$

где D_j^k и D_j^i – кратчайшие пути от узлов i и k к узлу j, а величина c_k^i – стоимость (вес) дуги (i, k).

В алгоритме *MPATH* выражение (1) заменяется на

$$S_j^i = \{k \in M^i \mid D_{jk}^i < D_j^i\},$$

где D_{jk}^i – локальная величина дерева кратчайших путей от узла i к узлу k.

Тогда устранение петель достигается выполнением следующих условий:

$$FD_j^i(t) \le D_{ji}^k(t), \quad k \in M^i;$$

$$S_j^i(t) = \{k \in M^i \mid D_{jk}^i(t) < FD_j^i(t)\},$$

где FD_j^i – допустимое расстояние при вычислении множества S_j^i.

Алгоритм *MPATH* гарантирует, что при достижении равенств

$$FD_j^i = D_j^i = D_{ji}^k, \quad \forall i, j, k \in M^i$$

граф решения задачи МПМ будет представлять собой требуемый кратчайший мультипуть без петель.

Наряду с отмеченными достоинствами графокомбинаторных моделей и алгоритмов (табл.1), стоит отметить ряд важных недостатков, существенно ограничивающих их практическую реализацию в современных мультисервисных ТКС. *Во-первых*, согласованное решение задач балансировки нагрузки, маршрутизации и обеспечения *QoS* в рамках графовых моделей и комбинаторных алгоритмов, оптимизированных под однопродуктовые двухполюсные сети, с ростом числа трафиков (продуктов) в сети наталкивается на ряд серьезных трудностей описательного и вычислительного характера, так как предполагается, что все сетевые ресурсы выделены одному рассматриваемому трафику. *Во-вторых*, основное достоинство рассмотренных моделей, состоящее в простоте и прогнозируемой вычислительной сложности реализации, с ростом количества учитываемых показателей *QoS* (три и более) сводится к нулю, поскольку задача поиска даже одного кратчайшего пути в этом случае становится NP-полной.

Стоит отметить, что решение маршрутных задач изначально не укладывалось в рамки графокомбинаторных моделей, так как они не позволяют корректно математически описать процессы динамики состояния, обеспечения мультисервиса и гарантированного качества связи более чем по двум показателям. В современных условиях поиск кратчайшего пути (мультипути) для каждого из обслуживаемых трафиков не всегда является даже необходимым (а тем более достаточным) условием успешного решения задач маршрутизации, поскольку по-прежнему остается открытым вопрос распределения ресурсов вдоль каждого из путей. В условиях, когда решение маршрутных задач сложно, а иногда и практически невозможно охватить счетным количеством вариантов, применение комбинаторных алгоритмов становится нецелесообразным, или же их используют совместно с другими методами поиска [19]. Особенно это характерно для задач, в которых кроме параметров сети необходимо учитывать множество внешних факторов, например параметры информационных потоков.

Несмотря на ограниченность возможностей графокомбинаторных математических моделей, отсутствие жестких требований к качеству решения маршрутных задач ранее способствовало широкому распространению подобных алгоритмов. В этой связи графовые модели и комбинаторные алгоритмы МПМ могут рассматриваться лишь как временный (промежуточный) шаг между реализованными на практике и перспективными решениями при удовлетворении комплекса требований, выдвигаемых к мультисервисным ТКС.

2.2. Анализ потоковых моделей решения задач многопутевой маршрутизации

Потоковые модели занимают ключевое место в средствах математической формализации задач МПМ поскольку в настоящее время на практике трафик (аудио, видео) носит четко выраженный потоковый характер. Наглядность и логическая обоснованность этих моделей нередко позволяет выработать новый и довольно естественный подход к решению поставленной задачи, позволяющий определить пути последующего прикладного анализа. Значительный вклад в развитие потоковых моделей и методов их анализа внесли Хитчкок и Купманс, Форд и Фалкерсон [24], Элмаграби, Брэдли, Магнаннти и Голден, Фрэнк и Фриш [25], Саати, Ху и др.

2.2.1. Сетевое моделирование задач МПМ

Большинство потоковых задач могут быть сформулированы в форме задач математического (линейного, целочисленного, нелинейного) программирования [26]. В ряде важных случаев удобнее решать подобные задачи сетевыми методами [27] в терминах распределения потока на графах. Важно отметить, что при использовании потоковых моделей основное внимание уделяется изучению *особенностей структуры* сети, что играет главную роль в повышении эффективности вычислительных алгоритмов. В значительной степени сетевой анализ основан на теории графов. Однако сетевое моделирование по сравнению с комбинаторными методами расчета графовых моделей ТКС позволяет получить теоретические результаты и вычислительные алгоритмы, в которых более полно производится учет параметров трафиков, что важно при решении задач обеспечения *QoS*. В сетевых моделях каждая дуга характеризуется тремя параметрами: минимальным значением потока, который может протекать по дуге (нижняя граница); пропускной способностью, которая показывает, какой максимальный поток можно передавать по дуге (верхняя граница); стоимостью передачи единицы потока по данной дуге [24-26].

При анализе решений задач МПМ нередко возникает необходимость в вычислении оптимального значения функции потока, протекающего от источника к стоку, что, как правило, связано с однопродуктовым потоком, поскольку потоки в дугах сети соответствуют потокам некоторого однородного продукта. Ключевую роль в сетевом моделировании играет теорема о максимальном потоке, предложенная Фордом и Фалкерсоном [24]: для любой сети с одним источником и одним стоком величина максимального потока от источника к стоку равна величине минимального разреза. Алгоритмы, которые находят максимальный поток, кроме того, позволяют определить минимальный разрез. Тем самым, во-первых, для задачи максимизации потока становятся наглядно видны «узкие места», и, во-вторых, появляется возможность решать некоторые задачи об оптимальных разбиениях (разрезаниях) сетей. Выяснилось, что алгоритмы и минимаксные теоремы для различных задач близки друг к другу и фактически являются конкретизациями алгоритма увеличивающих путей и теоремы о максимальном потоке и минимальном разрезе Форда и Фалкерсона. Благодаря этому стало возможным сконцентрировать усилия на построении эффективных потоковых алгоритмов.

Некоторые комбинаторные задачи, возникшие как задачи на графах и матрицах, допускают потоковую интерпретацию и могут быть решены посредством одно- или многократного нахождения максимального потока в сети. Потоковый подход к комбинаторным задачам был также развит Фордом и Фалкерсоном [24] и применен к задачам балансировки нагрузки [28]. Для многих задач было установлено важное единообразие как в доказательствах минимаксных теорем – аналогах теоремы о максимальном потоке и минимальном разрезе, так и в методах решения – аналогах метода увеличивающихся путей Форда и Фалкерсона. Тем самым создание новых алгоритмов нахождения максимального потока в сети фактически означает появление новых алгоритмов решения комбинаторных потоковых задач.

В отличие от комбинаторных алгоритмов сетевые методы более адаптированы под решение многополюсных и (или) многопродуктовых задач, что связано с одновременным расчетом множества путей в сети. Правда основным средством решения многополюсных задач является редукция к задаче о максимальном потоке в сети с одним источником и одним стоком или к нескольким таким задачам [24, 29]. Потоковые многополюсные задачи (задача нахождения потока максимальной суммарной мощности, задача на допустимость, задача о нахождении допустимого потока максимальной мощности) могут быть непосредственно интерпретированы под задачи МПМ.

В сетях с неориентированными дугами поток по дуге может протекать в любом направлении. В случае, когда поток однопродуктовый, неориентированную дугу можно заменить двумя противоположно направленными дугами. Для переноса рассматриваемых результатов на неориентированный случай достаточно каждую ветвь заменить двумя дугами, инцидентными тем же вершинам, идущими во взаимно противоположных направлениях и имеющими одинаковые пропускные способности. Это можно сделать благодаря тому, что потоки, протекающие по противоположным направлениям, поглощают друг друга. Однако при моделировании многопродуктовых сетей возникают определенные сложности, так как для многопродуктового потока такую замену произвести нельзя ввиду того, что потоки различных продуктов, протекающие по противоположным направлениям, не поглощают друг друга, а суммируются, и суммарная величина потока не должна превосходить пропускную способность дуги.

В рамках сетевых моделей задача о максимальном многопродуктовом потоке, так же как и задача о многопродуктовом потоке минимальной стоимости, является весьма сложной. Их решения обеспечены только для ряда специфических случаев. Например, в результате решения задачи (алгоритм Гомори-Ху) [29] определяются максимальные потоки между всеми узлами сети (многополюсный максимальный поток), но без учета влияния друг на друга. Такая же ситуация и в задаче о многополюсной цепи с максимальной пропускной способностью.

Разрешимые многопродуктовые задачи в ориентированных сетях сводятся к однопродуктовым многополюсным задачам [24]. Существует подход, при котором для решения многопродуктовой задачи достаточно решить модельную однопродуктовую задачу, а затем разделить построенный однопродуктовый поток на составляющие. Однако подобный подход в приложении к задачам МПМ не является адекватным. Это проявляется в том случае, когда один и тот же узел является источником и стоком потоков разных продуктов. Результативные решения удалось получить лишь для случая двухпродуктовой неориентированной задачи (задача Ху). Для задачи Ху существует и может быть эффективно построен поток, максимизирующий вместе с суммарной мощностью мощность потока любого продукта [25, 28].

В качестве примера в работе [30] предложен подход к обеспечению сбалансированной загрузки сети путем расчета K-кратчайших путей с помощью обобщенного алгоритма Дийкстры, где в качестве метрики выбиралось или число переприемов, или показатели пропускной способности тракта передачи (ТП). Требуемые результаты были получены в ходе решения задачи поиска K путей из узла s в узел t $\{P_k \mid 0 < k \le K\}$ так, чтобы

$$\varphi(P_k) \ge \varphi_{п}^{k},\ \forall 0 < k \le K \text{ и } \varphi(P_k) = \min_{(i,j)\in P_k} \varphi_{ij},$$

где $\varphi_{п}^{k}$ – требуемая пропускная способность (ПС) пути P_k, φ_{ij} – ПС тракта передачи (i, j).

Кроме того, в зависимости от критериев и процедур выбора из рассчитанного множества искомых *K* путей в работе [30] предложены следующие пять алгоритмов: *BKW* (*Best-K-Widest*), *RKW* (*Random-K-Widest*), *SKW* (*Shortest-K-Widest*), *BKS* (*Best-K-Shortest*), *WKS* (*Widest-K-Shortest*).

Подход к потоковому моделированию задач МПМ и балансировки нагрузки в виде решения задач динамического [31] и линейного, в т.ч. целочисленного, программирования предложен в работах [32-35]. Например, пусть граф $G = (M, E)$ представляет структуру ТКС, где M – множество узлов сети, а E – множество дуг (трактов передачи) ТКС. Для каждой дуги $(i, j) \in E$ характерна пропускная способность φ_{ij}. Пусть также K – множество обслужтваемых сетью трафиков. Тогда для $k \in K$ необходимо указать λ_k, s_k и t_k – требуемую полосу пропускания, узел-источник и узел-получатель соответственно. Для каждой связи $(i, j) \in E$ и передаваемого трафика $k \in K$ величина X_{ij}^{k} характеризует долю требуемой полосы пропускания для этого трафика от пропускной способности тракта. Пусть также величина α представляет собой максимальный порог использования трактов сети. Тогда задачу маршрутизации с обеспечением требований *TE* можно сформулировать следующим образом:

$$\min_{X} \alpha, \tag{2}$$

$$\sum_{j:(i,j)\in E} X_{ij}^{k} - \sum_{j:(j,i)\in E} X_{ji}^{k} = 0 \text{ при } k \in K,\ i \ne s_k, t_k; \tag{3}$$

$$\sum_{j:(i,j)\in E} X_{ij}^{k} - \sum_{j:(j,i)\in E} X_{ji}^{k} = 1 \text{ при } k \in K,\ i = s_k; \tag{4}$$

$$\sum_{k\in K} \lambda_k X_{ij}^{k} \le \varphi_{ij}\alpha;\ \alpha \ge 0;\ (i, j) \in E. \tag{5}$$

При этом в зависимости от вида дополнительно накладываемых ограничений на переменные X_{ij}^{k} задача может быть классифицирована двояко. В случае наличия ограничений

$$0 \le X_{ij}^{k} \le 1 \tag{6}$$

сформулированная задача приобретает вид обычной задачи линейного программирования, а если имеют место ограничения

$$X_{ij}^{k} \in \{0;1\}, \tag{7}$$

то это задача целочисленного программирования.

Целевая функция (2) характеризует минимизируемую величину максимальной загрузки трактов передачи, а выполнение ограничений гарантирует сохранение потока в узлах (3,4) и предотвращение перегрузки тракта (i, j) (5), а ограничения (6) и (7) определяют соответственно многопутевой или однопутевой способ доставки пакетов обслуживаемых трафиков.

Описанные выше потоковые модели ТКС в большинстве своем ориентированы на формализацию процессов многопутевой маршрутизации лишь с точки зрения обеспечения сбалансированной загрузки сети. Получаемые в рамках подобных моделей решения действительно способствуют росту общей производительности сети, а также косвенно повышают качество обслуживания пользовательских трафиков данных по показателям пропускной способности. Но в виду того, что не производится учет важнейших вероятностно-временных параметров сети в их взаимосвязи, обеспечение гарантий *QoS* по временным показателям и показателям надежности не представляется возможным, что, в свою очередь, предполагает нбеобходимость использования более информативных, а значит и более сложных моделей ТКС.

2.2.2. Модели МПМ, основанные на сетях массового обслуживания

Кроме необходимости обеспечения сбалансированной загрузки ТКС в рамках потоковых моделей нашел свое применение подход, основанный на использовании теории массового обслуживания с целью учета временных параметров качества обслуживания. С позиции теории массового обслуживания каждый тракт передачи ТКС рассматривается, как правило, в виде модели *M*/*M*/1. При этом предполагается, что все каналы связи абсолютно надежны и помехоустойчивы, емкость буферной памяти на узлах является неограниченной, а время обработки в узлах пренебрежимо мало. Поток, поступающий в сеть, считается пуассоновским, при этом длины всех пакетов предполагаются независимыми и распределенными по показательному закону. Одним из основных моментов является принятие «гипотезы о независимости», предполагающей, что при объединении нескольких потоков в линии передачи сохраняется независимость между интервалами поступления и длинами пакетов [36].

В работах [37, 38] предложена потоковая модель (модель Галлагера), в рамках которой предполагается в качестве критерия качества решения задачи маршрутизации использовать следующее выражение:

$$D_{\Sigma} = \min_{\lambda} \sum_{(i,j)} D_{ij}(\lambda_{ij}), \tag{8}$$

где каждая функция D_{ij} является монотонно возрастающей, в качестве которой обычно выбирается соотношение

$$D_{ij}(\lambda_{ij}) = \frac{\lambda_{ij}}{\varphi_{ij} - \lambda_{ij}} + \tau_{ij}\lambda_{ij}, \qquad (9)$$

λ_{ij} – поток (1/с), проходящий по тракту (i, j); φ_{ij} – ПС тракта (i, j) (1/с); τ_{ij} – задержка пакетизации и распространения пакетов (с).

Формульное выражение (9) получено при рассмотрении ТКС как сети массового обслуживания. В этом случае D_Σ соответствует среднему числу пакетов, находящихся в системе. Другим стоимостным критерием по отношению к (8) с аналогичными качественными свойствами является $\max\limits_{(i,j)}\left\{\frac{\lambda_{ij}}{\varphi_{ij}}\right\}$, численно характеризующий максимум коэффициента использования линии [38]. Если r_{ij} – интенсивность входного потока (1/с), поступающего в сеть через узел i и предназначенного для узла j; γ_{ij} – сумма входного потока и потока, поступающего на узел i от смежных узлов соседей для узла j; маршрутная переменная ϕ^i_{jk} – часть потока γ_{ij}, который отправляет узел i по тракту (i, k). В процессе решения необходимо выполнять условие сохранения потока

$$\gamma_{ij} = r_{ij} + \sum_{k \in M^i} \gamma_{kj}\phi^k_{ji} \text{ при } \sum_{j \in M} \gamma_{ij}\phi^i_{jk} = \lambda_{ik}.$$

Тогда на маршрутные переменные накладываются следующие условия:

$$\phi^i_{jk} = \begin{cases} 0, & \text{если } i = j; \\ \geq 0, & \text{если } i \neq j, \end{cases} \quad \text{и} \quad \sum_{k \in M^i} \phi^i_{jk} = 1.$$

Ранее предложены [37, 38] метод Галлагера и метод Франка-Волфа для решения сформулированной оптимизационной задачи. Для решения задачи маршрутизации (алгоритм Галлагера) были сформулированы необходимые и достаточные условия для получения минимальной величины задержки в среднем по сети. Слагаемые $D_{i,j}(\lambda_{i,j})$ (9) являются функциями величины потока, протекающего по тракту передачи (i, j), и характеристик этого тракта (пропускной способности, задержки на обработку и распространение). При этом ключевую роль в формулировке и решении задачи играют частные производные целевой функции $\frac{\partial D_\Sigma}{\partial r_{i,j}}$ и $\frac{\partial D_\Sigma}{\partial \phi^k_{i,j}}$. Алгоритм Галлагера позволяет получить оптимальное по критерию минимума задержки распределение потоков в сети. Однако, как показано в [19, 39], алгоритм медленно сходится и может применяться для маршрутизации стационарного и квазистационарного трафика.

Ввиду ориентации модели Галлагера на формализацию процессов маршрутизации статического или квазистатического трафика в работах [19, 40] предложено развитие данной модели и ее адаптация под требования концепции *TE*, но без учета условий *QoS*. В этих работах описаны подходы к улучшению алгоритма по вычислению им минимальной задержки, а также используются вторые производные, чтобы ускорить сходимость алгоритма Галлагера. Для устранения зависимости от глобальных констант состояния сети и требований к статичности передаваемого трафика в работах [19, 40] предложен комбинированный подход к получению близких к оптимальным решений задачи обеспечения минимальной задержки путем последовательного использования следующих трех процедур:

1. Распределенная процедура расчета кратчайшего множества безпетельных путей (кратчайших мультипутей), основанная на комбинаторных методах многопутевой маршрутизации, например *MPDA* или *MPATH* [14, 16, 20].
2. Процедура расчета оптимальных потоков в рамках модели Галлагера, основанная на ранее рассчитанном множестве мультипутей [37, 38].
3. Процедура расчета задержек в трактах передачи сети (9) для последующей работы первой процедуры, где они выступают в качестве метрических переменных.

Последующее развитие модели Галлагера состоит в формулировке задачи K-путевой маршрутизации, которая представляется как оптимизационная задача по минимизации средней временной задержки пакетов в ТКС [39]:

$$T(\alpha^{(k,l)}_{i,j}) = \frac{1}{r}\sum_{(i,j)} \frac{\lambda_{i,j}}{\varphi_{i,j} - \lambda_{i,j}} \qquad (10)$$

при ограничениях

$$\lambda_{i,j} = \frac{1}{\mu}\sum_{k=1}^{M}\sum_{l=1}^{M} r_{k,l}\alpha^{(k,l)}_{i,j}; \ (11) \qquad 0 \leq \lambda_{ij} \leq \varphi_{ij}; \qquad (12)$$

$$\sum_{i=1}^{M}\alpha^{(k,l)}_{i,j} - \sum_{i=1}^{M}\alpha^{(k,l)}_{j,i} = \begin{cases} -1, & j = k \\ 0, & j \neq k, l; \\ 1, & j = l \end{cases} \qquad (13)$$

$$0 \leq \alpha^{(k,l)}_{i,j} \leq 1, \qquad (14)$$

где $r = \sum\limits_{k=1}^{M}\sum\limits_{\substack{l=1,\\ l \neq k}}^{M} r_{k,l}$ – величина полного внешнего потока (1/с), $1/\mu$ – средняя длина пакета; $\alpha^{(k,l)}_{i,j}$ – доля потока $\lambda_{k,l}$, которая передается по тракту $E_{i,j}$.

Ограничение (14) предполагает, что для обслуживания потока из k-го узла в l-й узел может использоваться более чем один маршрут, то есть задача в постановке (10)–(14) описывает процесс многопутевой маршрутизации, оптимальной по критерию среднего времени задержки. При замене (14) на выражение $\alpha^{(k,l)}_{i,j} \in \{0;1\}$ ($i, j, k, l = \overline{1, M}$) будет получена формулировка задачи однопутевой оптимальной маршрутизации. Для описания сформулированной оптимизационной задачи как задачи K-путевой маршрутизации необходимо использовать следующие дополнительные ограничения на число исходящих трактов для передачи данных из каждого узла k узлу-адресату j:

$$\sum_{l=1}^{M} \vartheta_{kl}^{(j)} \le K \quad \left(k, j = \overline{1,M}\right),$$

$$\vartheta_{kl}^{(j)} = \begin{cases} 1, \text{ если } & \sum\limits_{i=1}^{M} \alpha_{kl}^{(i,j)} > 0; \\ 0, \text{ если } & \sum\limits_{i=1}^{M} \alpha_{kl}^{(i,j)} = 0, \end{cases} \qquad \left(j, k, l = \overline{1,M}\right).$$

В более строгой постановке сформулированной задачи [39] может осуществляться поиск множества оптимальных путей $P_{ij} = p_{ij}^{(e)}$, $e = \overline{1, E_{ij}}$ (E_{ij} – количество оптимальных путей из i-го узла в j-й узел), а также доли потока $\alpha_{ij}^{(e)}$ от r_{ij}, в соответствии с которыми используются пути $p_{ij}^{(e)}$ $\left(\sum\limits_{e=1}^{E_{ij}} \alpha_{ij}^{(e)} = 1\right)$.

В работах [41-44] получены выражения для оценки среднего времени доставки пакетов, джиттера и вероятности своевременной доставки с учетом возможных отказов и восстановления сетевых элементов. Однако область их применения ограничена однофазными сетями, т.е. сетями, в которых доставка происходит без переприема передаваемых пакетов.

Решение маршрутной задачи в рамках сетевых моделей теории массового обслуживания сводится к оптимальному в рамках критериев (8) или (10) распределению потоков. Однако использование в качестве критерия оптимальности средней по сети временной задержки пакетов, способствуя решению задачи балансировки нагрузки, не позволяет обеспечить распределение ресурсов сети, удовлетворяющее индивидуальным *QoS*-требованиям каждого конкретного потока, что является ключевым моментом при *QoS*-маршрутизации. Возможность использовать выражения для оценки межконцевых значений задержки, джиттера, показателей надежности связи [45, 46] появляется лишь при реализации статических стратегий маршрутизации или маршрутизации на основе заблаговременного предвычисления путей (*Precomputation Routing, PR*) [47, 48], что сужает область применения подобного рода моделей.

Кроме того, в рамках рассмотренных моделей многопутевой маршрутизации отсутствуют процедуры адаптивного определения необходимого количества путей доставки пакетов различных трафиков, т.е. задача сбалансированной загрузки ТКС решается автономно от задач обеспечения *QoS*. В отсутствие дополнительных ограничений, гарантирующих дифференцированное обслуживание трафиков пользователей, модели ТКС, полученные в рамках теории массового обслуживания, пока применяются на промежуточных этапах решения более сложных задач, например задач структурного синтеза ТКС [40].

2.2.3. Модели МПМ, основанные на использовании интегрально-дифференциальных и разностных уравнений стояния ТКС

В работе [49] математическая модель решения задачи МПМ в ТКС получена с помощью аппарата теории интегральных уравнений и позволяет описать динамику изменений интенсивности информационных потоков в трактах передачи и загрузку очередей на узлах сети. Для этого используется система нелинейных интегральных уравнений Вольтерра второго рода

$$\lambda_i(t) = \sum_{j \ne i}^{z} \int_0^t p_{ji}\left(\lambda_j^0 + \lambda_j(\tau)\right) \phi_{ji}\left(t - \tau, \lambda_j^0 + \lambda_j(t-\tau)\right) \lambda_j(\tau)d\tau + \vartheta_i(t), \qquad (15)$$

где $\lambda_i(t)$ – интенсивность обслуживания пакетов на выходе очереди без потерь (*j*,*i*) в момент времени *t*; z – количество очередей на узле сети; $\lambda_j(\tau)$ – интенсивность потока в момент времени τ; $p_{j,i}(\lambda_j^0)$ - вероятность обслуживания пакетов; $\vartheta_i(t)$ – детерминированная составляющая потока $\lambda_i(t)$; λ_j^0 – интенсивность потока пакетов на обслуживание в момент времени t_0; $\phi_{i,j}(\tau, \lambda_j^0) = \frac{d}{dt}\Phi_{j,i}(\tau, \lambda_j^0)$ и $\Phi_{j,i}(\tau, \lambda_j^0)$ – функция распределения времени обслуживания пакетов в очереди (*j*,*i*).

Система уравнений (15) описывает динамику сети в окрестности точки равновесия $\lambda^0 = \left(\lambda_1^0, \lambda_2^0, ..., \lambda_z^0\right)$, а ее решение может быть получено методом последовательных приближений:

$$\lambda_i^{k+1}(t) = \sum_{i \ne j} \int_0^t p_{j,i}\left(\lambda_j^k(\tau)\right) \phi_{j,i}\left(t - \tau, \lambda_j^k(\tau)\right) \lambda_j^k(\tau)d\tau + \vartheta_i(t).$$

Отметим, что система (15) всегда имеет единственное непрерывное решение [49].

Достоинствами предложенного подхода к функциональному описанию сети является следующее:

- учет динамики сети, определяемой характеристиками сети в точке λ^0, интенсивностями потоков в узлах λ_j^0, вероятностями передачи $p_{j,i}(\lambda_j^0)$, плотностями распределения времени обслуживания пакетов в очередях сети $\phi_{i,j}(\tau, \lambda_j^0)$ и изменением интенсивностей входных потоков;
- возможность анализа таких важных свойств сети, как устойчивость и управляемость;
- обеспечение сбалансированной загрузки в ТКС в целом.

К недостаткам рассмотренной модели следует отнести сложность расчета стационарного состояния сети и последующего решения системы нелинейных интегральных уравнений (15), что в общем случае составляет достаточно громоздкую и трудоемкую вычислительную задачу. В связи с этим подобное описание задачи МПМ пока не нашло должного практического применения в современных ТКС.

Достаточно плодотворным при построении динамических моделей МПМ в ТКС является подход, основанный на использовании аппарата дифференциальных или разностных уравнений состояния. При этом обеспечивается степенной рост сложности модели от числа состояний [50, 51]. Под состоянием ТКС обычно понимаются основные показатели, характеризующие функционирование системы (длины очередей на узлах сети, время доведения сообщений, занятость трактов передачи). Особенностью применения аппарата дифференциальных или разностных уравнений состояния является то, что процесс информационного обмена в ТКС трактуется как протекающий в пространстве и во времени. Пространственные характеристики (адреса отправителей и получателей, номера узлов и трактов, в которых в данный момент находится информация, величины задержек в передаче служебной информации и т.д.) определяются топологией ТКС, характеристиками отдельных ее компонентов, а также деревом допустимых маршрутов передачи.

Тогда динамику сети можно отследить с помощью следующей системы неавтономных разностных уравнений загрузки буферов очередей на узлах ТКС [50]:

$$x_{i,j}(k+1) = x_{i,j}(k) - \sum_{\substack{l=1,\\ l\neq i}}^{M} b_{i,l}(k)u_{i,l}(k) + \sum_{\substack{m=1,\\ m\neq i,j}}^{M} b_{m,i}(k)u_{m,i}(k) + y_{i,j}(k), \qquad (16)$$

где $b_{m,i}(k) = \varphi_{m,i}(k)\cdot\Delta t$, $y_{i,j}(k) = \zeta_{i,j}(k)\cdot\Delta t$, ($k$=0,1,2...; $\Delta t = t_{k+1} - t_k$); $x_{i,j}(k)$ – объем данных, находящихся на узле i и предназначенных для передачи узлу j в момент времени t_k, трактуемый в дальнейшем как переменная состояния; $\varphi_{i,j}(k)$ – ПС тракта $E_{i,j}$ в момент времени t_k; $u_{i,l}(k)$ – доля ПС тракта $E_{i,l}$, выделенная потоку с адресом j в момент времени t_k и трактуемая в дальнейшем как маршрутная переменная; $\zeta_{i,j}(k)$ – интенсивность поступления данных на маршрутизатор i в момент времени t_k с адресатом j от абонентов сети; Δt - период перерасчета маршрутных переменных.

Модель (16) была расширена на случай комплексного решения задач многопутевой маршрутизации и управления доступом [52].

С целью предотвращения перегрузки элементов ТКС, ввиду ограниченности буферов очередей на узлах и ПС трактов передачи, для ограничения внутрисетевого трафика на переменные состояния и маршрутные переменные накладываются ограничения

$$0 \le x_{i,j}(k) \le x_{i,j}^{max}\,; \quad 0 \le u_{i,l}(k)\,; \quad \sum_{n=1}^{M} u_{i,l}^{n}(k) \le 1\,,$$

где $x_{i,j}^{max}$ – емкость буфера очереди на узле i для трафиков с адресатом j.

В качестве критерия оптимальности решения задач МПМ в рамках модели (16) как правило выбирался минимум стоимостного линейного [50] или квадратичного [51, 52] функционала, характеризующего суммарные затраты по загрузке буферных устройств узлов, пропускных способностей трактов передачи ТКС, а также стоимость доступа к сети на протяжении цикла оптимизации $T = a\Delta t$ и функционально связан с объемом своевременно доставленных абонентских данных. Подобная формулировка минимизируемого функционала позволяет реализовать свойство прогнозирования предполагаемого состояния ТКС на некотором упреждающем временном интервале – периоде прогнозирования, совпадающем по своему смыслу с величиной T.

Расчет маршрутных переменных $u_{i,l}^{j}(k)$ осуществляется путем решения вариационной задачи известными методами оптимального управления [53]. Вышеописанная динамическая модель решения задач МПМ адаптирована для сетей, ориентированных на виртуальные соединения [54], для гибридных сетей и сетей с комбинированным типом маршрутизации [55], а также для сетей с иерархической маршрутизацией [56]. Подобный подход к моделированию ТКС открывает дополнительные возможности к оценке таких ее системных свойств, как наблюдаемость, управляемость, оптимальность, устойчивость и др.

Несмотря на ряд присущих рассмотренной модели неоспоримых достоинств, ее ограниченность состоит в сложности организации резервирования сетевых ресурсов и обеспечения гарантированного качества обслуживания согласованно и дифференцированно для каждого пользовательского трафика. Также определенные сложности связаны с расчетом искомых переменных ввиду высокой размерности сформулированной оптимизационной задачи, а также наличия ограничений на переменные состояния и маршрутные переменные, что не позволяет получить искомое решение в аналитическом виде.

2.2.4. Тензорные модели многопутевой маршрутизации с поддержкой гарантированного качества обслуживания в ТКС

Оригинальный подход к решению задач многопутевой маршрутизации получен в ходе математического описания ТКС в рамках тензорных моделей [57-59], полученных на основе использования возможностей математического аппарата тензорного анализа сетей Г. Крона. [60]. Тензорное представление основывается на обобщении векторно-матричных моделей путем обоснованного введения того или иного типа пространства, исходя из особенностей структурнофункционального построения ТКС.

В рамках тензорного моделирования ТКС [57-59] удалось получить аналитические выражения, связывающие между собой параметры трафика, показатели качества обслуживания и основные сетевые параметры, которые могут выступать в качестве нелинейных ограничений при формализации в виде оптимизационной задачи проблемы многопутевой маршрутизации. Использование тензорных моделей МПМ в отличие от ранее известных подходов позволяет обеспечить, прежде всего, предоставление услуг связи гарантированного качества одновременно по нескольким показателям *QoS* вдоль каждого из рассчитанных путей. Например, в работах [58, 59] искомые аналитические ограничения, представленные в форме неравенств имеют следующий вид:

$$\Lambda_{\eta}^{\langle 1\rangle} \le \left(L_{\pi\eta}^{\langle 4,1\rangle} - L_{\pi\eta}^{\langle 4,2\rangle}\left[L_{\pi\eta}^{\langle 4,4\rangle} \right]^{-1} L_{\pi\eta}^{\langle 4,3\rangle} \right) T_{\eta}^{\langle 1\rangle}, \quad (17)$$

$$\Lambda_{\eta}^{\langle 1\rangle} \le \left(X_{\pi\eta}^{\langle 4,1\rangle} - X_{\pi\eta}^{\langle 4,2\rangle}\left[X_{\pi\eta}^{\langle 4,4\rangle} \right]^{-1} X_{\pi\eta}^{\langle 4,3\rangle} \right) P_{\eta}^{\langle 1\rangle}, \quad (18)$$

$$\Lambda_{\eta}^{\langle 1\rangle} \le \left(\Phi_{\pi\eta}^{\langle 4,1\rangle} - \Phi_{\pi\eta}^{\langle 4,2\rangle}\left[\Phi_{\pi\eta}^{\langle 4,4\rangle} \right]^{-1} \Phi_{\pi\eta}^{\langle 4,3\rangle} \right) \Sigma_{\eta}^{\langle 1\rangle}, \quad (19)$$

где $\Lambda_{\eta}^{\langle 1\rangle}$ – вектор интенсивности обслуживаемого трафика; $T_{\eta}^{\langle 1\rangle}$, $\Sigma_{\eta}^{\langle 1\rangle}$, $P_{\eta}^{\langle 1\rangle}$ – векторы, формализующие такие показатели *QoS*, как среднее время, джиттер и вероятность своевременной доставки соответственно, $L_{\pi\eta}^{\langle\cdot,\cdot\rangle}$, $X_{\pi\eta}^{\langle\cdot,\cdot\rangle}$ и $\Phi_{\pi\eta}^{\langle\cdot,\cdot\rangle}$ – матрицы, описывающие параметры надежности и пропускной способности ТП.

Ограничения (17)-(19) получены на основе тензорного описания ТКС четырехвалентным смешанным тензором риманова пространства, введенного путем представления ее структуры в виде $\pi\eta$-сети, т.е. множества независимых (базисных) контуров и узловых пар. Выполнение приведенных условий также гарантирует расчет множества беспетельных (безконтурных) путей доставки пакетов [58, 59]. В работе [57] результаты тензорного моделирования однопродуктовых двухполюсных сетей обобщены на случай описания многопродуктовых многополюсных сетей.

Выводы

Как показал проведенный анализ вопросы организации эффективной многопутевой маршрутизации в современных и перспективных ТКС вызывают значительный теоретический и прикладной интерес, о чем свидетельствует значительное число технологических решений и научных публикаций по данной проблеме. Важно отметить, что технологические решения в области МПМ, основанные на использовании процедур балансировки нагрузки на узлах ТКС, все еще носят эвристический характер, что, в свою очередь, предполагает необходимость их всестороннего теоретического обоснования. При этом ключевым этапом подобного теоретического обоснования выступает этап математического описания ТКС, нацеленный на получение адекватных математических моделей МПМ.

Основываясь на результатах обзора, можно констатировать тот факт, что сама постановка задачи многопутевой маршрутизации значительно усложнилась ввиду необходимости комплексного удовлетворения требований к качеству обслуживания и сбалансированной загрузки ТКС. В этой связи наблюдается существенное расширение используемых средств математической формализации МПМ – от классических графовых моделей и комбинаторных методов расчета до многомерных симплициальных, тензорных моделей и методов оптимального управления маршрутизацией, которые более полно отвечают вновь выдвигаемым требованиям системного характера.

Согласно проведенному анализу при моделировании процессов многопутевой маршрутизации в современных и перспективных мультисервисных ТКС наиболее приемлемым представляется подход, основанный на комбинированном использовании возможностей графовых (графокомбинаторных), потоковых и тензорных моделей МПМ. При этом использование графокомбинаторных моделей позволяет существенно снизить вычислительную сложность получаемых решений за счет предварительного расчета путей доставки передаваемых пакетов. Потоковые же модели традиционно обеспечивают адекватную формализацию решения задач распределения потоков по предварительно рассчитанным путям в соответствии с ограничениями на QoS, полученных на основе использования тензорных моделей ТКС.

Литература: 1. *Гургенидзе А.Т., Кореш В.И.* Мультисервисные сети и услуги широкополосного доступа. СПб.: Наука и Техника, 2003. 400 с. 2. *Валов С. Г., Голышко А. В.* Инфокоммуникационные сети будущего: общие принципы // Вестник связи. 2003. № 2. С. 52-61. 3. *Вегенша Ш.* Качество обслуживания в сетях IP: Пер. с англ. М.: Издательский дом «Вильямс», 2003. 386 с. 4. *Денисова Т.Б., Лихтциндер Б.Я., Назаров А.Н., Симонов М.В., Фомичев С.М.* Мультисервисные АТМ сети. М.: Эко Трендз, 2005. 320 с. 5. *Олвейн В.* Структура и реализация современной технологии MPLS: Пер. с англ. М.: Издательский дом «Вильямс», 2004. 480 с. 6. *Алленов О. М.* Технология GMPLS // Вестник связи. 2002. № 9. С. 72-78. 7. *Simha A., Osborne E.* Traffic Engineering with MPLS. Cisco Press, 2002. 608 p. 8. *Psounis K.* Active networks: applications, security, safety, and architectures // Proc. IEEE Communications Surveys. 1999. Vol.1. P. 2-16. 9. *Chen-Khong T., Jianning M., Lawrence W. C.* A QoS-based routing algorithm for PNNI ATM networks // Comput. Commun. – 2002. Vol.25, № 7. P. 714-729. 10. *Keslassy I., Chang C., McKeown N., Lee D.* Optimal Load-Balancing // Proc. IEEE Infocom '05. Miami, 2005. Vol.4, № 3. P. 1054-1065. 11. *Остерлох Х.* Маршрутизация в IP-сетях. Принципы, протоколы, настройка. С.Пб.: BHV. С.Пб., 2002. 512 с. 12. *Руденко И.* Маршрутизаторы CISCO для IP-сетей. М.: КУДИС-ОБРАЗ, 2003. 656 с. 13. *Lee G. M.* A survey of multipath routing for traffic engineering // Proc. of LNCS 3391. Springer-Verlag, 2005. Vol. 4. P. 635-661. 14. *Vutukury S.* Multipath routing mechanisms for traffic engineering and quality of service in the Internet // PhD Dissertation. University of Kalifornia, 2001. 152 p. 15. *Vutukury S., Garcia-Luna-Aceves J. J.* MDVA: A Distance-Vector Multipath Routing Protocol // Proc. IEEE INFOCOM. Anchorage, 2001. P. 557-564. 16. *Vutukury S., Garcia-Luna-Aceves J. J.* A Distributed Algorithm for Multipath Computation. // Proc. IEEE GLOBECOM. Rio de Janeiro, 1999. 1203-1207. 17. *Vutukury S., Garcia-Luna-Aceves J. J.* An Algorithm for Multipath Computation Using Distance-Vectors with Predecessor Information // Proc. IEEE International Conference on Computer Communications and Networks (ICCCN). Boston, 1999. P. 534-539. 18. *Zaumen W. T., Garcia-Luna-Aceves J.J.* Loop-Free Multipath Routing Using Generalized Diffusing Computations // Proc. IEEE INFOCOM '98. San Francisco, 1998. P. 1408-1417. 19. *Vutukury S., Garcia-Luna-Aceves J.J.* A Simple Approximation to Minimum Delay Routing // Proc. ACM SIGCOMM. Cambridge, 1999. P.39-50. 20. *Vutukury S., Garcia-Luna-Aceves J.J.* MPATH: a loop-free multipath routing algorithm // Elsevier Journal of Microprocessors and Microsystems. 2001. № 24 (6). P. 319-327. 21. *Raju J., Garcia-Luna-Aceves J.J.* A New Approach to On-demand Loop-Free Multipath Routing // Proc. IEEE IC3N. Boston, 1999. P. 53-62. 22. *Lee G. M.* Study of Multipath routing for QoS provisioning // Proc. IEEE ICOIN. Beppu, 2001. P. 213-218. 23. *Raju J., Garcia-Luna-Aceves J.J.* A New Approach to On-demand Loop-Free Multipath Routing // Proceedings of the 8 th Annual IEEE International Conference on Computer Communications and Networks (ICCCN). Boston. 1999. P. 522-527. 24. *Форд Л., Фалкерсон Д.* Потоки в сетях: Пер. с англ. М.: Мир, 1966. 276 с. 25. *Френк Г., Фриш И.* Сети, связь и потоки. М.: Связь, 1978. 448 с. 26. *Wang Y., Wang Z.* Explicit routing algoritms for Internet Traffic Engineering // Proc. of 8th International Conference on Computer Communications and Networks. Paris, 1999. P. 582-588. 27. *Филлипс Дж, Гарсиа Д.* Методы анализа сетей: Пер. с англ. М.: Мир, 1984. 496 с. 28. *Rao N. S. V., Batsell S. G.* QoS routing via multiple paths using bandwidth reservation // Proc. IEEE Infocom. San Francisco, 1998. Vol. 1. P. 11-18. 29. *Адельсон-Вельский Г.М., Диниц Е.А., Карзанов А.В.* Потоковые алгоритмы. М.: Наука, 1975. 120 с. 30. *Jia Y., Nikoladis I. Gburzynski P.* Multiple path QoS routing // Proc. Int. Conf. Communications (ICC 2001). Helsinki, 2001. P. 2583-2587. 31 *Siachalou S., Georgiadis L.* Efficient QoS routing // Proc. IEEE INFOCOM 2003. San Francisco, 2003. Vol. 2(3). P. 372-381. 32. *Wang Y., Wang Z.* Explicit routing algorithms for Internet Traffic Engineering // Proc. of 8th International Conference on Computer Communications and Networks. Paris, 1999. P. 582-588. 33. *Seok Yo., Lee Yo., Choi Ya.* Dynamic constrained multipath routing for MPLS networks // Proc. of IEEE ICCCN. Scottsdale, 2001. Vol.2., №1. P. 348-353. 34. *Lee S.K., Griffith D., Coussot V., Su D.* Explicit routing with QoS constraints in IP over WDM // IEEE Commun. 2002. Vol.149. № 2. P. 83-91. 35. *Seok Yo., Lee Yo., Choi Ya., Kim C.* A constrained multipath traffic engineering scheme for MPLS networks // Proc. of IEEE ICC 2002. 2002. New York. P. 2431-2436. 36. *Клейнрок Л.* Вычислительные системы с очередями. М.: Мир, 1979. 600 с. 37. *Gallager R. G.* A minimum delay routing algorithm using distributed computation // IEEE Trans. on communications. 1975. Vol. 25, №1. P.73-85. 38. *Бертсекас Д., Галлагер Р.* Сети передачи данных. М.:Мир,1989. 544 с. 39. *Вишневский В.М.* Теоретические основы проектирования компьютерных систем. М.: Техносфера, 2003. 512 с. 40. *Vutukury S., Garcia-Luna-Aceves J.J.* A traffic engineering approach based on minimum-delay routing // Proc. of IEEE IC3N. Las Vegas, 2000. P. 42-47. 41. *Арипов М.Н.* Проектирование и техническая эксплуатация сетей передачи дискретных сообщений. М.: Радио и связь, 1988. 285с. 42. *Дымарский Я. С.* Проблемы оптимизации распределения ресурсов в сетях связи // Телекоммуникации. 2002. № 3. С. 12-17. 43. 43. *Дымарский Я.С., Нурмиева М. В.* Оптимальное распределение ресурсов в сети с разнородными потоками // Вестник МАИСУ. 2002. №6. С. 31-35. 44. *Дымарский Я.С., Нурмиева М. В.* О некоторых задачах оптимизации АТМ-сетей // Вестник МАИСУ. 2002. №8. С. 20-31. 45. *Евсеева О.Ю., Лемешко А.В., Кравчук А.А.* Потоковая модель процессов маршрутизации с гарантированным качеством обслуживания // Радиотехника. Всеукр. межведомств. науч.-техн. сб. 2004. Вып. 138. С. 32-37. 46. *Лемешко А.В., Евсеева О.Ю., Беленков А.Г.* Обеспечение гарантированного качества связи при решении задач сетевого уровня ЭМВОС // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. 2003. Вып 6 (6). С. 30-33. 47. *Cui Y., Xu K., Wu J.* Precomputation for multi-constrained QoS routing in high-speed networks // Proc. IEEE INFOCOM. San Fran., 2003. Vol. 1. P. 1305-1315. 48. *Orda A., Sprintson A.* QoS Routing: The Precomputation Perspective // Proc. IEEE INFOCOM. New York, 2000. Vol. 3. P. 283-291. 49. *Гуревич И.М.* Динамическая модель сети связи // Теория телетрафика в системах информатики. М.: Наука, 1989. С.54-64. 50. *Segall A.* The modeling of adaptive routing in data communications networks // IEEE Trans. on communications. 1975. Vol. 25, №1. P.85-95. 51. *Амосов А.А., Коленеченко А.М.* Потоковые алгоритмы для управления нестационарными сетями связи // V Всесоюзная школа семинар по вычислительным сетям. Ч.2. Москва-Владивосток, 1980. С.13-18. 52. *Лемешко А.В., Беленков А.Г.* Динамическая модель комплексного решения задач маршрутизации и абонентского доступа в территориально-распределенных телекоммуникационных сетях // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии. 2003. Вып. 18. С. 134-139. 53. *Сингх М., Титли А.* Системы: декомпозиция, оптимизация и управление. М.: Машиностроение, 1986. 494 с. 54. *Лемешко А.В., Евсеева О.Ю., Гема Н.И.* Динамическая маршрутизация в пакетных сетях с гарантированным качеством обслуживания // Радиотехника. Всеукр. межведомств. науч.-техн. сб. 2001. Вып. 123. С.45-50. 55. *Лемешко А.В., Евсеева О.Ю.* Функциональная модель адаптивной маршрутизации комбинированного типа // Радиотехника. Всеукр. межведомств. науч.-техн. сб. 2002. Вып.127. С. 152-159. 56. *Лемешко А.В.* Алгоритм иерархическо-координационного управления информационным обменом в сети передачи данных // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии. 1998. Вып.. №1. С.323-328. 57. *Popovsky Vl., Lemeshko A.* Multitensor Model of the Telecommunication Network // Modern Problems of Radio Engineering, Telecommunications and Computer Science / Proceedings of conference International TCSET'2004 / Lviv-Slavsko. 2004. PP. 323-325. 58. Лемешко А.В. Тензорная модель многопутевой маршрутизации агрегированных потоков с резервированием сетевых ресурсов, представленная в пространстве с кривизной // Праці УНДІРТ. Випуск №4 (40). Одеса: Видання УНДІРТ, 2004. С. 12-18. 59. Лемешко А.В. Вероятностно-временная модель QoS маршрутизации с предвычислением путей в условиях неидеальной надежности элементов телекоммуникационной сети // Радиотехника. 2005. Вып. 142. С. 11-20. 60. *Крон Г.* Тензорный анализ сетей: Пер. с англ. М.: Сов. радио, 1978.

Поступила в редколлегию 00.00.00