

УДК 381.324

АНАЛИЗ ЭФФЕКТИВНОСТИ МЕТОДОВ МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОГО ВЫБОРА ПРЕДПОЧТИТЕЛЬНОГО ВАРИАНТА СРЕДСТВ ТЕЛЕКОММУНИКАЦИЙ



[В.М. БЕЗРУК](#)

Харьковский национальный
университет радиоэлектроники

[Н.Н. ПОНОМАРЕНКО](#)

Национальный аэрокосмический университет
им. Н.Е. Жуковского «ХАИ»

[Ю.В. СКОРИК](#)

Харьковский национальный
университет радиоэлектроники

Abstract – Comparative analysis of the effectiveness of methods for selecting the preferred design solution taking into account the quality indicators and the information obtained from experts was performed. It was shown that the method of hierarchies analysis is the best for a small standard deviation decision of experts. This means that it is better to use a more experienced and qualified experts in small quantities than the large number of experts with a large standard deviation decision.

Анотація – Проведено порівняльні дослідження ефективності методів вибору кращого проектного рішення з урахуванням сукупності показників якості та інформації, одержуваної від експертів. Показано, що метод аналізу ієрархій є кращим при малому середньоквадратичному відхиленні прийняття рішення експертами. Це означає, що краще використовувати більш досвідчених і кваліфікованих експертів у малій кількості, ніж великий чисельний склад експертів з великим середньоквадратичним відхиленням прийняття рішення.

Аннотация – Проведены сравнительные исследования эффективности методов выбора предпочтительного проектного решения с учетом совокупности показателей качества и информации, получаемой от экспертов. Показано, что метод анализа иерархий является лучшим при малом среднеквадратическом отклонении принятия решения экспертами. Это означает, что лучше использовать более опытных и квалифицированных экспертов в малом количестве, чем большой численный состав экспертов с большим среднеквадратическим отклонением принятия решения.

Введение

Средства телекоммуникаций (то есть устройства, технологии, системы, используемые для передачи информации) являются важными компонентами современных инфокоммуникаций. При их проектировании возникают требования строгого учета совокупности противоречивых требований на показатели их качества. Это определяет необходимость применения методов многокритериальной оптимизации при выборе проектных решений из множества допустимых вариантов. Раньше при проектировании средств телекоммуникаций проводился выбор лишь строго допустимых проектных вариантов, которые удовлетворяли заданным ограничениям на показате-

ли качества. С усложнением и увеличением стоимости проектируемых средств телекоммуникаций актуальным является нахождение оптимальных проектных решений. Для выбора оптимальных решений следует задать формализованный критерий оптимальности – критерий предпочтения одного проектного варианта над другим с учетом совокупности показателей качества. Здесь возникает непростая задача "аппроксимации" функции выбора оптимальных вариантов средств телекоммуникаций, которая имеется в воображении заказчика - лица, принимающего решения (ЛПР), некоторой другой функцией выбора, которую можно представить в виде формализованного критерия оптимальности с учетом совокупности показателей качества при использовании строгих математических методов [1-3].

Обычно на начальных этапах проектирования средств телекоммуникаций (в дальнейшем будем использовать термин «систем») все показатели качества полагают одинаковыми по важности. В этом случае формализованное решение задачи выбора оптимальных вариантов сводится к нахождению некоторого подмножества нехудших (Парето–оптимальных) вариантов систем, оптимальных по безусловному критерию предпочтения (критерию Парето) [4-6]. Формально модель задачи Парето–оптимизации не содержит информации для выбора единственного проектного варианта систем. Множество допустимых проектных вариантов лишь сужается до подмножества Парето за счет исключения безусловно худших вариантов. При этом достигается компромисс, то есть согласованный по критерию Парето оптимум совокупности показателей качества системы. Согласованный оптимум означает, что дальнейшее улучшение каждого из показателей может быть достигнуто лишь за счет ухудшения других показателей качества. Все найденные Парето–оптимальные варианты систем являются несравнимыми по критерию Парето и каждый из них может быть выбран для последующих этапов проектирования.

В ряде случаев для последующих этапов проектирования должен быть выбран единственный предпочтительный вариант системы с привлечением дополнительной информации, получаемой от экспертов. Такая информация у экспертов появляется в результате всестороннего анализа структуры и параметров Парето–оптимальных вариантов системы, в частности, полученных многомерных диаграмм обмена показателей качества для этих вариантов, относительной важности используемых показателей качества, сравнительного анализа Парето–оптимальных вариантов систем между собою и др. Для сужения подмножества Парето–оптимальных проектных решений до единственного предпочтительного варианта средств телекоммуникаций могут быть применены разные методы, которые используют разного типа дополнительную информацию экспертов о проектных решениях [4-7]. В работах [8-11] эти методы применялись при решении задач многокритериального выбора проектных вариантов различных типов средств телекоммуникаций. В настоящее время возникла необходимость сравнения эффективности разных методов выбора предпочтительного варианта средств телекоммуникаций. Это требуется для использования рационального метода выбора предпочтительного варианта в зависимости от вида дополнительной информации, получаемой при анализе разных типов средств телекоммуникаций, числа и квалификации группы экспертов и др.

Поэтому данная статья посвящена сравнительному анализу эффективности ряда методов выбора единственного предпочтительного варианта проектируемой системы с учетом совокупности показателей качества и дополнительной информации, получаемой от экспертов.

I. Метод выбора предпочтительного варианта системы на основе теории полезности

Полученная дополнительная информация от экспертов может быть использована для формализованного построения условного критерия предпочтения, в частности, в виде скалярной целевой функции от совокупности показателей качества $U(k_1(\phi), \dots, k_n(\phi))$, оптимизация которой на подмножестве Парето-оптимальных решений $P_k(\Phi_\partial)$ приводит к выбору единственного предпочтительного варианта системы [3]:

$$\phi_0 = \mathop{\text{argextr}} (U(k_1(\phi), \dots, k_n(\phi))), \quad \phi \in P_k(\Phi_\partial). \quad (1)$$

Общее требование к функции $U(k_1(\phi), \dots, k_n(\phi))$ сводится к тому, чтобы она была монотонной (возрастающей или спадающей) по каждому из своих аргументов.

Существуют как объективные, так и субъективные подходы к построению такой функции. В ряде случаев на основе рассмотрения назначения системы, которая проектируется в составе более сложной надсистемы (комплекса), объективными методами может быть установлена взаимосвязь показателей качества системы (k_1, \dots, k_n) с некоторым показателем качества K надсистемы в виде соответствующей функции $K = U(k_1, \dots, k_n)$. Однако в большинстве случаев объективно ввести такую функцию не удается и приходится прибегать к ее построению в значительной мере субъективными методами с привлечением разного рода дополнительной информации, получаемой от экспертов. При этом существуют разные методы получения и обработки этой информации.

Одним из широко используемых методов сужения подмножества Парето-оптимальных решений является использование скалярной функции ценности (полезности), оптимизация которой ведет к выбору единственного предпочтительного варианта системы [2, 3]. Числовую функцию $U(k_1, \dots, k_n)$ называют функцией ценности для отношения строгого предпочтения \succ , если для произвольных оценок $\vec{k}', \vec{k}'' \in V$ в пространстве V неравенство $U(\vec{k}') > U(\vec{k}'')$ имеет место тогда и только тогда, когда $\vec{k}' \geq \vec{k}''$. Предположим, что отношение строгого предпочтения \succ удовлетворяет аксиоме Парето. При этом из векторного неравенства $\vec{k}' \geq \vec{k}''$ вытекает отношение $\vec{k}' \succ \vec{k}''$, которое означает $U(\vec{k}') > U(\vec{k}'')$, то есть функция ценности $U(\vec{k})$ является возрастающей по отношению \geq . Если существует такая функция ценности

$U(\vec{k})$, то единственная оптимальная оценка вектора \vec{k}^0 находится путем максимизации этой функции на подмножестве Парето [2, 3, 6]:

$$U(\vec{k}^0) = \max_{\vec{k} \in opt \geq V} U(\vec{k}). \quad (2)$$

Таким образом, нахождение единственной оптимальной оценки сводится к решению задачи скалярной оптимизации функции многих переменных $U(\vec{k})$.

Вопрос существования функций ценности и способы их оценивания детально рассматриваются во многих работах [2]. При этом могут быть построены аддитивная, мультипликативная, полинейная функции ценности.

Процедура формирования функции ценности $U(\vec{k})$ иногда называется сверткой векторного критерия $\vec{K} = (k_1, k_2, \dots, k_n)$.

В ряде случаев обобщенная функция ценности может принимать вид [2, 3]:

$$U(k_1, \dots, k_m) = \sum_{j=1}^n c_j \varphi_j(k_j), \quad (3)$$

где $\varphi_j(\cdot)$ - одномерные функции ценности, которые характеризуют ценность системы по j -му показателю качества; c_j - весовые коэффициенты.

Задача построения функции (3) сводится к оценке коэффициентов c_j , выбору вида функций $\varphi_j(k_j)$, проверке их независимости по отношению предпочтения \geq , проверке согласованности построенной функции ценности. Иногда может быть использована более простая функция ценности в виде:

$$U(\vec{k}) = \sum_{j=1}^n c_j k_j. \quad (4)$$

При этом используются разные методы получения дополнительной информации о значении коэффициентов c_j . В частности, это хорошо разработанные методы экспертных оценок. Они сводятся к опрашиванию выбранной группы экспертов с учетом информации о ценности полученных Парето-оптимальных вариантов системы, относительной важности показателей качества и др.

II. Метод выбора единственного предпочтительного варианта системы на основе теории размытых множеств

Этот подход базируется на том, что через априорную неопределенность понятие "наилучший вариант системы" невозможно определить точно. Можно считать, что это понятие представляет собой размытое множество, и для оценки системы могут быть использованы основные положения теории размытых множеств [2, 3]. В общем случае размытое множество G на множестве X задается функцией принадлежности: $\xi_G : X \rightarrow [0,1]$, которая сопоставляет с каждым элементом $x \in X$ действительное число ξ_G на интервале $[0,1]$. Это число называется степенью принадлежности элемента x размытому множеству G . Чем оно более близко к 1, тем выше степень принадлежности. Функция $\xi_G(x)$ является обобщением обычной характеристической функции множеств, которая приобретает лишь два значения: 1 – при $x \in G$ и 0 – при $x \notin G$. В случае дискретных множеств используется запись размытого множества как множество пар $G = \{x, \xi_G(x)\}$.

В соответствии с этими основными положениями каждый показатель качества системы может задаваться в виде размытого множества $k_j = \{k_j, \xi_{k_j}(k_j)\}$, где $\xi_{k_j}(k_j)$ – функция принадлежности конкретного j -го показателя качества размытому множеству наилучшего значения. Такая запись отдельного показателя качества имеет высокую информативность, поскольку дает представление о физической природе показателя качества, конкретном его значении и ценности относительно наилучшего (экстремального) значения, которое характеризует функция принадлежности. Универсальная форма функции принадлежности, которая может быть использована как скалярная целевая функция, имеет такой вид [2, 3]:

$$U(k_1, \dots, k_m) = \frac{1}{n} \left\{ \sum_{j=1}^n [\xi_{k_j}(k_j)]^\beta \right\}^{\frac{1}{\beta}}. \quad (5)$$

Преимуществом такой целевой функции является то, что выбором параметра β может быть реализован широкий класс функций от линейной аддитивной при условии $\beta = 1$ до сугубо нелинейной при $\beta \rightarrow \infty$.

III. Метод выбора единственного предпочтительного варианта системы на основе метода анализа иерархий

Метод анализа иерархий (МАИ) состоит в декомпозиции проблемы выбора единственного проектного варианта некоторой системы на простые составляющие части и получении суждений экспертов по парным сравнениям различных элементов проблемы выбора [4, 11]. В результате обработки полученных численных данных суждений экспертов согласно определенной математической процедуры получают компоненты глобального вектора приоритетов, которые характеризуют приоритет-

ность выбора вариантов проектируемой системы и определяют выбор единственного проектного варианта системы из заданного множества вариантов.

Принцип декомпозиции предусматривает структурирование проблемы выбора в виде иерархии уровней, что является первым этапом применения МАИ. На рис. 1 в наиболее общем виде представлена иерархия проблемы выбора, которая строится с вершины (цель выбора) через промежуточные уровни (показатели качества системы) к самому низкому уровню (альтернативные варианты построения системы) [11].

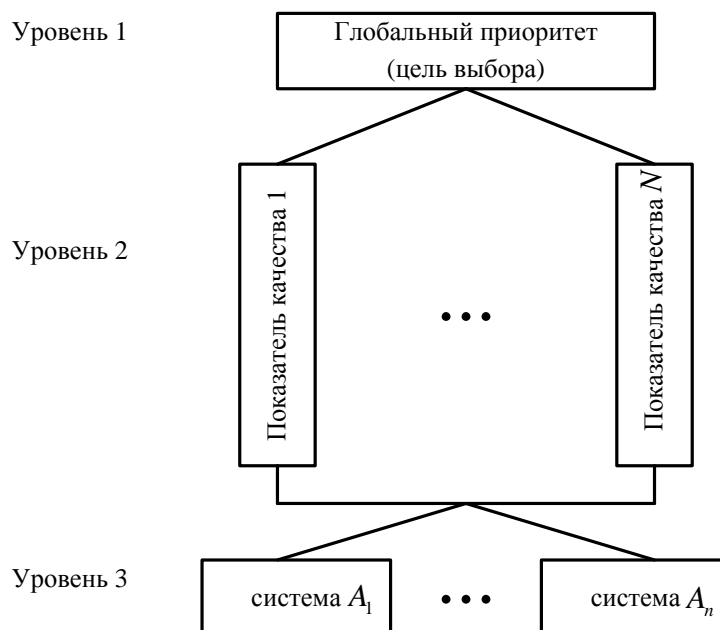


Рис. 1. Декомпозиция задачи выбора в иерархию уровней

Принцип сравнительных суждений экспертов в МАИ состоит в том, что объекты проблемы выбора сравниваются экспертами попарно по важности. Попарно сравниваются важности разных вариантов систем (на уровне 3) и разных показателей качества (на уровне 2). Результаты парных сравнений элементов приводятся к матричной форме.

$$A = \begin{pmatrix} \frac{w_1}{w_1} & \frac{w_1}{w_2} & \dots & \frac{w_1}{w_n} \\ \frac{w_2}{w_1} & \frac{w_2}{w_2} & \dots & \frac{w_2}{w_n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{w_n}{w_1} & \frac{w_n}{w_2} & \dots & \frac{w_n}{w_n} \end{pmatrix}, \quad (6)$$

где $\frac{w_i}{w_j}$ – оценки парных сравнений элементов.

Диагональ этой матрицы заполнена значениями "1", а элементы матрицы, лежащие ниже диагонали, заполнены обратными значениями.

Оценки парных сравнений элементов находятся с использованием субъективных суждений экспертов, численно определяемых по шкале относительной важности элементов, которая описана в табл. 1 [11].

Таблица 1. Шкала относительной важности элементов

| Интенсивность относительной важности | Определение |
|--|---|
| 1 | Равная важность |
| 3 | Умеренное превосходство одного над другим |
| 5 | Существенное или сильное превосходство |
| 7 | Значительное превосходство |
| 9 | Очень сильное превосходство |
| 2,4,6,8 | Промежуточные решения между двумя суждениями |
| Обратные величины приведённых выше чисел | Если при сравнении одного вида элемента с другим получено одно из вышеуказанных чисел, то при сравнении второго элемента с первым получим обратную величину |

Далее выполняется некоторая обработка матриц парных сравнений элементов иерархий на уровнях 2 и 3. С математической точки зрения эти задачи обработки сводятся к вычислению главного собственного вектора, который после определенной нормировки становится вектором приоритетов элементов на соответствующем уровне иерархии.

Компоненты главного собственного вектора показателей качества вычисляются как среднее геометрическое значение в строке матрицы парных сравнений элементов на каждом уровне:

$$V_i = \sqrt[n]{\prod_{k=1}^n \frac{w_i}{w_k}}, \quad (7)$$

$$P_i = \frac{V_i}{S}, \quad (8)$$

где $S = \sum_{i=1}^n V_i$, V_i – значения компонент главного собственного вектора матрицы, P_i –

приоритеты сравниваемых элементов, n – количество показателей качества.

Вначале на основе матрицы парных сравнений показателей качества (6), полученной на уровне 2, вычисляются компоненты главного собственного вектора (7) и вектора приоритетов (8). Аналогично находятся оценки матриц парных сравнений вариантов систем на уровне 3 в отдельности по отношению к каждому показателю качества системы. На основе этих матриц вычисляются компоненты соответствующих главных собственных векторов и векторов приоритетов систем \bar{Q}_i по отношению к показателям качества.

С использованием этих данных вычисляются значения компонентов вектора глобальных приоритетов \vec{C} согласно [11]:

$$C_j = \sum_{i=1}^n P_i Q_{ij}, \quad j = \overline{1, N}, \quad (9)$$

где N – число сравниваемых вариантов систем.

По максимальному значению компонентов вектора глобальных приоритетов (9) выбирается единственный предпочтительный вариант системы.

IV. Сравнительный анализ эффективности методов выбора единственного предпочтительного варианта системы

Были проведены сравнительные исследования эффективности выбора единственного предпочтительного проектного варианта системы с использованием информации, полученной от экспертов, рассмотренными выше методами на основе теории ценности (полезности) (ТП), теории размытых множеств (ТРМ) и метода анализа иерархий (МАИ). Суть исследований заключалась в моделировании некоторого множества истинных и ошибочных заключений группы экспертов относительно представляемой информации, которая характерна для каждого метода выбора предпочтительного варианта системы. Для сравнительного анализа эффективности указанных методов выбора введен критерий, вычисляемый по результатам множества экспериментов (процедур выбора) с использованием разных методов выбора. Исследования эффективности методов выбора проведены для разного числа экспертов и разного разброса мнений экспертов относительно истинных значений, зависящего от опыта экспертов.

В частности, для метода выбора, основанного на ТП, смоделирована матрица значений весов (относительной ценности) m показателей качества для заданного множества k экспериментов. Истинные значения весов показателей качества получены как m случайных чисел в диапазоне от 0 до 1.

Считалось, что каждый эксперт оценивает значения весов показателей качества с погрешностью, которая соответствует нормальному закону распределения с нулевым математическим ожиданием и дисперсией σ^2 . В результате получают искаженные матрицы весов для множества экспериментов по выбору единственного предпочтительного варианта из множества k допустимых проектных вариантов с использованием метода, основанного на ТЦ. При этом предпочтительный проектный вариант выбирается из условия максимума взвешенной суммы показателей качества, в которой весовые коэффициенты оцениваются экспертами.

Чтобы оценить эффективность метода выбора для заданного числа показателей качества проектных вариантов и количества экспертов, необходимо заданным методом найти номер истинного (оптимального) проектного варианта $\eta(R^{opt})$ и номер предпочтительного проектного варианта $\eta(R^{exp})$ для случая, когда эксперты принимают решение с погрешностью. Если $\eta(R^{opt}) = \eta(R^{exp})$, значит в обоих случаях предпочтительным проектным вариантом оказался один и тот же вариант, а исследуемый метод оказался устойчивым к погрешности принятия решения экспертами.

Если же это условие не выполняется, то вводится критерий эффективности, позволяющий оценить степень отличия найденных вариантов. Для того чтобы получить достоверные оценки этого критерия, набиралась статистика на большом числе экспериментов f .

При оценивании эффективности выбора на основе МАИ эксперты должны оценивать значения парных сравнений (взаимную важность значений характеристик проектных вариантов). В результате формируется матрица парных сравнений. Так как в практических ситуациях взаимная важность значений характеристик проектных вариантов достаточно редко прямо пропорциональна значениям этих характеристик, то задавались истинные значения парных сравнений характеристик случайными числами в диапазоне от 0,1 до 9. Считалось, что эксперты оценивают результаты парных сравнений характеристик вариантов с погрешностью, соответствующей нормальному закону распределения с нулевым математическим ожиданием и дисперсией σ^2 . В итоге получались истинная и искаженные матрицы парных сравнений. В результате применения МАИ для каждого эксперимента находился вектор приоритетов, по максимальному значению координаты которого определялся единственный предпочтительный проектный вариант.

Для оценивания эффективности метода выбора предпочтительного проектного варианта по результатам множества f экспериментов, в которых эксперты выдавали информацию с погрешностью, по сравнению со случаем отсутствия погрешности в принятии решений экспертами, использовался критерий в виде средней вероятности ошибочного принятия проектных решений:

$$P_{ош} = 100\% \frac{1}{f} \sum_{i=1}^f \delta(i), \quad \delta(i) = \begin{cases} 1, & \eta(R_i^{opt}) \neq \eta(R_i^{exp}); \\ 0, & \eta(R_i^{opt}) = \eta(R_i^{exp}). \end{cases} \quad (10)$$

Чем меньше значение $P_{ош}$, тем эффективнее исследуемый метод.

Приведем результаты исследований эффективности методов выбора для числа показателей качества $n=5$, количества допустимых проектных вариантов $k=20$, количества экспериментов $f=1000$. Для трех сравниваемых методов выбора предпочтительного проектного варианта (на основе ТП, ТРМ, МАИ) выбора получены зависимости $P_{ош}$ от значения σ для фиксированного количества экспертов, равного 10 (рис. 2). Из графиков хорошо видно, что при небольших σ МАИ обеспечивает $P_{ош}$ в 2...2,5 меньше, чем для ТП и ТРМ. При значениях σ больших, чем 0,2, практически все равно, каким методом принимать решение. Для всех методов ошибка принятия решения $P_{ош}$ является большой и лежит в диапазоне 0,35...0,4.

Получены зависимости $P_{ош}$ от количества используемых экспертов для разных методов выбора и фиксированного значения $\sigma = 0,1$ (рис. 3).

Из графиков следует, что МАИ имеет преимущество по сравнению с методами на основе ТП и ТРМ во всем рассматриваемом диапазоне количества экспертов. Также хорошо видно, что для МАИ за счет увеличения количества экспертов в 5 раз удается снизить $P_{ош}$ примерно в 1,5 раза.

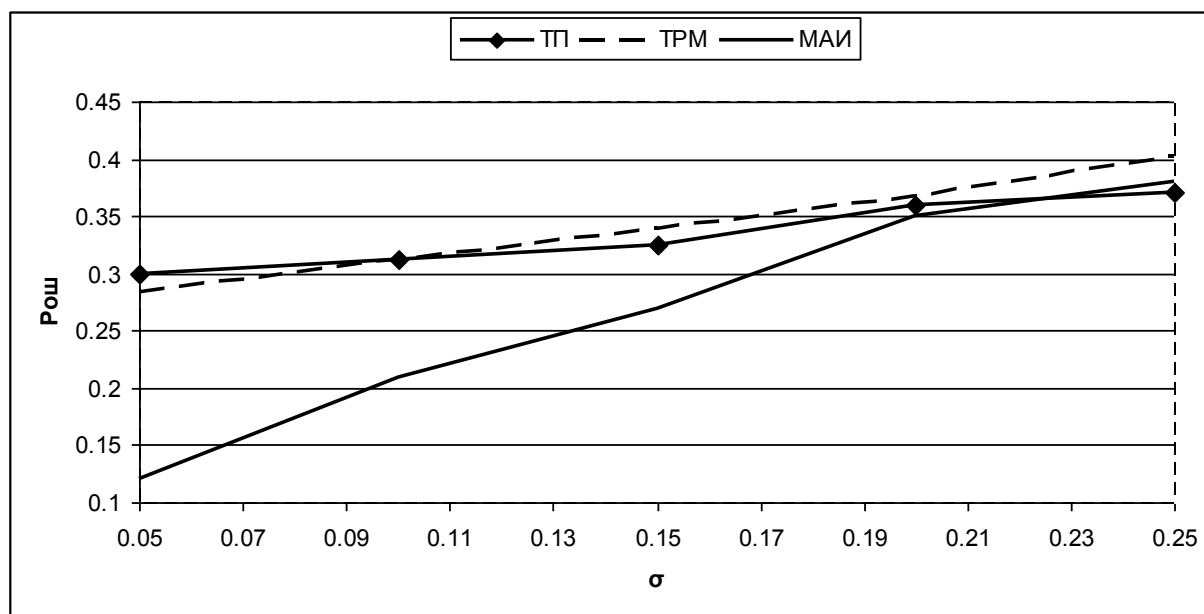


Рис. 2. Зависимость $P_{ош}$ от σ для сравниваемых методов выбора

Еще к одному интересному выводу приводит сравнение графиков, представленных на рис. 2 и 3. Так, для МАИ для десяти экспертов и $\sigma = 0,05$ ошибка $P_{ош} = 0,12$, а для двадцати пяти экспертов и $\sigma = 0,1$ ошибка $P_{ош} = 0,16$. Другими словами, десять более квалифицированных экспертов обеспечивают меньшее $P_{ош}$, чем двадцать пять менее квалифицированных экспертов. По этим данным можно сделать вывод, что для принятия решения с помощью МАИ более важной является квалификация экспертов, чем их количество.

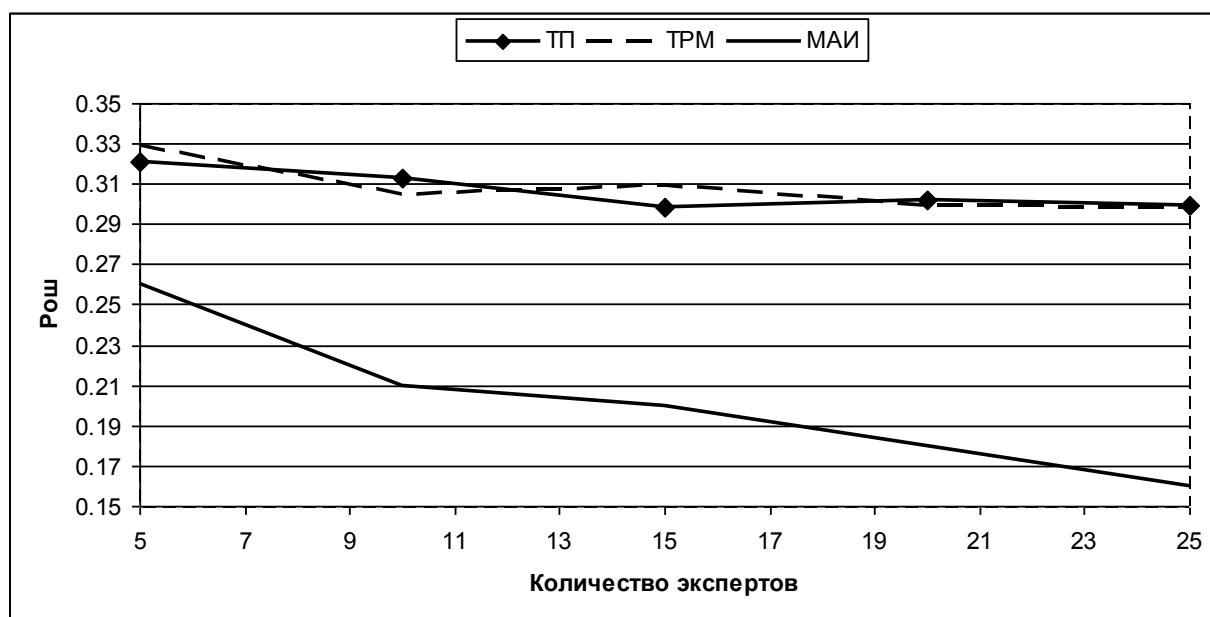


Рис. 3. Зависимость $P_{ош}$ от количества экспертов для сравниваемых методов

Чтобы убедиться в этом, проверим предположение, что увеличение σ^2 можно компенсировать прямо пропорциональным увеличением количества экспертов. В табл. 2 приведен ряд значений $P_{ош}$ для разных значений σ и числа экспертов.

Таблица 2. Значения $P_{ош}$ для МАИ для некоторых значений σ и количества экспертов

| σ | Число экспертов | $P_{ош}$ |
|----------|-----------------|----------|
| 0,05 | 5 | 0,13 |
| 0,1 | 20 | 0,17 |
| 0,2 | 80 | 0,22 |

Как видно из табл. 2, в каждой следующей строке σ увеличивается в 2 раза (а σ^2 увеличивается в 4 раза) и одновременно в 4 раза увеличивается число экспертов. В данном случае увеличение σ^2 в 16 раз не смогло компенсироваться пропорциональным увеличением в 16 раз количества экспертов. Ошибка $P_{ош}$ при этом возросла почти в 2 раза.

Выводы

Проведены сравнительные исследования эффективности методов выбора предпочтительного проектного решения с учетом совокупности показателей качества и информации, получаемой от экспертов. Показано, что метод анализа иерархий является лучшим при малом среднеквадратическом отклонении принятия решения экспертами. Это означает, что лучше использовать более опытных и квалифицированных экспертов в малом количестве, чем большой численный состав экспертов с большим среднеквадратическим отклонением принятия решения.

Список литературы:

1. Батищев Д.И. Методы оптимального проектирования. – М.: Радио и связь, 1984. – 120 с.
2. Брайтман Т.Р. Многокритериальность и выбор альтернатив в технике. – М.: Сов. Радио, 1984. – 326 с.
3. Дубов Ю.А., Травкин С.И., Якимец В.Н. Многокритериальные модели формирования и выбора вариантов систем. – М.: Наука, 1986. – 221 с.
4. Подиновский В.В., Ногин В.Д. Парето-оптимальные решения многокритериальных задач. – М.: Наука, 1982. – 256 с.
5. Саати Т., Кернс К. Аналитическое планирование. Организация систем. – М.: Радио и связь, 1991. – 224 с.
6. Ногин В.Д. Принятие решений в многокритериальной среде: количественный подход. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002. – 176 с.
7. Безрук В.М. Векторна оптимізація та статистичне моделювання в автоматизованому проектуванні систем зв'язку. – Харків: ХНУРЕ, 2002. – 164 с.
8. Bezruk V.M., Bukhanko A.N., Chebotareva D.V., Varich V.V. Multicriterion optimization in telecommunication networks planning, designing and controlling // Open Book "Telecommunica-

tions Networks. Current Status and Future Trends”. Chapter 11. – Rijeka: INTECH. – 2012. – P. 251 – 274.

9. Чеботарёва Д.В., Безрук В.М. Многокритериальная оптимизация проектных решений при планировании сотовых сетей мобильной связи. – Х.: Компания СМІТ, 2013. – 148с.

10. Безрук В.М., Скорик Ю.В., Чеботарёва Д.В. Методы многокритериальной оптимизации при выборе речевых кодеков с учетом совокупности показателей качества [Электронный ресурс] // Проблемы телекоммуникаций. – 2013. – № 3 (12). – С. 27 – 35. Режим доступа: http://pt.journal.kh.ua/2013/3/1/133_bezruk_optimization.pdf.

11. Безрук В.М., Буханько О.М., Чеботарьова Д.В. Оптимізація та математичне моделювання мереж зв'язку: Навчальний посібник. - Харків: Компанія СМІТ, 2014. – 194с.