

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ УКРАИНЫ

ХАРЬКОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ

ISSN 1563-0064

# РАДИО ЭЛЕКТРОНИКА И ИНФОРМАТИКА

**Научно-технический журнал**

**Основан в 1997 г.**

**№ 1(44), январь - март 2009**

**Выходит 4 раза в год**

© *Харьковский национальный  
университет радиоэлектроники, 2009*

Свидетельство о государственной регистрации КВ № 12097-968 ПР 14.12.2006

# СОДЕРЖАНИЕ

## **РАДИОТЕХНИКА**

ДОРОШЕНКО В.А., КЛИМОВА Н.П., ЗУЕВ Н.Г., ТИТАРЕНКО А.М. МОДЕЛИРОВАНИЕ РАССЕЯНИЯ СПЕЦИАЛЬНОЙ БИКОНИЧЕСКОЙ СТРУКТУРОЙ ПОЛЯ НЕСИНУСОИДАЛЬНОГО ИСТОЧНИКА.....	3
ВЛАСЕНКО Л.А., РУТКАС А.Г. ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ В МНОГОПРОВОДНОЙ ЛИНИИ ПЕРЕДАЧИ С СОСРЕДОТОЧЕННЫМИ ЭЛЕМЕНТАМИ НА ВЫХОДЕ. I. ЛИНИЯ БЕЗ ДИСПЕРСИИ.....	9
ВОРОБКАЛО Т.В., ГОНЧАРОВ А.В. АСИМПТОТИЧНІ ВЛАСТИВОСТІ СУМІСНОЇ ОЦІНКИ ЧАСУ ЗАПІЗНЕННЯ СИГНАЛУ ТА СТАТИСТИЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК НЕГАУСІВСЬКОЇ ЗАВАДИ.....	15
ЗАБОЛОТНИЙ С.В., ТАВРИТИ О.С. РОЗКЛАД КОРЕЛЬОВАНИХ ДИСКРЕТНИХ ВИПАДКОВИХ ПРОЦЕСІВ У СТОХАСТИЧНІ ФУНКЦІОНАЛЬНІ РЯДИ З ПОРІДНИМ ЕЛЕМЕНТОМ.....	19
САХНЕНКО Н.К., НЕРУХ А.Г. РАССЕЯНИЕ ПЛОСКОЙ ВОЛНЫ НА ЦИЛИНДРЕ С МЕНЯЮЩЕЙСЯ ВО ВРЕМЕНИ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ПРОНИЦАЕМОСТЬЮ.....	23

## **СИСТЕМЫ И ПРОЦЕССЫ УПРАВЛЕНИЯ**

ОМЕЛЬЧЕНКО А.В., ФЕДОРОВ А.В. ОЦЕНИВАНИЕ КОЭФФИЦИЕНТОВ ПОЛИНОМИАЛЬНОЙ РЕГРЕССИИ ПО СОВОКУПНОСТИ РЕАЛИЗАЦИЙ.....	28
БЕЛОЗЁРОВ Д.П., ПУЛЯЕВ В.А., РОГОЖКИН Е.В. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ИМИТАТОРОВ ДЛЯ ОТЛАДКИ АЛГОРИТМИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ РАДИОЛОКАТОРОВ НЕКОГЕРЕНТНОГО РАССЕЯНИЯ.....	32
РУТКАС А.А., ХАХАНОВ В.И. СТРУКТУРНЫЕ И ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ДЕСКРИПТОРНЫХ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ.....	37

## **КОМПЬЮТЕРНАЯ ИНЖЕНЕРИЯ И ТЕХНИЧЕСКАЯ ДИАГНОСТИКА**

ЛИТВИНОВА Е.И. МЕТОД ПОКРЫТИЯ НЕИСПРАВНЫХ ЛОГИЧЕСКИХ БЛОКОВ ЦИФРОВЫХ СИСТЕМ НА КРИСТАЛЛАХ РЕМОНТНЫМИ КЛЕТКАМИ.....	46
--	----

## **КОМПЬЮТЕРНЫЕ НАУКИ**

ПОЛЯКОВ Г. А., ТОЛСТОЛУЖСКАЯ Е.Г., ШМАТКОВ С И., ГЕАХПУР Г.Р. МЕТОД ФРАГМЕНТАЦИИ ЗАДАЧ ДЛЯ ОДНОРОДНЫХ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ СЕТЕЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ АППАРАТА ФОРМАЛЬНЫХ ПОЛИНОМОВ.....	50
YEVGENIYA SULEMA, SAMIRA EBRAHIMKANO. COMPARATIVE STUDY OF IMAGE COMPRESSION ALGORITHMS.....	57

## **ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ**

ГАЛУЗА А.А. НЕПРЕРЫВНАЯ ПЕРЕСТРОЙКА ГРАНИЦЫ ПРОПУСКАНИЯ В МНОГОСЛОЙНЫХ ПЕРИОДИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ ОТРЕЗАЮЩЕГО ТИПА.....	66
ZAYATS V.M. PROSPECTS OF APPLICATION OF THE AUTOMATED SYSTEM OF RECOGNITION AND AUTHENTICATION OF COMPUTER USERS DESCRIBED ON THE BASIS OF MODEL DISCRETE.....	71
ДОНЕЦ Г.А., КОЛЕЧКИНА Л.Н. ЛОКАЛИЗАЦИЯ ЗНАЧЕНИЯ ЛИНЕЙНОЙ ФУНКЦИИ, ЗАДАННОЙ НА ПЕРЕСТАНОВКАХ.....	76
ТЕВЯШЕВ А.Д., СМИРНОВА В.С. МЕТОД ПРИБЛИЖЕННОГО РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ КОШИ ДЛЯ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ СТАЦИОНАРНОГО ТЕЧЕНИЯ ГАЗА В ТРУБОПРОВОДЕ.....	81
РЕФЕРАТИ.....	87
ПРАВИЛА ОФОРМЛЕНИЯ СТАТЕЙ ДЛЯ АВТОРОВ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКОГО ЖУРНАЛА.....	92

В целом процедура использования имитатора сигнала НР показывает, что при ширине спектра рассеяния в 10 кГц, образуемой в случае использования несущей 150 МГц, и при дискретности элементов спектра не более 50 Гц можно получить достаточную точность оценки работоспособности технических систем радиолокатора НР. Погрешность не превышает одного процента при длительности зондирующего импульса порядка 1 мс и незначительно увеличивается с ростом задержки  $\tau$ .

Полученные выводы можно отнести и к радиолокаторам НР, работающим на других частотах, если использовать шаг по частоте 0,5% от полосы, а длительность импульсов будет соответствовать интервалу корреляции флуктуаций электронной плотности.

## Выводы

Таким образом, применение имитаторов, позволяющих формировать входные сигналы для радиолокаторов НР при произвольном векторе ионосферных параметров, даёт возможность контролировать правильность функционирования его алгоритмического обеспечения.

Научная новизна приведенных в статье результатов состоит в том, что получила дальнейшее развитие процедура контроля состояния такого сложного объекта, как измерительный радиолокационный комплекс, предназначенный для определения параметров околоземной космической плазмы.

Практическая значимость результатов исследований связана с полученной возможностью иметь с помощью имитатора псевдослучайного сигнала НР дополнительную информацию, необходимую для принятия решений о достоверности расчёта параметров ионосферы.

Дальнейшее направление исследований состоит в разработке информационных технологий, позволяющих в реальном времени оценивать методические погрешности измерений и автоматизировать процесс обработки ионосферной информации

**Литература:** 1. Dougherty J.P., Farley D.T. A theory of incoherent scattering of radio waves by a plasma // Proc. Roy. Soc. A259. 1960. P. 79-99. 2. Farley D. T., Dougherty J. P., Barron D. W. A theory of incoherent scattering of radio waves by a plasma // Proc. Roy. Soc. 1961. V. A263. P. 238-258. 3. Эванс Дж. Теоретические и практические вопросы исследования ионосферы методом некогерентного рассеяния радиоволн // ТИИЭР. 1969. Т. 57, № 4. С. 139-177. 4. Рогожкин Е.В. Измерение параметров ионосферной плазмы по корреляционной функции сигнала некогерентного рассеяния // Ионосферные исследования. М.: Наука, 1979. № 27. С. 46-59. 5. Зондирующие сигналы для исследования ионосферы методом некогерентного рассеяния // Рогожкин Е.В., Пуляев В.А., Лысенко В.Н. Харьков: НТУ «ХПИ». 2008. 256 с. 6. Рогожкин Е.В., Пуляев В.А., Белозёров Д. П. Моделирование сигнала некогерентного рассеяния с заданными корреляционными свойствами // Радиотехника. Харьков: ХНУРЭ. 2007. № 149. С. 38-42.

Поступила в редколлегию 22. 02. 2009

**Рецензент:** д-р. техн. наук, проф. Дмитриенко В. Д.

**Белозёров Дмитрий Петрович**, м. н. с. Института ионосферы НАН и МОН Украины. Научные интересы: автоматизация процесса обработки ионосферной информации. Адрес: Украина, 61082, Харьков, пр. Московский, 232А, кв. 48.

**Пуляев Валерий Александрович**, д-р техн. наук, профессор, зам. директора Института ионосферы НАН и МОН Украины. Научные интересы: информационные технологии оценки параметров ионосферы. Адрес: Украина, 61055, Харьков, ул. 2 Пятилетки, 59, кв. 65, тел. 94-37-41.

**Рогожкин Евгений Васильевич**, д-р физ.-мат. наук, профессор кафедры «Радиоэлектроника» НТУ «ХПИ». Научные интересы: исследование ионосферы методом некогерентного рассеяния. Адрес: Украина, 61174, Харьков, пр. Победы, 57Г, кв. 40, тел. 33-76-146.

УДК 517.922+517.958

## СТРУКТУРНЫЕ И ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ДЕСКРИПТОРНЫХ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ

*РУТКАС А.А., ХАХАНОВ В.И.*

Дескрипторные нейронные сети конструируются из динамических и статических нейронов. Они являются логическими схемами полулинейных дифференциально-алгебраических (дескрипторных) систем. Нейросетевая модель дескрипторной динамической системы строится по нормальной форме уравнений системы и качественно характеризует ее эволюцию.

## 1. Введение

Дескрипторные системы управления описываются системами дифференциально-алгебраических уравнений, векторная форма которых имеет вид

$$\frac{d}{dt}(Ax(t)) + Bx(t) = f(t, x), \quad (1)$$

где  $(n \times n)$  – матрица  $A$  может быть необратимой:

$\det A = 0$  [1]. Разностная аппроксимация уравнения (1) приводит к дескрипторной системе с дискретным временем [2, 3]:

$$Ax(k+1) + Bx(k) = f_k(x(k)), \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (2)$$

Существует много исследований линейных динамических систем (1), (2), см. например [3, 4].

Здесь мы не рассматриваем задачу оптимального управления ([1, 2]), поэтому управляющее воздействие в правых частях уравнений (1),(2) не выписываем в явном виде. В работах [5, 6] некоторые классы дескрипторных систем (2) моделировались с помощью дескрипторных нейронных сетей, сконструированных как специальные соединения динамических и статических нейронов, именно классических нейронов типа Хопфилда и Маккалоха-Питтса [8, 9] или их векторных обобщений. При этом рассматривались те и только те нейронные сети, которые моделируют дескрипторные системы (2) индекса 1. Это означает, что для больших значений спектрального (частотного) параметра  $\lambda$  матрица-функция  $R(\lambda) = (\lambda A + B)^{-1}$  существует и ограничена:

$$\|(\lambda A + B)^{-1}\| \leq C \sim |R_{ik}(\lambda)| \leq C_0, \quad |\lambda| > r. \quad (3)$$

В настоящей работе ограничение (3) снимается. Мы получаем структуру и анализируем функциональные и параметрические свойства нейронной сети, моделирующей дескрипторную систему (2) с произвольным регулярным характеристическим пучком матриц  $\lambda A + B$ . Регулярность означает, что характеристический многочлен не является тождественно нулевым:

$$\det(\lambda A + B) \neq 0. \quad (4)$$

## 2. Нормализация дескрипторной системы

Для любого регулярного пучка  $\lambda A_0 + B_0$  квадратных матриц существуют две обратимые квадратные матрицы  $P, W$ , приводящие пучок  $\lambda A_0 + B_0$  к нормальной форме К.Вейерштрасса [4]:

$$P(\lambda A_0 + B_0)W = \lambda A + B, \quad A = \begin{bmatrix} E_m & 0 \\ 0 & H \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} J & 0 \\ 0 & E_{n-m} \end{bmatrix} \quad (5)$$

Здесь матрицы  $A, B$  нормальной формы записаны в блочно-диагональной форме, где  $E_j$  – единичная матрица размерности  $j \times j$ ,  $J$  – матрица размерности  $m \times m$ . Матрица  $H$  размерности  $(n - m) \times (n - m)$  является блочно-диагональной, причем ее диагональные блоки являются нильпотентными клетками Жордана  $N_i$  размеров  $s_i$ , так что  $\sum_i s_i = n - m$ .

$$N_i = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}, \quad N_i^{s_i} = 0, \quad N_i^{s_i-1} \neq 0. \quad (6)$$

Число  $p = \max_i s_i$  называется индексом пучка матриц

$\lambda A_0 + B_0$  и пучка  $\lambda A + B$ . Ясно, что индекс  $p$  пучка совпадает с индексом нильпотентности матричного блока  $H$  в (5):  $H^{p-1} \neq 0, H^p = 0$ . Дескрипторная система с дискретным временем

$$A_0 z(k+1) + B_0 z(k) = g_k(z(k)), \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (7)$$

приводится к эквивалентной «нормализованной» системе

$$Ax(k+1) + Bx(k) = g_k(Qx(k)), \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

путем замены состояния  $z(k) = Wx(k)$  и умножения уравнения (7) на обратимую матрицу  $P$ . Чтобы избежать чисто технических усложнений и не вводить промежуточных обозначений для вектора состояний и коэффициентных матриц, мы будем считать, что в исходном уравнении (2) матрицы  $A, B$  уже имеют нормальную форму (5). Легко показать [4, 7], что для пучка  $\lambda A + B$  (и для любого эквивалентного ему пучка) при больших  $\lambda$  справедлива оценка

$$\|(\lambda A + B)^{-1}\| \leq C \cdot |\lambda|^{p-1}, \quad |\lambda| > r. \quad (8)$$

Здесь  $r$  выбирается так, чтобы  $r > \max_k |\lambda_k| + \varepsilon$ , где  $\lambda_k$  – корни характеристического многочлена (4).

Индекс  $p$  пучка  $\lambda A + B$  можно также определить как наименьшее целое число, для которого справедлива степенная оценка (8) для матрицы-функции  $(\lambda A + B)^{-1} = R(\lambda)$ . Если матрица  $A$  обратима, в частности при  $A = E$ , то  $p = \text{ind}(\lambda A + B) = 0$ , система (2) является явной разностной системой. Таким образом, ненулевое значение индекса  $p \geq 1$  является признаком дескрипторности системы. Если индекс пучка  $p = 1$ , то оценка (8) превращается в оценку (3) и в нормальной форме (5) нильпотентный блок  $H$  оказывается нулевым:  $H = 0$ . Нейросетевые модели дескрипторных систем индекса 1 строились в [5, 6].

## 3. Структура дескрипторных нейронных сетей произвольного индекса

В соответствии с подходом в теории нейронных сетей [8, 9] нелинейные векторные функции  $f_k(x)$  в (2) выбираются в форме

$$f_k(x) = \Psi(u), \quad u = Wx + \theta(k), \quad (9)$$

где  $u \in \mathbf{R}^n$  – вектор внутренних состояний сети;  $x \in \mathbf{R}^n$  – вектор входов. Элементы  $w_{ik}$  матрицы  $W$  трактуются как синаптические веса, компоненты  $\theta_i(k)$  вектора  $\theta(k)$  – как смещения или внешние воздействия на  $k$ -м такте. В соответствии с разбиением нормализованных матриц  $A, B$  на блоки (5) разобьем на два блока векторы  $x, \psi$  в уравнении (2):

$$x = \begin{bmatrix} v \\ h \end{bmatrix}, \quad \psi = \begin{bmatrix} \phi \\ g \end{bmatrix}; \quad v = \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_m \end{bmatrix}, \quad \phi = \begin{bmatrix} \psi_1 \\ \vdots \\ \psi_m \end{bmatrix}, \quad h = \begin{bmatrix} x_{m+1} \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}. \quad (10)$$

Для простоты мы предполагаем, что нильпотентный блок  $H$  в (5) состоит из одной нильпотентной клетки Жордана  $N_1 = H$  индекса  $p$ ; тогда в (6)  $s_1 = p = n - m$ .

Это предположение позволяет получить визуально обозримые логические схемы модельных нейронных сетей, сохраняя те особенности их структуры, которые определяются произвольно высоким индексом  $p = \text{ind}(\lambda A + B)$ . Теперь при каждом  $k = 0, 1, \dots$  векторное уравнение дескрипторной системы (2) переписывается так:

$$v(k+1) + Jv(k) = \varphi(Wx(k) + \theta(k)), \quad (11)$$

$$\left. \begin{aligned} x_{m+2}(k+1) + x_{m+1}(k) &= \psi_{m+1}(Wx(k) + \theta(k)) \\ x_{m+3}(k+1) + x_{m+2}(k) &= \psi_{m+2}(Wx(k) + \theta(k)) \\ \dots\dots\dots \\ x_n(k+1) + x_{n-1}(k) &= \psi_{n-1}(Wx(k) + \theta(k)) \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

$$x_n(k) = \psi_n(Wx(k) + \theta(k)). \quad (13)$$

Здесь уравнения (12), (13) являются скалярными, уравнение (11) – векторным, если  $m > 1$ .

Предварительно рассмотрим примеры с минимальным числом входов  $n$  и малыми значениями индекса  $p$ .

Пусть  $p = 1, n = 2$  [5, 6]. Уравнения (11)-(13) есть два скалярных уравнения при каждом  $k = 0, 1, 2, \dots$ :

$$x_1(k+1) + Jx_1(k) = \psi_1(u_1(k), u_2(k)), \quad (14)$$

$$x_2(k) = \psi_2(u_1(k), u_2(k)); u_j(k) = w_{j1} \cdot x_1(k) + w_{j2} \cdot x_2(k) + \theta_j(k). \quad (15)$$

Уравнение (14) является явным разностным; уравнение (15) – алгебраическим (статическим). Модельная дескрипторная нейронная сеть изображена на рис. 1.

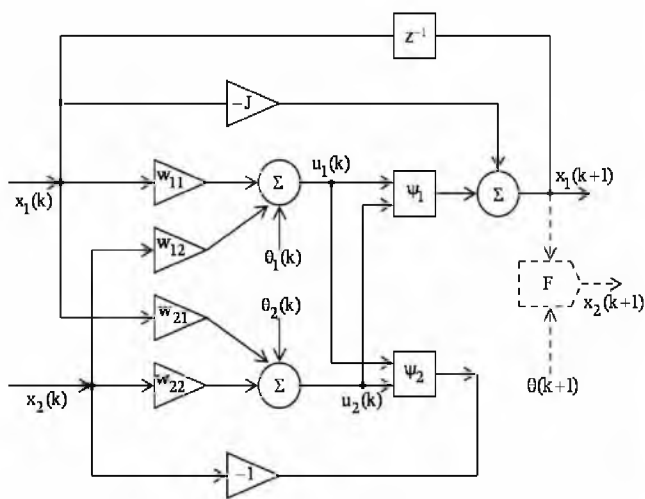


Рис. 1. Дескрипторная нейронная сеть индекса  $p = 1$  с двумя входами

Уравнение (15) задает алгебраическую связь (зависимость) между значениями входов  $x_1(k), x_2(k)$  на  $k$ -м такте. Значение первой компоненты выхода  $x_1(k+1)$  сразу находится из (14) по данным  $k$ -го

такта. После этого значения второй компоненты  $x_2(k+1)$  следует искать как явную функцию

$$x_2(k+1) = F(x_1(k+1), \theta(k+1)) \quad (16)$$

из неявного уравнения (15), записанного для  $k+1$ -го такта:

$$x_2(k+1) = \psi_2(u_1(k+1), u_2(k+1)).$$

$$u_j(k+1) = \sum_{i=1}^2 w_{ji} x_i(k+1) + \theta_j(k+1). \quad (17)$$

Условия на функцию активации  $\psi_2$  и матрицу синаптических весов  $W$ , достаточные для получения из (17) явной функции  $F$  (16), указаны в [10] для частного случая активационных функций  $\psi_k = \psi_k(u_k)$ . Можно скорректировать эти условия в общем случае (14), (15). Получение компоненты выхода  $x_2(k+1)$  через явную функцию  $F$  (16) показано на рис. 1 пунктирным блоком.

Простейшая нейронная дескрипторная сеть индекса  $p = 2$  изображена на рис. 2.

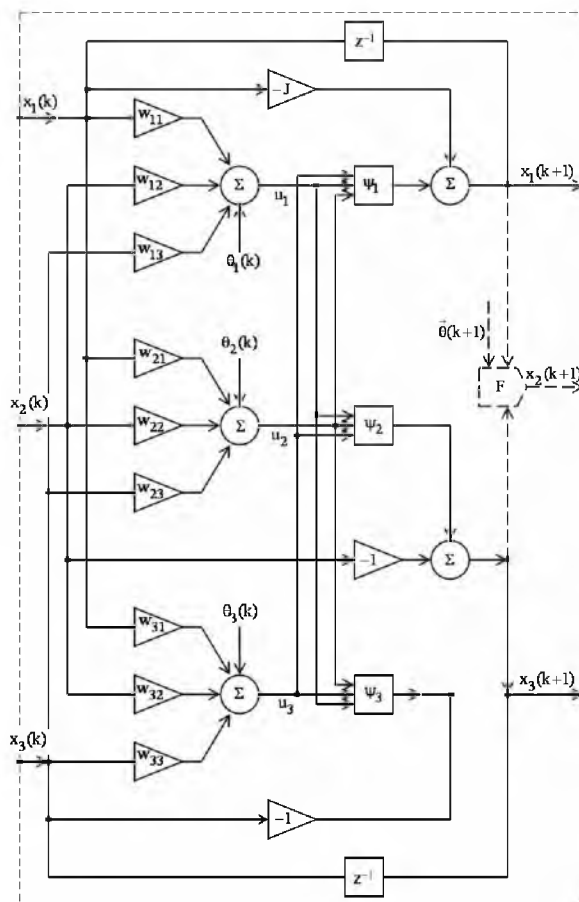


Рис. 2. Дескрипторная нейронная сеть индекса 2 с тремя входами

Она моделирует дескрипторную систему скалярных уравнений

$$x_1(k+1) + Jx_1(k) = \psi_1(Wx(k) + \theta(k)), \quad (18)$$

$$x_3(k+1) + x_2(k) = \psi_2(Wx(k) + \theta(k)), \quad (19)$$

$$x_3(k) = \psi_3(Wx(k) + \theta(k)); k = 0, 1, 2, \dots \quad (20)$$

Уравнения (18)-(20) являются частным случаем системы (11)-(13), когда  $n = 3, m = 1, p = 2$ ;

$$x = (x_1, x_2, x_3)^{tr}, \quad \theta = (\theta_1, \theta_2, \theta_3)^{tr}$$

Выражение (20) задает алгебраическую зависимость между компонентами  $x_i(k)$  входного вектора  $x(k)$  на  $k$ -м такте. Запишем эту зависимость на  $(k+1)$ -м такте с помощью столбцов  $W^i$  матрицы синаптических весов  $W$  в виде

$$x_3(k+1) = \psi_3[W^1 x_1(k+1) + W^2 x_2(k+1) + W^3 x_3(k+1) + \theta(k+1)]. \quad (21)$$

При некоторых условиях на функционал  $\psi_3(u_1, u_2, u_3)$  и вектор-столбец  $W^2$  уравнение (21) имеет единственное явное решение относительно переменной  $x_2$ :

$$x_2(k+1) = F[x_1(k+1), x_3(k+1), \theta(k+1)]. \quad (22)$$

Получение второй компоненты  $x_2(k+1)$  входа для  $(k+1)$ -го такта по формуле (22) отмечено на рис.2 пунктирным блоком. Статическое равенство (20) на  $k$ -м такте отражено в нижней части нейронной сети зацикливанием выходного сигнала активационного блока  $\psi_3$  на шину входного сигнала  $x_3(k)$  с необходимым реверсом направления (умножением сигнала на  $-1$ ).

Теперь можно перейти к нейросетевой реализации общей дескрипторной динамической системы (11)-(13) с произвольным индексом  $p = n - m$ . Моделирующая нейронная сеть изображена на рис.3. В верхней части имеется чисто динамический блок с векторным входом  $\bar{v}(k)$ , векторным выходом  $\bar{v}(k+1)$  размерности  $m$  и активационной векторной функцией  $\bar{\varphi}$ ; этот блок реализует векторное уравнение (11). Все последующие активационные блоки, отвечающие функционалам  $\psi_{m+1}, \dots, \psi_n$ , имеют одномерные выходы и участвуют в реализации скалярных уравнений (12, 13) в количестве  $n - m$ . При заданных на  $k$ -м такте всех входах  $x_i(k)$  для  $(k+1)$ -го такта остается неопределенным только входной сигнал  $x_{m+1}(k+1)$ . Предполагается, что  $x_{m+1}(k+1)$  можно однозначно найти из уравнения (13), записанного для  $(k+1)$ -го такта. Тогда выражение (13) определяет явную функцию  $F$  для получения сигнала  $x_{m+1}(k+1)$  с использованием опережающего значения смещения  $\theta(k+1)$ , см. пунктирный блок на рис.3 и формулу (28) в п.4.

**Замечание 1.** Для обзорности модельной нейронной сети выше было сделано упрощающее предположение о том, что нильпотентный блок  $H$  в нормальной форме (5) состоит из одной нильпотентной клетки Жордана вида (6).

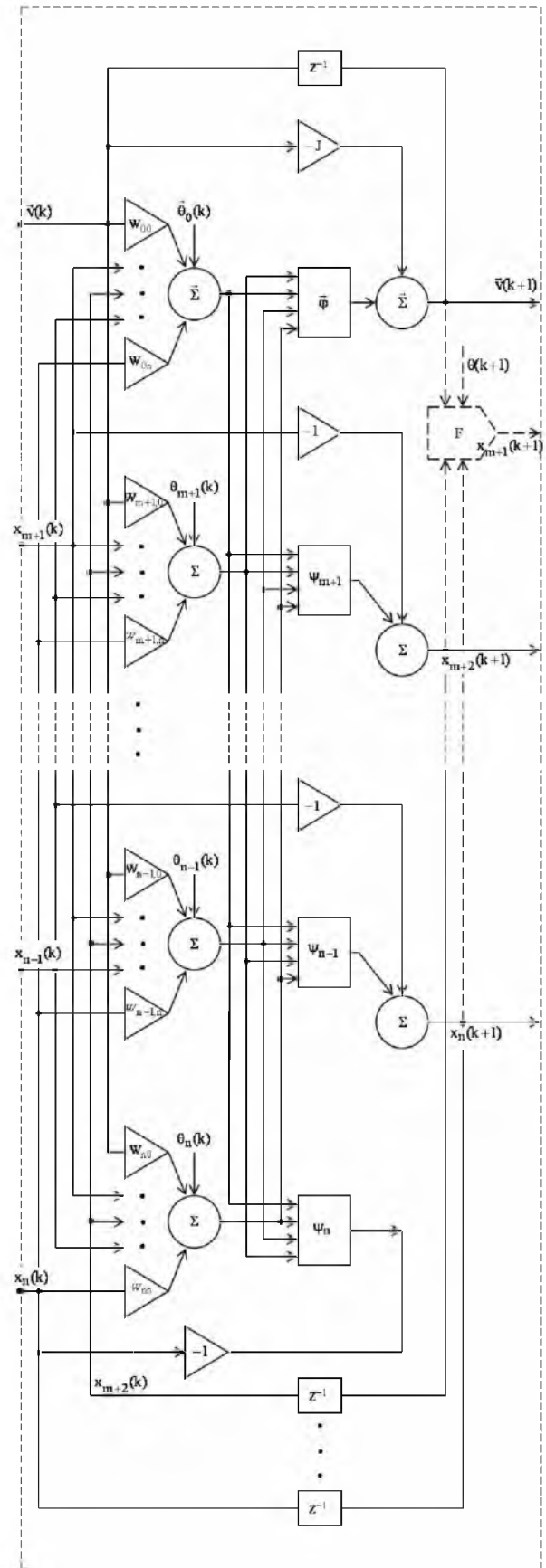


Рис. 3. Дескрипторная нейронная сеть индекса  $p = n - m$

В общем случае числа  $q > 1$  нильпотентных клеток изменится структура нижней части сети, отвечающей

входам  $x_{m+1}, \dots, x_n$ . Каждой нильпотентной клетке будет отвечать индивидуальная подсистема скалярных уравнений вида (12), (13). Каждое алгебраическое уравнение типа (13) необходимо будет разрешить относительно переменной типа  $x_{m+1}(k)$  и соответственно в нейронной сети появятся  $q$  разрешающих блоков  $F_1, F_2, \dots, F_q$  вместо одного пунктирного блока  $F$  на рис.3.

Рассмотрим важную в теории нейронных сетей ситуацию «независимой активации», когда каждая скалярная активационная функция  $\psi_i$  зависит только от одноименной компоненты  $u_i$  вектора внутренних состояний  $u = (u_1, \dots, u_n)^T = Wx + \theta$ :  $\psi_i(u) = \psi_i(u_i)$ ,  $i = 1, \dots, n$ . Тогда реализация подсистемы  $m$  динамических (разностных) уравнений с векторной формой (11) производится с помощью  $m$  классических динамических нейронов Хопфилда с активационными функциями  $\psi_i, i = 1, \dots, m$ . Модельная дескрипторная нейронная сеть изображена на рис. 4. Дескрипторная часть сети преобразует блок  $(x_{m+1}(k), \dots, x_n(k))$  вектора входов в вектор  $(x_{m+2}(k+1), \dots, x_n(k+1), 0)$ , который является результатом применения операции левого сдвига к вектору  $(x_{m+1}(k+1), \dots, x_n(k+1))$ . Для сетевого моделирования указанного дескрипторного преобразования на рис.4 использованы  $p-1$  динамических нейронов Хопфилда с переключением на последний соседний канал выходов их активационных блоков  $\psi_{m+1}, \dots, \psi_{n-1}$ , а также один статический нейрон Маккалоха-Питтса с возвращением реверсированного выходного сигнала активационного блока  $\psi_n$  на шину входного сигнала  $x_n(k)$ .

**Замечание 2.** В дескрипторных нейронных сетях рис.1-4 синаптические усиления или ослабления входных сигналов  $x_i(k)$  учитываются в активационных блоках  $\psi_i$ , выходы которых не полностью определяют выходы сети  $y_j(k) = x_j(k+1)$ , а лишь аддитивно участвуют в формировании значений  $x_j(k+1)$ . Во вторую аддитивную составляющую выходов сети входные сигналы  $x_i(k)$  включаются с коэффициентами матрицы  $(-J)$  в динамическом блоке для  $i = 1, \dots, m$  и с коэффициентами  $(-1)$  для  $i = m+2, \dots, n$ . В частности, при полном синаптическом подавлении входных сигналов, когда  $W = 0$ , сеть трансформирует допустимые (распознаваемые) входные сигналы в выходные в соответствии со своей структурой. Ниже мы опишем эту трансформацию как рекурсивное отображение сети.

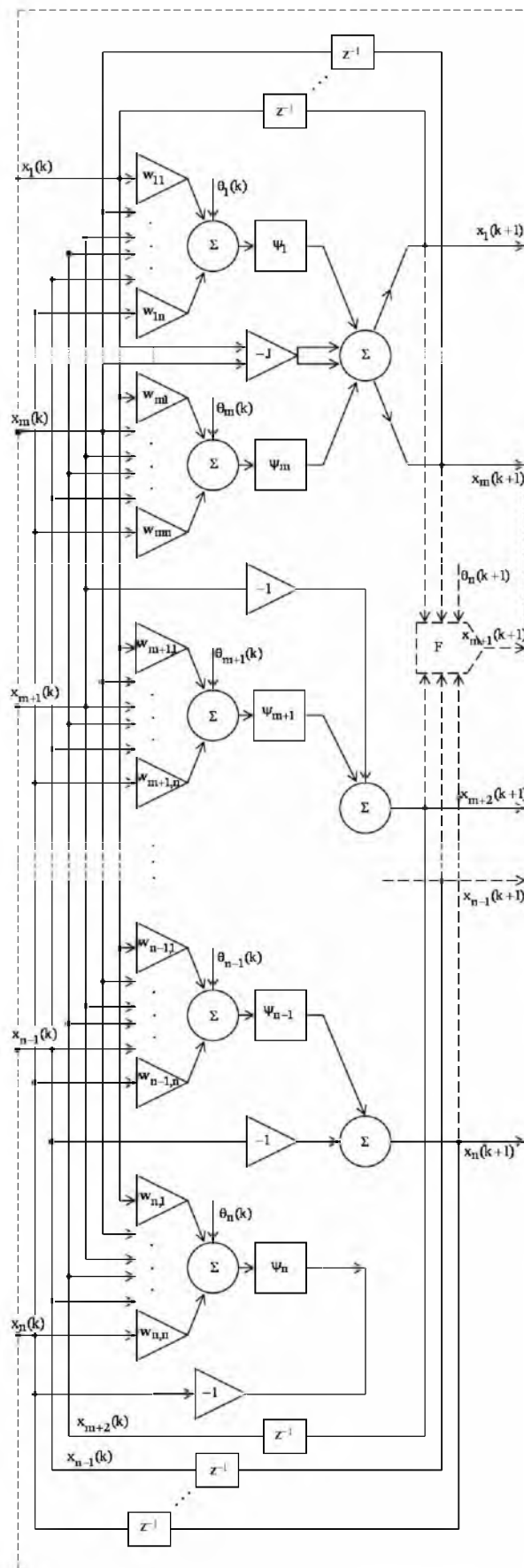


Рис. 4. Дескрипторная сеть индекса  $p = n - m$  с независимой активацией во всех каналах

#### 4. Рекурсивное и эволюционное отображения в дескрипторной нейронной сети

Наше предположение «явной дескрипторной разрешимости» состоит в следующем: для дескрипторной системы (11)-(13) индекса  $p = n - m > 1$  последнее статическое алгебраическое уравнение

$$\psi_n(Wx + \theta) - x_n = 0, x = (x_1, \dots, x_n)^{tr}, \theta = (\theta_1, \dots, \theta_n)^{tr} \quad (23)$$

однозначно разрешимо относительно компоненты  $x_{m+1}$ , так что уравнение (23) определяет явную функцию  $F: \mathbf{R}^{2n-1} \rightarrow \mathbf{R}$  по правилу

$$x_{m+1} = F(x_1, \dots, x_m; x_{m+2}, \dots, x_n; \theta). \quad (24)$$

Свойство явной дескрипторной разрешимости обеспечивается определенными условиями согласования активационного функционала  $\psi_n$  и синаптических весов  $w_{ik}$  – коэффициентов матрицы  $W$  (см., например, п.5). Уравнение (23) определяет в пространстве  $\mathbf{R}^n$  поверхность-многообразие  $\Lambda = \{x\}$  векторов  $x \in \mathbf{R}^n$ , удовлетворяющих равенству (23). При этом поверхность  $\Lambda = \Lambda(\theta)$  зависит от вектора смещений  $\theta$ . Функция  $F$  осуществляет явное задание допустимой поверхности  $\Lambda = \Lambda(\theta)$ , где  $(n-1)$  переменных  $x_i (i \neq m+1)$  считаются свободными переменными. Следовательно, на  $k$ -м такте уравнение (13) определяет поверхность  $\Lambda = \Lambda(\theta(k)) = \Lambda_k$  допустимых входных векторов  $x(k)$  для нейросети. Можно считать, что входные векторы  $x(k)$  из многообразия  $\Lambda_k$  распознаются нейросетью на  $k$ -м такте, остальные векторы  $\tilde{x} \notin \Lambda_k$  – не распознаются. Допустимые многообразия (поверхности)

$$\Lambda_k = \{x = x(k) : \psi_n(Wx + \theta(k)) - x_n = 0\}, k = 0, 1, 2, \dots \quad (25)$$

имеют размерность  $n-1$ :  $\dim \Lambda_k = n-1$ . Многообразие  $\Lambda_0$  называется начальным и описывается выражением (25) при  $k=0$ .

Рассмотрим операторы (отображения) рекурсии  $S_k$  и эволюции  $\Phi_k$ , действующие следующим образом:

$$S_k(x(k-1)) = x(k), \Phi_k(x(0)) = x(k); k = 1, 2, 3, \dots \quad (26)$$

Определение этих операторов будет корректным, если мы точно укажем их области определения и единственность. Выберем любой входной вектор  $x(k) \in \Lambda_k$  на  $k$ -м такте. Из уравнений (11), (12) однозначно находится часть выходных компонент

$$x_i(k+1) = g_i(x(k), \theta(k)), \forall i \neq m+1. \quad (27)$$

Явное статическое соотношение (24) для  $x = x(k+1)$  имеет вид

$$x_{m+1}(k+1) = F(x_1(k+1), \dots, x_m(k+1); x_{m+2}(k+1), \dots, x_n(k+1); \theta(k+1)). \quad (28)$$

Подставляя в правую часть (28) значения  $x_i(k+1)$  из (27), получаем явное выражение для последней вы-

ходной компоненты через вход  $x(k)$  и смещения  $\theta(k), \theta(k+1)$ :

$$x_{m+1}(k+1) = g_{m+1}(x(k), \theta(k), \theta(k+1)). \quad (29)$$

Следовательно, оператор рекурсии  $S_{k+1}$  определен однозначно на поверхности  $\Lambda_k = \{x(k)\}$  (25), действует как отображение  $S_{k+1}: \Lambda_k \rightarrow \Lambda_{k+1}$ . Доказана

**Теорема 1.** В предположении явной дескрипторной разрешимости (24) уравнения (23) для дескрипторной сети рис.3 корректно определен оператор рекурсии  $S_{k+1}: \Lambda_k \rightarrow \Lambda_{k+1}$ . Он зависит от смещений  $\theta(k), \theta(k+1)$  как от параметров:

$$x(k+1) = S_{k+1}(x(k), \theta(k), \theta(k+1)). \quad (30)$$

Эволюционный оператор  $\Phi_k$  (26) корректно определен на начальном многообразии  $\Lambda_0$ , действует как отображение  $\Phi_k: \Lambda_0 \rightarrow \Lambda_k$  и является суперпозицией операторов рекурсии

$$\Phi_k = S_k \circ S_{k-1} \circ \dots \circ S_1. \quad (31)$$

#### 5. Специальные классы активаций и синаптических преобразований входов

Рассмотрим несколько характерных значений параметров дескрипторных нейронных сетей рис.3, 4.

##### 5.1. Случай линейной активации в статическом нейроне

В этом случае активационная функция  $\psi_n$  в уравнении (13) является линейной:

$$\psi_n(u) = (a, u) = \sum_{i=1}^n a_i u_i, a = (a_1, \dots, a_n)^{tr}. \quad (32)$$

Поскольку вектор  $u$  внутренних состояний равен

$$u = Wx + \theta, \quad u_i = \sum_{j=1}^n w_{ij} x_j + \theta_i, \quad \text{то уравнение (13) переписывается в виде}$$

$$x_n = \sum_{i=1}^n a_i u_i; \quad x_n = \sum_{j=1}^n \left( \sum_{i=1}^n a_i w_{ij} \right) x_j + \sum_{i=1}^n a_i \theta_i.$$

Используя обозначение  $W^j$  для  $j$ -го столбца матрицы синаптических весов  $W$  и отделяя слагаемое с компонентой  $x_{m+1}$ , из последнего соотношения получаем

$$(a, W^{m+1}) x_{m+1} = x_n - \sum_{j \neq m+1} (a, W^j) x_j - (a, \theta).$$

Здесь  $(a, b)$  обозначает скалярное произведение векторов  $a, b \in \mathbf{R}^n$ . Если

$$(a, W^{m+1}) \neq 0 \sim \sum_{i=1}^n a_i w_{i, m+1} \neq 0, \quad (33)$$

то на каждом такте компонента  $x_{m+1}$  вектора входных сигналов  $x = x(k)$  выражается через остальные его компоненты по формуле



$$x_{m+1}(k) = \left( a, W^{m+1} \right)^{-1} \left[ x_n(k) - \sum_{j \neq m+1} \left( a, W^j \right) x_j(k) - \sum_{j \neq m+1} \left( a^n, W^j \right) x_j(k+1) - \left( a^n, \theta(k+1) \right) \right] - \left( a, \theta(k) \right). \quad (34)$$

Получен следующий признак явной дескрипторной разрешимости (см. п.4).

**Теорема 2.** Пусть в дескрипторной нейронной сети рис. 3, 4 активационная функция  $\psi_n$  последнего (статического) нейрона является линейной в смысле представления (32). Если вектор коэффициентов  $a$  и вектор-столбец  $W^{m+1}$  синаптической матрицы не ортогональны друг другу в пространстве  $\mathbf{R}^n$ , то алгебраическое уравнение (13) ~ (23) явно разрешается относительно компоненты  $x_{m+1}$  и соответствующая явная функция  $F$  определяется правой частью формулы (34).

**Следствие.** При условии (33) в дескрипторной нейронной сети (и соответственно в исходной дескрипторной системе (2) с дискретным временем до ее нормализации) корректно определены оператор рекурсии  $S_{k+1}$  (30) и оператор эволюции  $\Phi_k$  (31).

## 5.2. Случай линейных активаций всех нейронов

Пусть в дескрипторных сетях рис. 3, 4 активационные функции  $\psi_r$  всех нейронов ( $r = 1, \dots, n$ ) являются линейными:

$$\left. \begin{aligned} \psi_r(u) &= \left( a^r, u \right) = \sum_{i=1}^n a_i^r u_i, \quad a^r = \left( a_1^r, \dots, a_n^r \right)^{tr} \\ u &= Wx(k) + \theta(k), \quad u_i = \sum_{j=1}^n w_{ij} x_j(k) + \theta_i(k) \end{aligned} \right\} \quad (35)$$

Тогда система (11)-(13) переписывается в виде  $n$  скалярных линейных уравнений:

$$x_r(k+1) = \left( a^r, Wx(k) + \theta(k) \right) - \sum_{j=1}^m J_{rj} x_j(k); \quad r = 1, \dots, m. \quad (36)$$

$$\left. \begin{aligned} x_{m+2}(k+1) &= \left( a^{m+2}, Wx(k) + \theta(k) \right) - x_{m+1}(k) \\ x_{m+3}(k+1) &= \left( a^{m+3}, Wx(k) + \theta(k) \right) - x_{m+2}(k) \\ &\dots \dots \dots \\ x_n(k+1) &= \left( a^{n-1}, Wx(k) + \theta(k) \right) - x_{n-1}(k) \end{aligned} \right\} \quad (37)$$

$$x_n(k+1) = \left( a^n, Wx(k+1) \right) + \left( a^n, \theta(k+1) \right). \quad (38)$$

Здесь в качестве равенства (38) записано алгебраическое уравнение (13) статического нейрона на  $(k+1)$ -м такте. Уравнения (36), (37) дают явные выражения  $g_r$  (27) компонент выхода  $x_r(k+1)$  при  $r \neq m+1$  через компоненты входа  $x(k)$ . По формуле (34) при  $a = a^n$  и  $\left( a^n, W^{m+1} \right) \neq 0$  получаем явную функцию  $F$  (28):

$$x_{m+1}(k+1) = \left( a^n, W^{m+1} \right)^{-1} \left[ x_n(k+1) - \right.$$

Напомним, что  $W^j$  есть  $j$ -й столбец синаптической матрицы  $W$ . Подставляя в правую часть (39) выражения  $x_j(k+1)$  через  $x(k)$  из (36), (37),  $j \neq m+1$ , получаем явную функцию  $g_{m+1}$  (29). С помощью прямых выкладок проверяется, что функция  $g_{m+1}$  является линейной относительно своих трех векторных аргументов:

$$x_{m+1}(k+1) = g_{m+1}(x(k), \theta(k), \theta(k+1)) \equiv (\alpha, x(k)) + (\beta, \theta(k)) + (\gamma, \theta(k+1)). \quad (40)$$

Здесь векторы  $\alpha, \beta, \gamma$  в скалярных произведениях есть векторы-столбцы из  $\mathbf{R}^n$ . Таким образом, равенства (36), (37), (40) задают рекурсивное отображение  $S_{k+1}: \Lambda_k \rightarrow \Lambda_{k+1}$ , зависящее от векторных параметров  $\theta(k), \theta(k+1)$ , так что  $x(k+1) = S_{k+1}(x(k))$ . При нулевых смещениях  $\theta \equiv 0$  рекурсивные отображения  $S_{k+1}: \Lambda_k \rightarrow \Lambda_{k+1}$  и эволюционный оператор  $\Phi_k: \Lambda_0 \rightarrow \Lambda_k$  (31) являются линейными и могут быть записаны как  $(n \times n)$ -матрицы. Несмотря на то, что здесь преобразования  $S_{k+1}, \Phi_k$  формально можно применять к любым векторам  $x \in \mathbf{R}^n$ , действие  $S_{k+1}$  как рекурсивного отображения нейронной сети имеет смысл только на многообразии  $\Lambda_k$  входных векторов  $k$ -го такта:

$$\Lambda_k = \left\{ x = x(k) : x_n = \left( a^n, Wx + \theta(k) \right) \right\}. \quad (41)$$

Аналогично отображение  $\Phi_k = S_k \circ \dots \circ S_2 \circ S_1$  имеет смысл эволюционного оператора (26) для нейронной сети только на распознаваемых векторах  $x = x(0)$  из начального многообразия  $\Lambda_0$ :

$$\Lambda_0 = \left\{ x = x(0) : x_n = \left( a^n, Wx + \theta(0) \right) \right\}. \quad (42)$$

В качестве примера рассмотрим сеть вида (см. рис. 3) индекса  $p = 3$  с пятью нейронами:  $m = 2, n = 5$ . Тогда (36)-(38) являются пятью уравнениями

$$x_1(k+1) = \left( a^1, Wx(k) + \theta(k) \right) - J_{11}x_1(k) - J_{12}x_2(k),$$

$$x_2(k+1) = \left( a^2, Wx(k) + \theta(k) \right) - J_{21}x_1(k) - J_{22}x_2(k),$$

$$x_4(k+1) = \left( a^3, Wx(k) + \theta(k) \right) - x_3(k),$$

$$x_5(k+1) = \left( a^4, Wx(k) + \theta(k) \right) - x_4(k),$$

$$x_5(k+1) = \left( a^5, Wx(k+1) + \theta(k+1) \right),$$

$$x(k) = \left( x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \right)^{tr}(k).$$

Из первых четырех уравнений получаются следующие рекурсивные представления для компонент  $x_r(k+1), r \neq 3$ , т.е. линейные представления функций  $g_r$  (27) с помощью скалярных произведений:

$$x_1(k+1) = g_1(x, \theta)(k) \equiv \left( W^* a^1 - b^1, x(k) \right) + \left( a^1, \theta(k) \right);$$



В частности, если активационные функции нормированы так, что  $\psi(\bar{0}) = 0$ , то при нулевых смещениях отображения рекурсии  $S_{k+1}$  и эволюции  $\Phi_k$  линейны. Учитывая, что в случае нулевых смещений  $h(k) = 0, \forall k$ , многообразия распознаваемых входов  $\Lambda_k$  линейны и стационарны, причем

$$\Lambda_k = \Lambda_0 = \mathbf{R}^m \oplus 0 = \{v \oplus 0\},$$

$$S_{k+1} \begin{pmatrix} v(k) \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -Jv(k) \\ 0 \end{pmatrix}; \quad \Phi_k \begin{pmatrix} v(0) \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (-1)^k J^k v(0) \\ 0 \end{pmatrix}.$$

## 6. Выводы

Нейронные сети являются эффективным инструментом анализа динамических объектов сложной структуры. В работе рассмотрены модели нейросетевого типа для дескрипторных динамических систем с дискретным временем или по другой терминологии – для неявных и вырожденных дискретных динамических систем. Построенные логические сетевые модели названы дескрипторными нейронными сетями. Отличительной особенностью их структуры является использование в одной сети одновременно динамических и статических нейронов. Особенностью функционирования дескрипторной нейронной сети является наличие определенной алгебраической зависимости между компонентами векторного входного сигнала в каждый момент времени, т.е. принадлежность входного вектора некоторому допустимому многообразию  $\Lambda$  в пространстве входов  $\mathbf{R}^n$ . Входные векторы, не принадлежащие допустимому многообразию  $\Lambda$ , не воспринимаются (не распознаются) дескрипторной нейронной сетью. Если сигналы смещения в сети *нестационарны*, то допустимое многообразие входов  $\Lambda = \Lambda_k$  также нестационарно, т.е. индивидуально для  $k$ -го такта, а моделируемая дескрипторная динамическая система *неавтономна*. В работе показано, что построенная нейронная сеть определяет однозначную рекурсию  $x(k) \xrightarrow{S_k} x(k+1)$ , которая действует как отображение  $S_k : \Lambda_k \rightarrow \Lambda_{k+1}$  на допустимых многообразиях входных сигналов. Построенные явные формулы для отображений  $S_k$  и их суперпозиций содержат важнейшую информацию для анализа моделируемой дескрипторной динамической системы, в том числе неавтономной. При нестационарных векторах смещений  $\theta(k)$  отображение рекурсии  $S_k$  зависит от времени (такта)  $k$  и от смещения  $\theta(k)$ . Зависимость рекурсии  $S_k$  от  $\theta(k)$  имеет место также для явной (недескрипторной) динамической системы

$$x(k+1) = f[Wx(k) + \theta(k)]$$

и соответствующей недескрипторной нейронной сети, когда  $\Lambda_k = \mathbf{R}^n (\forall k)$  и отображение  $S_k$  определено на всем пространстве входов  $\mathbf{R}^n$ . Однако для дескрипторной динамической системы и нейронной сети рекурсия  $S_k : \Lambda_k \rightarrow \Lambda_{k+1}$  на  $k$ -м такте зависит не только от смещения  $\theta(k)$ , но и от смещения  $\theta(k+1)$  на следующем такте (эффект «упреждения»-влияния опережающих значений внешних воздействий). При некотором выборе параметров дескрипторной сети опережение в учете смещений может быть более одного такта, однако оно не превышает индекса дескрипторности.

**Литература:** 1. *Bender D.I., Laub A.* The linear-quadratic optimal regulator for descriptor systems, IEE Transactions on Automatic Control. 1987. Vol.AC-32, №6. P.2062-2077. 2. *Bender D.I., Laub A.* The linear-quadratic optimal regulator for descriptor systems: discrete-time case. Automatica 23(1987). P.71-85. 3. *Bondarenko M.F., Rutkas A.G.* On a class of implicit difference equations, Dopovidi NAN Ukraine. 1998. №7. С.11-15. 4. *Gantmacher F.R.* Theory of matrices. – М.: Nauka, 1966. 576 p. 5. *Rutkas A.A.* Descriptor Neural Networks And Singular Implicit Dynamic Systems, Proceedings of IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS'08), Lviv, Ukraine, October 9-12, 2008. P.429-430. 6. *Rutkas A.A.* О свойствах дескрипторных нейронных сетей // Радиоэлектроника и информатика. 2008. № 2. С. 11-16. 7. *Vlasenko L.A.* Evolutional models with implicit and degenerate differential equations, Dnepropetrovsk: System technologies, 2006. 273 p. 8. *Бодянский Е.В., Руденко О.Г.* Искусственные нейронные сети: архитектуры, обучение, применения. Харьков, ТЕЛТЕХ, 2004. 372 с. 9. *Руденко О.Г., Бодянский Е.В.* Искусственные нейронные сети, Харьков, «СМИТ», 2005. 408 с. 10. *Rutkas A.A.* Нейромоделирование одного класса динамических систем. Радиоэлектроника и информатика. 2008. № 3. С. 22-27.

Поступила в редколлегию 19.02.2009

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. Кривуля Г.Ф.

**Руткас Андрей Анатольевич**, аспирант ХНУРЭ. Научные интересы: машинный перевод, искусственные нейронные сети, динамические системы. Увлечение и хобби: электронное и математическое обеспечение систем GPS, системы безопасности и слежения. Дом. адрес: Украина, 61001, Харьков, ул. Плехановская, 2/5, кв. 29, дом. тел.: (057) 732-28-35.

**Хаханов Владимир Иванович**, декан факультета компьютерной инженерии и управления ХНУРЭ, д-р техн. наук, профессор кафедры автоматизации проектирования вычислительной техники, IEEE Computer Society Golden Core Member. Научные интересы: проектирование и диагностика цифровых систем, сетей и программных продуктов. Увлечения: футбол, баскетбол, горные лыжи. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 14, тел. (057) 70-21-326. E-mail: hahanov@kture.kharkov.ua.

УДК 517.922-517.958

**СТРУКТУРНЫЕ И ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ  
ДЕСКРИПТОРНЫХ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ**

РУТКАС А.А., ХАХАНОВ В.И.

Дескрипторные нейронные сети конструируются из динамических и статических нейронов. Они являются логическими схемами полулинейных дифференциально-алгебраических (дескрипторных) систем. Нейросетевая модель дескрипторной динамической системы строится по нормальной форме уравнений системы и качественно характеризует ее эволюцию.

## ABSTRACTS

Radioelektronikai Informatika. 2011. №3

---

---

UDC 517.922÷517.958

Structural and functional characteristics of descriptor neural networks /A.A. Rutkas, V.I. Hahanov // Radioelektronikai Informatika. 2009. N 1. P. 37-45.

A discrete difference or a discrete dynamical system is modeled with the help of an artificial neural network. The network is built by dynamical or static neurons and some simple functional transformers. Network functional properties and a dependence of its structure on parameters of dynamical system are used.

Fig.4. Ref.: 10 items.

## РЕФЕРАТИ

Радіоелектроніка та інформатика. 2009. №1

---

---

УДК 517.922÷517.958

Структурні та функціональні характеристики дескрипторних нейронних мереж / А.А. Руткас, В.І. Хаханов// Радіоелектроніка та інформатика. 2009. N 1. С. 37-45.

Дескрипторна різницева або дискретна динамічна система змодельована за допомогою штучної нейронної дес-крипторної мережі. Мережа побудована за допомогою динамічних і статичних нейронів і деяких простих функціональних перетворювачів. Досліджено функціональні властивості мережі й залежність її структури від параметрів динамічної системи.

Лл. 4. Бібліогр.: 10 назв.